

Фізичні моделі барабанної перетинки середнього вуха людини

Найда^f М. С., ORCID [0000-0003-1709-9716](https://orcid.org/0000-0003-1709-9716)

e-mail naida.nik@gmail.com

Дідковський^s В. С., д.т.н. проф., ORCID [0000-0002-0807-822X](https://orcid.org/0000-0002-0807-822X)

e-mail vs.didkovskiy@aae.kpi.ua

Найда^s С. А., д.т.н. проф., ORCID [0000-0002-5060-2929](https://orcid.org/0000-0002-5060-2929)

e-mail s.naida@kpi.ua

Кафедра акустики та акустoeлектроніки acoustic.kpi.ua

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» kpi.ua

Київ, Україна

Анотація—Розглянуті різні моделі середнього вуха людини, які можуть допомогти оцінити його стан до і після тимпаноластики. Зокрема, в якості моделей барабанної перетинки запропоновано круглу, прямокутну та викривлену мембрану. Окремо проаналізована мембрана Шрапнеля та її роль при хірургічному відновленні барабанної перетинки. В якості моделі усього середнього вуха обрано модель на основі електроакустичних аналогій. Вона дозволила отримати кількісні показники стану слухової системи людини: параметр норми середнього вуха і коефіцієнт підсилення звукового тиску слуховими кісточками, – і дати рекомендації щодо підбору матеріалів для тимпаноластики та оцінки успішності її проведення.

Бібл. 10, рис. 5.

Ключові слова — середнє вухо; мембрана, резонансні частоти; формула для параметру норми середнього вуха; імпеданс; тимпанометрія; акустичний рефлекс.

I. ВСТУП

При хронічних запаленнях вуха людини дуже часто руйнується барабанна перетинка (БП) і ланцюг слухових кісточок [1, 2]. Це призводить до втрати слуху. Характер і міра втрати визначається за допомогою методу повітряної та кісткової аудіометрії. При втраті слуху як в середньому вусі, так і в завитці внутрішнього вуха людині доводиться користуватися слуховими апаратами.

Сучасні слухові апарати з індивідуальним комп'ютерним підбором і підстроюванням дозволяють підняти залишковий слух до такого рівня, що людина може користуватися ними без опори на губи і жести. Особливо важливо достовірно визначити за допомогою об'єктивних методів діагностики слуху (без участі пацієнта) порушення слуху у дітей до шестимісячного віку, щоб запобігти затримці їх загального розвитку.

У випадках, коли порушення слуху не зачіпають слуховий нерв, відновлення слуху можливе методами тимпаноластики – шляхом заміни (відновлення) БП або ланцюга слухових кісточок.

Орган слуху людини в анатомічному відношенні ділиться на три відділи: зовнішнє, середнє і внутрішнє вуха; у функціональному — на звукопровідний і звукосприймаючий апарат. Середнє вуха є складною механо-акустичною системою. Її механічна частина утворена БП і прикріпленим до неї послідовним

ланцюгом слухових кісточок: молоточка, коваделка і стремінця. Акустична частина утворена барабанною порожниною і слуховою (євстахієвою) трубою, яка сполучає барабанну порожнину із зовнішнім повітрям.

БП є сприймаючим механічним елементом вуха. Вона характеризується гнучкістю C , яка може бути виміряна за допомогою багаточастотного акустичного імпедансометра на стандартній частоті зондового сигналу 226 Гц (ANSI S3.39-1987 (R2002)) в одиницях еквівалентного об'єму V :

$$V(226) = \rho \cdot c_0^2 \cdot C_a,$$

де $\rho = 1,2$ кг/м³, $c_0 = 342$ м/с – густина повітря і швидкість звуку в ньому, C_a – акустична гнучкість, м⁵/Н:

$$C_a = C \cdot S_{б.п}^2 = S_{б.п}^2 / 8\pi T,$$

де C – механічна гнучкість, м/Н, T – натяг барабанної перетинки, Н/м.

Метод акустичної імпедансометрії є одним з основних методів об'єктивної діагностики слуху людини. Суть його полягає у вимірюванні модулю акустичного опору Z_a (імпедансу або акустичної провідності $Y_a = 1/Z_a$ (адмітансу)) середнього вуха, що обумовлений зміною відносного тиску повітря в герметично закритому зовнішньому слуховому проході.



Метод акустичної імпедансометрії включає в себе дві основні методики – тимпанометрію і акустичну рефлексометрію. В роботі використовуються тимпанометрія, яка полягає у вимірюванні еквівалентного об'єму в залежності від відносного тиску у зовнішньому слуховому проході, що змінюється від +2 кПа до -6 кПа і створюється пневмосистемою імпедансометра.

