Информационные системы и технологии

УДК 62.52

А.В. Заславский, **Н.Б. Репникова** канд.тех.наук

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,

ул. Политехническая, 41, корпус 18, г. Киев, 03056, Украина.

Алгоритм синтеза цифровой многомерной системы управления с нерегулярными матрицами

Предложен алгоритм синтеза цифровой многомерной системы управления с перекрестными связями, который позволяет развязать каналы и получить требуемое качество переходного процесса. Предложена формула расчета матрицы линейных стационарных обратных связей для нерегулярных матриц. Решение задачи проиллюстрировано расчетом и моделированием системы 3-го порядка с помощью прикладного пакета Matlab.
Библ. 3, рис. 4.

Ключевые слова: *многомерная система, перекрестные связи, нерегулярная матрица, уравнение Сильвестра, матричное уравнение.*

Введение

Одной из актуальных задач теории автоматического управления является задача синтеза многомерных систем управления с перекрестными связями, решение которой обеспечивает не только развязку каналов, но и требуемое качество управляемого процесса.

В настоящее время существуют известные алгоритмы решения подобных задач, например, метод сведения задачи синтеза к задаче с эталонной матрицей **Г** [3]. При этом используется матричное уравнение типа Сильвестра **ВН** = **МГ** – **АМ** [2]. Однако в литературе недостаточно рассмотрены вопросы синтеза систем с нерегулярными матрицами. В статье рассматривается пример такого решения задачи для многомерной цифровой системы управления с нерегулярной матрицей **В**.

Постановка задачи

Задана цифровая система управления, описываемая векторно-матричными уравнениями вида (1):

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{cases} \qquad (1)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nm} \end{pmatrix}, \quad n \neq m$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{l1} & \cdots & c_{ln} \end{pmatrix}$$

Управляющее воздействие формируется в виде **y**[n]=–**Kx**[n].

Необходимо определить выражение для матрицы K обратных связей по состоянию, которая обеспечивает развязку каналов, нулевую установившуюся ошибку при неизвестном векторе состояния.

Решение задачи

Задача в случае диагональной матрицы **Г** решается с использованием выражения $\mathbf{K} = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{\Gamma})$ для квадратной матрицы **В**.

Для нерегулярной матрицы **В** использовалось понятие псевдообратных матриц ($\mathbf{B}^{+1}$):

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}^{+1}(\mathbf{A} - \mathbf{\Gamma}) \qquad (2)$$

Матрица **Г** определяется по формуле:

$$\mathbf{\Gamma} = 0{,}5\,\mathbf{E}_n \qquad (3)$$

где $\mathbf{E_n}$ – единичная матрицы размера $n \cdot n$.

Так как вектор состояния не известен, в статье использовался объединенный регулятор, выполняющий функцию наблюдающего устройства и регулятора, рассчитываемый по предложенным формулам:

$$\mathbf{A}_p = (\mathbf{A} - \mathbf{HC} - \mathbf{BK}), \qquad (4)$$

$$\mathbf{B}_p = (\mathbf{B} \quad \mathbf{H}),\ \mathbf{C}_p = (-\mathbf{K})$$

$$\mathbf{D}_p = (1 \ldots 0)$$

Матрица **H** наблюдающего устройства рассчитывается с помощью пакета Matlab:

$\mathbf{H} = place(\mathbf{A}^T, \mathbf{C}^T, \mathbf{P})$, где $\mathbf{P} = [-z_1, \cdots - z_n]$ – вектор корней желаемого характеристического уравнения.