Ланцюг слухових кісточок є передавальним елементом, який посилює звуковий тиск на рідину завитки, і характеризується масою кісточок і коефіцієнтом посилення тиску. Маса кісточок може бути визначена, одночасно з гнучкістю, вимірюванням резонансної частоти коливальної системи БП – слухові кісточочки. Коефіцієнт посилення на резонансній частоті може бути визначений вимірюванням еквівалентного об'єму на цій частоті $V(f_p)$.

Метою статті є розробка моделей БП разом з ланцюгом слухових кісточок, що використовують параметри середнього вуха людини, які визначаються за допомогою методики тимпанометрії та можуть бути використані при тимпанопластиці для індивідуального підбору протезів слухових кісточок (імплантантів).

II. МОДЕЛЬ КРУГЛОЇ МЕМБРАНИ

Модель пласкої мембрани детально розглядалася в техніці, де круглі мембрани широко використовуються в мікрофонах [3]. Мембраною називається тонка, рівномірно розтягнута плівка, що має розподілену інерцію і пружність, яка характеризується поверхневою густиною ρ (кг/м²) і силою натягу T (Н/м).

Розглянемо наступну фізичну модель БП (рис. 1). Нехай маємо круглу мембрану радіуса R з масою M (жорстко приєднана до мембрани) радіуса r_0 . До цієї маси приєднана пружина жорсткістю K . Необхідно знайти власні частоти системи.

Запишемо рівняння власних коливань мембрани [3]:

$$T\Delta W = \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \quad (1)$$

де W – прогин (зміщення) мембрани в вертикальному напрямку.

Прогин мембрани при вісесиметричних коливаннях визначається формулою

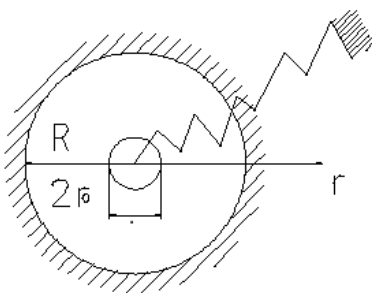


Рис. 1. Модель круглої мембрани.

$$w(kr) = AJ_0(kr) + BN_0(kr), \quad (2)$$

де $J_0(kr)$ – функція Бесселя 1-го роду, $N_0(kr)$ – функція Неймана 1-го роду, та

$$k^2 = \frac{\omega^2}{v_\phi^2} = \frac{\omega^2 \rho}{T}, \quad (3)$$

де v_ϕ – фазова швидкість звукових хвиль.

Мембрана закріплена по контуру, тому

$$w(kr)|_{r=R} = 0. \quad (4)$$

В центрі мембрани, де до неї приєднана маса (жорсткість), діє сила:

$$F = M \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + K, \quad (5)$$

$$W(kr, t) = w(kr) \cdot e^{i\omega t},$$

тобто $F = M\omega^2 - K$, де M – приєднана маса, K – жорсткість пружини.

В довільний момент часу повинна виконуватись умова:

$$\begin{aligned} \frac{M\omega^2 - K}{2\pi r_0} w(kr)|_{r=r_0} &= T \frac{\partial w}{\partial r} \Big|_{r=r_0}, \\ \frac{\partial w}{\partial r} &= -k[AJ_1(kr) + BN_1(kr)], \\ \frac{M\omega^2 - K}{2\pi r_0} [AJ_0(kr_0) + BN_0(kr_0)] &= \\ &= -kT[AJ_1(kr_0) + BN_1(kr_0)], \\ A \left[\frac{M\omega^2 - K}{2\pi r_0} J_0(kr_0) + kTJ_1(kr_0) \right] &+ \\ + B \left[\frac{M\omega^2 - K}{2\pi r_0} N_0(kr_0) + kTN_1(kr_0) \right] &= 0, \\ AJ_0(kR) + BN_0(kR) &= 0. \end{aligned}$$

$A \neq 0, B \neq 0$, якщо визначник системи:

$$\begin{cases} A \left[\frac{M\omega^2 - K}{2\pi r_0} J_0(kr_0) + kTJ_1(kr_0) \right] + \\ + B \left[\frac{M\omega^2 - K}{2\pi r_0} N_0(kr_0) + kTN_1(kr_0) \right] = 0. \\ AJ_0(kR) + BN_0(kR) = 0. \end{cases}$$

Тобто:

$$\begin{aligned} \left[\frac{M\omega^2 - K}{2\pi r_0} J_0(kr_0) + kTJ_1(kr_0) \right] \cdot N_0(kR) - \\ - \left[\frac{M\omega^2 - K}{2\pi r_0} N_0(kr_0) + kTN_1(kr_0) \right] \cdot J_0(kR) = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{M\omega^2 - K}{2\pi r_0} [J_0(kr_0) \cdot N_0(kR) - N_0(kr_0) \cdot J_0(kR)] +$$

$$+ kT [J_1(kr_0) \cdot N_0(kR) - N_1(kr_0) \cdot J_0(kR)] = 0, \quad (7)$$

$$k_n = \frac{\omega_n}{\sqrt{\frac{T}{\rho}}}, n = 1, 2, \dots,$$

де ω_n – резонансні частоти системи (в цілому), які треба знайти.

Тоді:

$$M\omega^2 - K = M \frac{k^2 T}{\rho} - K = T \left(\frac{Mk^2}{\rho} - \frac{K}{T} \right). \quad (8)$$

Маса мембрани (без урахування жорсткого центру радіуса r_0) $m = \rho\pi(R^2 - r_0^2)$, звідки

$$\rho = \frac{m}{\pi(R^2 - r_0^2)}. \quad (9)$$

Тоді:

$$M\omega^2 - K = T \left(\frac{Mk^2(R^2 - r_0^2)}{m} \cdot \pi - \frac{K}{T} \right). \quad (10)$$

$$\frac{T}{2\pi r_0} \left(\pi \frac{Mk^2(R^2 - r_0^2)}{m} - \frac{K}{T} \right) \times$$

$$\times [J_0(kr_0) \cdot N_0(kR) - N_0(kr_0) \cdot J_0(kR)] +$$

$$+ kT [J_1(kr_0) \cdot N_0(kR) - N_1(kr_0) \cdot J_0(kR)] = 0. \quad (11)$$

Введемо безрозмірні параметри:

$\frac{M}{m} = \mu$ – безрозмірна маса жорсткого центру,

$\frac{K}{T} = K_{np}$ – безрозмірна жорсткість пружини (приведена жорсткість),

$kR = x$ – шуканий параметр,

$\frac{r_0}{R} = d$ – безрозмірний радіус.

В нових позначеннях вираз (11) прийме вигляд:

$$\frac{\pi\mu x^2(1-d^2) - K_{np}}{2\pi r_0} [J_0(kr_0) \cdot N_0(kR) -$$

$$- N_0(kr_0) \cdot J_0(kR)] +$$

$$+ kT [J_1(kr_0) \cdot N_0(kR) - N_1(kr_0) \cdot J_0(kR)] = 0,$$

$$\frac{\pi\mu x^2(1-d^2) - K_{np}}{2\pi} [J_0(kr_0) \cdot N_0(kR) - N_0(kr_0) \cdot J_0(kR)] +$$

$$+ kdR [J_1(kr_0) \cdot N_0(kR) - N_1(kr_0) \cdot J_0(kR)] = 0.$$

Остаточно вираз для знаходження $kR = x$ матиме вигляд:

$$\frac{\pi\mu x^2(1-d^2) - K_{np}}{2\pi} [J_0(dx) \cdot N_0(x) -$$

$$- N_0(dx) \cdot J_0(x)] +$$

$$+ dx [J_1(dx) \cdot N_0(x) - N_1(dx) \cdot J_0(x)] = 0. \quad (12)$$

Змінюючи параметри μ , d , K_{np} , можна знайти $x = kR$, де R – радіус мембрани.

Потім знаходиться значення резонансної частоти

$$\omega^2 = \frac{k^2 T}{\rho}, \quad (13)$$

де ρ та T задаються при розрахунку (усереднені дані наведені в [4, 5], а індивідуальні визначаються експериментальним шляхом за допомогою тимпанометрії).

III. МОДЕЛЬ ПРЯМОКУТНОЇ МЕМБРАНИ

Тепер розглянемо фізичну модель БП у вигляді прямокутної мембрани розміром $a \times b$ (рис. 2). В деякій точці a_1, b_1 до неї приєднана маса M із жорсткістю K .

Знайдемо частоти власних коливань цієї неоднорідної системи методом припасовування.

Форми власних коливань однорідної прямокутної мембрани знаходяться з виразу

$$W_n(x, y, t) = A_n \sin \alpha_n x \sin \sqrt{k^2 - \alpha_n^2} y \cdot e^{-i\omega t},$$

де $\alpha_n = \frac{\pi n}{a}, n = 1, 2, 3, \dots$

Запишемо прогин мембрани в точці a_1, b_1 , підходячи до неї “зліва” та “справа”:

$$W_1(x, y, t) = A_1 \sin \alpha x \sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} y \cdot e^{-i\omega t},$$

$$W_2(x, y, t) = A_2 \sin \alpha(a-x) \sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} (b-y) \cdot e^{-i\omega t}.$$

В точці $x = a_1, y = b_1$:

$$W_1(x, y, t) \Big|_{x=a_1, y=b_1} = W_2(x, y, t) \Big|_{x=a_1, y=b_1},$$

тобто

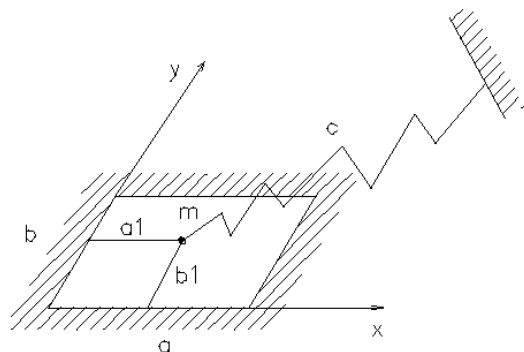


Рис. 2. Модель прямокутної мембрани.

$$\begin{aligned}
 A_1 \sin \alpha a_1 \sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} b_1 &= \\
 = A_2 \sin \alpha (a - a_1) \sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} (b - b_1) &= D, \\
 A_1 &= \frac{D}{\sin \alpha a_1 \sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} b_1}; \\
 A_2 &= \frac{D}{\sin \alpha (a - a_1) \sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} (b - b_1)}.
 \end{aligned}$$

Крім того, знайдемо рівняння сил неоднорідної мембрани, що діють в точці $x = a_1, y = b_1$ в проекції на вертикальну вісь z :

$$\begin{aligned}
 M \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + KW &= T \left[\begin{array}{l} \frac{\partial W_2}{\partial x} \Big|_{a_1, b_1} - \frac{\partial W_1}{\partial x} \Big|_{a_1, b_1} + \\ + \frac{\partial W_2}{\partial y} \Big|_{a_1, b_1} - \frac{\partial W_1}{\partial y} \Big|_{a_1, b_1} \end{array} \right]; \\
 -M \omega^2 A_1 \sin \alpha x \cdot \sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} y \Big|_{a_1, b_1} &+ \\
 + K A_1 \sin \alpha x \cdot \sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} y \Big|_{a_1, b_1} &= \\
 = T [-B_2 \alpha \cos(\alpha - x) \cdot \sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} (b - y) \Big|_{a_1, b_1} - \\
 - A_1 \alpha \cos \alpha x \cdot \sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} y \Big|_{a_1, b_1} - \\
 - B_2 \alpha \sin(\alpha - x) \cdot \sqrt{k^2 - \alpha^2} \cos \sqrt{k^2 - \alpha^2} (b - y) \Big|_{a_1, b_1} - \\
 - A_1 \sin \alpha x \cdot \sqrt{k^2 - \alpha^2} \cos \sqrt{k^2 - \alpha^2} y \Big|_{a_1, b_1}]. \\
 M k^2 v_{\Phi}^2 - K &= T \left[\alpha \cdot \frac{\sin \alpha a}{\sin \alpha a_1 \cdot \sin \alpha (a - a_1)} + \right. \\
 \left. + \sqrt{k^2 - \alpha^2} \frac{\sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} b}{\sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} b_1 \cdot \sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} (b - b_1)} \right].
 \end{aligned}$$

Варіант: $a_1 = \frac{a}{2}, b_1 = \frac{b}{2}$:

$$\begin{aligned}
 \frac{M k^2 v_{\Phi}^2 - K}{T} &= \alpha \cdot \frac{\sin \alpha a}{\sin^2 \frac{a}{2} \alpha} + \sqrt{k^2 - \alpha^2} \frac{\sin \sqrt{k^2 - \alpha^2} b}{\sin^2 \sqrt{k^2 - \alpha^2} \frac{b}{2}}. \\
 \frac{M k^2 v_{\Phi}^2 - K}{T} &= \alpha \cdot 2 \operatorname{ctg} \frac{\alpha a}{2} + \sqrt{k^2 - \alpha^2} \cdot 2 \operatorname{ctg} \sqrt{k^2 - \alpha^2} \frac{b}{2},
 \end{aligned}$$

або:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \frac{\alpha a}{2} + \sqrt{k^2 - \alpha^2} \cdot \operatorname{tg} \sqrt{k^2 - \alpha^2} \frac{b}{2} &= \\
 = \frac{2T}{M k^2 v_{\Phi}^2 - K}. & \quad (14)
 \end{aligned}$$

Таким чином, за допомогою рівняння (14) можна знайти значення k_n і, відповідно, резонансні частоти коливальної системи БП-слухові кісточки.

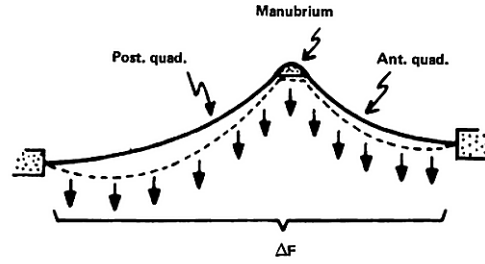


Рис. 3. Викривлена мембрана по Гельмгольцю [6].

IV. ВИКРИВЛЕНА МЕМБРАНА ПО ГЕЛЬМГОЛЬЦЮ В ЯКОСТІ МОДЕЛІ БАРАБАННОЇ ПЕРЕТИНКИ

При вивченні зміщень перетинки у анестезованих кішок за допомогою голографії було, зокрема, виявлено, що при частоті звуку $f = 600$ Гц є дві області максимального зміщення, тобто БП коливається не як поршень. Ці області простежуються до частот близько 1500 Гц. На частотах вище 3000 Гц виникає складніша картина коливань. Існування такої картини в [6] пов'язується з концепцією викривленої мембрани по Гельмгольцю. На рис. 3 [6] видно, що викривлення пов'язане з прикріпленням мембрани до кісточок середнього вуха. Відмінність викривленої мембрани від плоскої в роботі [6] не розглядається.

Основна частота круглої мембрани згідно (13):

$$f_p = \frac{0,3827}{a} \sqrt{\frac{T}{\rho}}. \quad (15)$$

При частотах $f \leq f_p$ мембрану можна розглядати як систему з еквівалентною гнучкістю і масою:

$$C_{\text{екв}} = \frac{1}{8\pi T}, \quad (16)$$

$$m_{\text{екв}} = \frac{4}{3} \pi a^2 \rho. \quad (17)$$

Випадок $f > f_p$ в мікрофонах не зустрічається, тому і в літературі він відсутній.

У гучномовці дифузор є жорсткою системою, яка обмежує область його робочих частот. Для випадку плоского диску і $f > f_p$ (вираз для f_p вже буде відрізнятися від (15)) коливання розподіляються по його поверхні з різними фазами і амплітудами. Коливання дифузора між сусідніми ділянками, що розділені вузловою лінією, знаходяться в протифазі, внаслідок чого відбувається різке послаблення випромінювання. На частотній характеристиці це спостерігається у вигляді провалу.

Надання діафрагмі конічної форми (викривлена пластина) не міняє картини, а лише зміщує АЧХ в область вищих частот.

З того факту, що маса звукової котушки зазвичай значно більше розподіленої маси дифузора, можна зробити висновок, що розподіл коливань по поверхні дифузора на високих частотах не залежить від цієї маси.



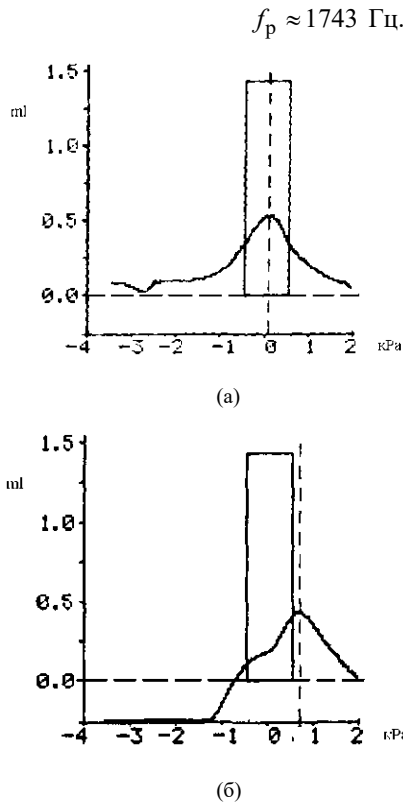


Рис. 4. Тимпанограма правого чоловічого вуха (Найда С. А.), яка отримана на частотах (а) – 226 Гц, (б) – 1000 Гц за допомогою імпедансометру MADSEN ZO-2020.

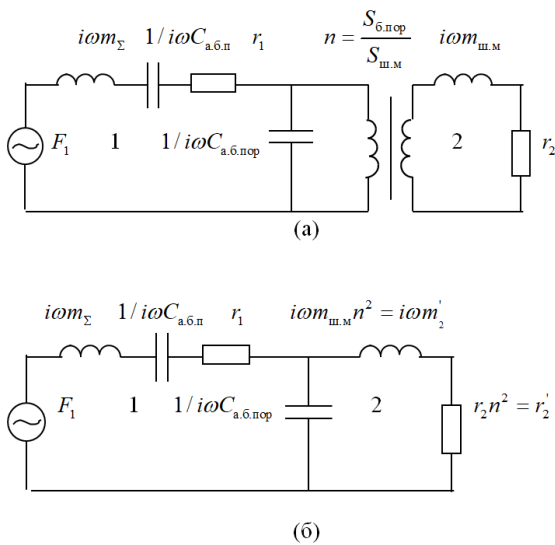


Рис. 5. Повна (а) та приведена (б) схема електричного аналога середнього вуха людини з врахуванням тільки мембрани Шрапнеля.

У випадку мембрани БП роль маси системи, що коливається, грає маса слухових кісточок: молоточка (23 мг), коваделка (27 мг), стремінця (2,5 мг) [7].

Особливістю їх прикріплення до БП є прикріплення по лінії, яка несиметрична відносно центру. Тоді, якщо частота 600 Гц, на якій спостерігалися зони коливань у вигляді двох напівдисків, більше власної частоти коливань вільної мембрани, то лінія при-

кріплення кісточок співпадає з вузловою лінією несиметричної моди, і такий характер зон не вимагає для пояснення концепції викривленої мембрани.

Оцінімо цю частоту для вуха людини. З тимпанограми чоловічого вуха на частоті $f = 226$ Гц (рис. 4, а) слідує, що її гнучкість в одиницях еквівалентного об'єму дорівнює: $V = 0,54 \cdot 10^{-6}$ м³. При площі БП $S_{б.п} = 64$, мм² (радіус $a = 4,5$ мм) такому значенню гнучкості відповідає імпеданс БП $z_{б.п} = 0,74$, кг/с. З виразів $z_{б.п} = \frac{1}{\omega C_{б.п}}$ та (16) слідує:

$$C_{б.п} = \frac{1}{\omega z_{б.п}} = 0,95 \cdot 10^{-3} \text{ м/Н};$$

$$T = \frac{1}{8\pi C_{б.п}} = \frac{\omega z_{б.п}}{8\pi} = 42 \text{ Н/м}.$$

При товщині БП 0,1 мм та густині $1,2 \cdot 10^3$ кг/м³ [5] поверхнева густина $\rho = 0,1$ кг/м². За формулою (15) знаходимо резонансну частоту БП:

В якості пояснення, чому у анестезованих кішок спостерігалася поява частин БП, що коливаються окремо в діапазоні частот до 6 кГц, можна навести наступне. Як і у людини, у кішок натягнення мембрани регулюється нервовою системою, захищаючи внутрішнє вухо від перевантажень. Причому, у кішок діапазон регулювання більший, що забезпечує їм високу чутливість. Під час анестезії натягнення T мінімальне і, згідно співвідношенням (13, 15), частота f_{01} зменшується.

V. ПРО ФУНКЦІЇ МЕМБРАНИ ШРАПНЕЛЯ В СЛУХОВІЙ СИСТЕМІ ЛЮДИНИ

З анатомії відомо, що у верхньо-передньому відділі БП є невеликий виступ, який не має фіброзних волокон і називається ненатягнутою частиною (pars flaccida). БП вставлена в циркулярний жолоб — sulcus tympanicus, якого немає тільки на ділянці incisura Rivini, на якій знаходиться ненатягнута частина БП, відома ще як мембрана Шрапнеля. У літературі про її функцію не згадується [8].

Розглянемо її функції на основі розробленої авторами еквівалентної схеми середнього вуха, що являє собою два зв'язаних контури, парціальні частоти яких відрізняються майже втричі (рис. 5). Спільним елементом для них (елементом зв'язку) є барабанна порожнина. При цьому маса кісточок, гнучкість БП та барабанної порожнини, а також дійсна складова акустичного опору утворюють послідовний резонансний контур, а гнучкість барабанної порожнини і еквівалентна маса повітря в слуховій трубі — паралельний контур.

На рис. 5 використані наступні позначення: $m_{ш.м}$, $S_{ш.м}$ – маса та площа мембрани Шрапнеля; r_1 – опір втрат в результаті передачі звукової енергії через ланцюг слухових кісточок у внутрішнє вухо; r_2 – опір тертя в місці його кріплення в БП;



$C_{a.б.п}$, $C_{a.б.пор}$ – акустичні гнучкості БП і барабанної порожнини відповідно; m_{Σ} – сумарна маса слухових кісточок і БП.

На основі схеми на рис. 5 була одержана (отримана теоретично і підтверджена експериментально розшифрованою тимпаногорам) формула, яка зв'язує між собою значення еквівалентного об'єму на частотах 226 Гц і резонансній, і об'єм барабанної порожнини, одним, рівним одиниці, параметром норми — фактором зв'язку контурів A (рис. 5):

$$A = \frac{V(f_p)}{V_0(226)} \frac{1}{\sqrt{1 + V_{б.пор}/V_0(226)}}, \quad (18)$$

де $V_{б.пор} \approx 0,5 \div 1, \text{ см}^3$ – об'єм барабанної порожнини; $V(f_p)$ – еквівалентний об'єм на частоті резонансу f_p (при $\Delta p_{ст} = 0$).

Згадаємо, що в теорії електричних кіл під фактором зв'язку розуміють [9, 10]

$$A = k_{зв} \cdot Q,$$

де $k_{зв}$ – коефіцієнт зв'язку, а Q – добротність системи. Умова $A = 1$ є умовою оптимізації системи на максимум ширини смуги пропускання вуха в мовленевому діапазоні частот 500–4000 Гц.

Авторами показано, що на частоті f_p вся звукова потужність, яка пройшла через БП, проходить далі в завитку, так що коефіцієнт підсилення звукового тиску в ланцюгу слухових кісточок:

$$K_{підс} = \frac{p_{рід}}{p_{б.п}} = \sqrt{\frac{z_{рід}}{R_a \cdot S_{ов.в}}} = \sqrt{\frac{z_{рід}}{5,8 \rho c_0} \cdot \frac{S_{б.п}}{S_{ов.в}}} = 115,$$

або $20 \lg(K_{підс}) = 41$, дБ, де $p_{б.п}$ – акустичний тиск біля БП; $p_{рід}$ – акустичний тиск біля овального вікна, R_a – активний акустичний опір середнього вуха, $z_{рід} = 1,5 \cdot 10^6 \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{м}}$ – питомий імпеданс рідини, що заповнює завитку, $S_{ов.в}$ – площа овального вікна завитки. Отримане значення коефіцієнту підсилення співпадає з величиною “щільності” між аудіограмами повітряної і кісткової провідності при повному руйнуванні ланцюга слухових кісточок (40 дБ).

Далі по тимпанограмам визначимо значення резонансної частоти середнього вуха людини:

$$f_p = \frac{f_1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta T}{T_0}}}, \quad (19)$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{V_0}{V_1} - 1, \quad (20)$$

де $f_1 = 1000$ Гц, $T_0 = \frac{\rho \cdot c_0^2 \cdot S_{б.п}^2}{8\pi \cdot V_0}$ – натяг БП при

$\Delta p_{ст} = 0$, $T_1 = T_0 + \Delta T$ – натяг БП при $\Delta p_{ст} = 1$, $V_0 = V_0(226)$, $V_1 = V_{\Delta p_{ст}}(226)$ при значенні $\Delta p_{ст}$, яке відповідає максимуму тимпанограми $V(1000)$, що відлічується від 0.

Розглянемо для прикладу тимпанограму чоловічого вуха (рис. 4): $V_0(226) = 0,54$, см^3 , $V_{\Delta p_{ст}}(1000)_{\text{макс}}$ при $\Delta p_{ст} = 0,65$, кПа, $V_1(226)_{\Delta p_{ст}} = 0,5V_0(226)$. Таким чином, по формулі (20): $\frac{\Delta T}{T_0} = 1$. Далі по формулам (19) та (18) знаходимо резонансну частоту середнього вуха та параметр його норми:

$$f_p = 1000 / \sqrt{2} = 705 \text{ Гц},$$

$$A = \frac{V(f_1) \cdot 1000}{V_0(226) \cdot 705} \frac{1}{\sqrt{1 + 1/V_0(226)}} = 0,91,$$

і робимо висновок, що середнє вухо знаходиться в нормі ($A \approx 1$).

ВИСНОВКИ

На основі моделей мембрани, методу електроакустичних аналогій і формули для параметра норми середнього вуха людини дано кількісний аналіз його стану.

Крім того, встановлено, що:

Під час проведення процедури тимпанометрії в мембрані Шрапнеля з'являється натягнення. Оскільки у вусі існує зворотний зв'язок, то значення фазово-частотних характеристик набуває принципового значення. Їх порушення може стати причиною як спонтанної отоакустичної емісії, так і суб'єктивного вушного шуму.

- 1) Заростання мембрани Шрапнеля рубцевою тканиною усуває ефект акустичного шунтування нею барабанної порожнини, і в результаті відбувається зміщення основної резонансної частоти середнього вуха у бік високих частот.
- 2) При заміні ланцюга слухових кісточок зазвичай обмежуються одним (замість трьох) імплантантом. В цьому випадку забезпечити необхідне значення коефіцієнта підсилення звукового тиску $K_{підс} = 115$ (41 дБ) можна вибором відношення площ кінців імплантанту. Проте при цьому величина коефіцієнта вже не залежатиме від інтенсивності звуку, як це має місце при природних кісточках і що слугує захисним механізмом вуха.
- 3) Масу імплантанту необхідно підбирати так, щоб значення параметра норми середнього вуха A було рівним одиниці.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- [1] S. A. Naida, M. S. Naida, "Method of universal audiological screening of newborns," *Electronics and Communications*, v. 22, no. 2, pp. 56-65, 2017. DOI: [10.20535/2312-1807.2017.22.2.96834](https://doi.org/10.20535/2312-1807.2017.22.2.96834).
- [2] D. V. Pareniuk, K. L. Rudenka, V. S. Didkovskiy, S. A. Naida, G. E. Timen, "The Study of Implementation of the Otoacoustic Emission for Registration of the Medicamentous Influence on the Auditory Channel of Guinea Pigs," *Microsystems, Electronics and Acoustics*, v. 23, no. 4, pp. 74-81, 2018. DOI: [10.20535/2523-4455.2018.23.4.134457](https://doi.org/10.20535/2523-4455.2018.23.4.134457).
- [3] Leo L. Beranek, Tim J. Mellow. *Acoustics – Sound Fields and Transducers*, San Diego: Elsevier – Academic Press, 2012. ISBN: 9780123914217.
- [4] G. von Békésy, *Experiments in hearing* (Translated and edited by E. G. Wever), McGraw-Hill, New York, 1960. ISBN: 9780883186305.
- [5] T. Koike T., T. Wada, T. Kobayashi, "Modeling of the human ear using the finite-element method," *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 111, no.3, pp. 1306–1317, 2002. DOI: [10.1121/1.1451073](https://doi.org/10.1121/1.1451073).
- [6] J. Tonndorf, S. M. Khanna, "The role of the tympanic membrane in middle ear transmission," *Annals of Otology, Rhinology & Laryngology*, v. 79, no.4, pp.743–753, 1970. DOI: [10.1177/000348947007900407](https://doi.org/10.1177/000348947007900407).
- [7] S. S. Stevens, *Handbook of experimental psychology*, John Wiley & Sons, Inc., New York Chapman & Hall, Ltd., London, 1951.
- [8] Stanley A. Gelfand, *Hearing: An Introduction to Psychological and Physiological Acoustics*, 5th Edition, Informa Healthcare, UK, 2010. ISBN-13: 978-1-4200-8865-6.
- [9] M.A. Sapozhkov, *Acoustics: Reference, Radio and Communications*, Moscow, 1989. ISBN: 5-256-00187-6.
- [10] S. I. Baskakov, *Lectures on the theory of circuits*, MEI, Moscow, 1991. ISBN: 5-7046-0027-1.

Надійшла до редакції 15 листопада 2018 р.

УДК 534.771

Физические модели барабанной перепонки среднего уха человека

Найда^f Н. С., ORCID [0000-0003-1709-9716](https://orcid.org/0000-0003-1709-9716)

e-mail naida.nik@gmail.com

Дидковський^s В. С., д.т.н. проф., ORCID [0000-0002-0807-822X](https://orcid.org/0000-0002-0807-822X)

e-mail vs.didkovskiy@aae.kpi.ua

Найда^s С. А., д.т.н. проф., ORCID [0000-0002-5060-2929](https://orcid.org/0000-0002-5060-2929)

e-mail s.naida@kpi.ua

Кафедра акустики и акустоэлектроники acoustic.kpi.ua

Национальный технический университет Украины

«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского» kpi.ua

Киев, Украина

Анотация—Рассмотрены разные модели среднего уха человека, которые могут помочь оценить его состояние до и после тимпаноластики. В частности, в качестве моделей барабанной перепонки предложены круглая, прямоугольная и искривленная мембраны. Отдельно проанализирована мембрана Шрапнеля и ее роль при хирургическом восстановлении барабанной перепонки. В качестве модели всего среднего уха выбрана модель на основе электроакустических аналогий. Она позволила получить количественные показатели состояния слуховой системы человека: параметр нормы среднего уха и коэффициент усиления звукового давления слуховыми косточками, – и дать рекомендации по подбору материалов для тимпаноластики и оценке успешности ее проведения.

Бібл. 10, рис. 5.

Ключевые слова — среднее ухо; мембрана; резонансные частоты; формула для параметра нормы среднего уха; импеданс; тимпанометрия; акустический рефлекс.



Physical Models of an Eardrum of a Middle Ear of the Human

M. S. Naida^f, ORCID [0000-0003-1709-9716](https://orcid.org/0000-0003-1709-9716)

e-mail naida.nik@gmail.com

V. S. Didkovskiy^s, Dr.Sc.(Eng.) Prof., ORCID [0000-0002-0807-822X](https://orcid.org/0000-0002-0807-822X)

e-mail vs.didkovskiy@aae.kpi.ua

S. A. Naida^s, Dr.Sc.(Eng.) Prof., ORCID [0000-0002-5060-2929](https://orcid.org/0000-0002-5060-2929)

e-mail s.naida@kpi.ua

Department of Acoustics and Acoustoelectronics acoustic.kpi.ua

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kiev Polytechnic Institute" kpi.ua

Kyiv, Ukraine

Abstract—Different models of a middle ear of the human which can help to estimate his condition before and after a timpanoplastika are considered. In particular, as models of an eardrum the round, rectangular and bent membranes are offered. For an eardrum its flexibility, a tension, the first own frequency, mass of acoustical stones are defined by model of an acoustic membrane. The received results well will be coordinated with experimental data. Feature of attachment of acoustical stones to an eardrum is attachment in the area of asymmetrical to its center. Then, if the frequency of 600 Hz at which zones of fluctuations in the form of two semi-disks were observed is more than own frequency of fluctuations of a free membrane, then the line of attachment of stones coincides with the nodal line of asymmetrical fashion and such nature of zones does not demand for an explanation of the concept of the bent membrane. Shrapnel's membrane, and its role at surgical restoration of an eardrum is separately analysed. As model of all middle ear the model on the basis of electroacoustic analogies is chosen. It allowed to receive quantitative indices of a condition of an acoustical system of the person: parameter of norm of a middle ear and coefficient of strengthening of sound pressure acoustical stones and to make recommendations about selection of materials for a timpanoplastika, and assessment of success of its carrying out.

Бібл. 10, рис. 5.

Keywords — middle ear; membrana; resonant frequencies; formula for the middle ear norm parameter; impedance; tympanometry; acoustic reflex.