Пример

Пусть цифровой задан объект управления с неизвестным вектором состояния **x**[n]:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,8669 & -0,3773 & 0,1925 \\ 0,0352 & 0,9393 & -0,1701 \\ -0,022 & -0,3468 & 1,0498 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -0,1243 & 0,0949 \\ 0,067 & 0,115 \\ -0,132 & 0,3223 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T_0 = 0,2 \text{ с.}$$

Проверим управляемость и наблюдаемость системы:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} -0,1243 & 0,0949 & -0,1584 & 0,101 & -0,1985 & 0,1233 \\ 0,067 & 0,115 & 0,081 & 0,0565 & 0,0976 & 0,0062 \\ -0,132 & 0,3223 & -0,1591 & 0,2964 & -0,1916 & 0,2894 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0,8669 & -0,3773 & 0,1925 \\ 0,0352 & 0,9393 & -0,1701 \\ -0,022 & -0,3468 & 1,0498 \\ 0,7339 & -0.7482 & 0,4331 \\ 0,0673 & 0,9279 & -0,3317 \\ -0,0545 & -0,6816 & 1,1569 \end{pmatrix}$$

Поскольку *rank* ***P****=rank****N****=3*, исследуемый объект управления является полностью управляемым и наблюдаемым.

Зададим характеристики эталонной модели, определив матрицу **Г** по формуле (3):

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{pmatrix}$$

По формуле (2) определим матрицу линейных стационарных обратных связей **K**:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} -1,4211 & 4,2869 & -2,1306 \\ -0,2736 & 0,8153 & 0,607 \end{pmatrix}$$

Для сведения установившихся ошибок к нулю определим матрицу поправочных коэффициентов [1]:

$$\mathbf{K}_p = \begin{pmatrix} -2,2173 & -0,6624 & 1,1166 \\ 0,0039 & 0,0517 & -0,0856 \end{pmatrix}.$$

Моделирование

Для устранения перекрестных связей введем обратную связь с матрицей обратных связей по состоянию **K** (рис. 1):

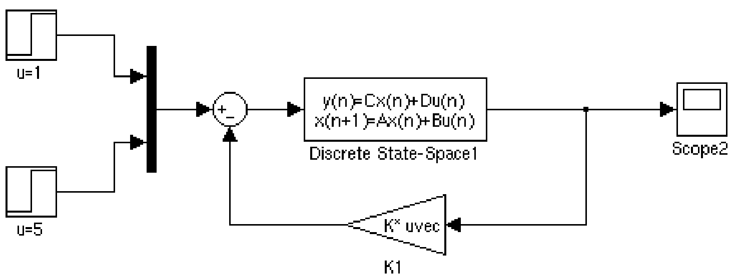

Рис. 1. Модель системы с матрицей обратных связей по состоянию

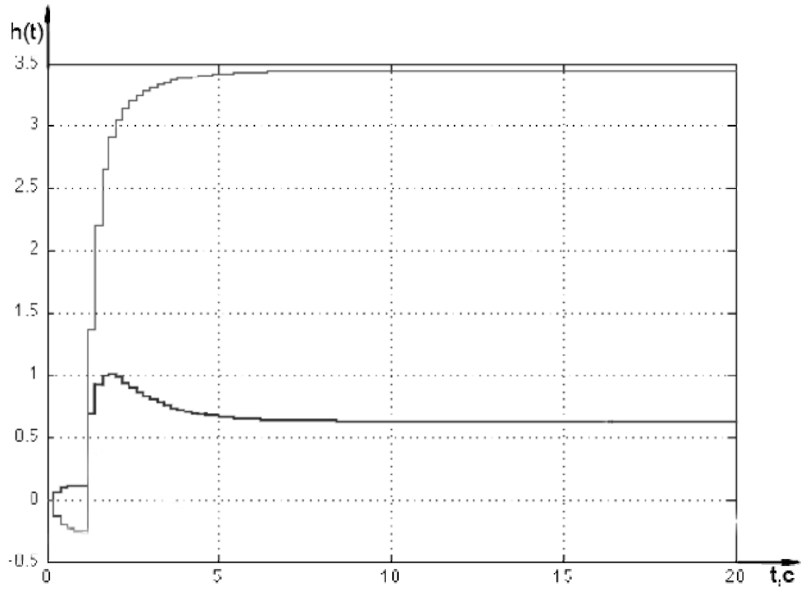

Рис. 2. График переходных процессов системы с матрицей обратных связей по состоянию

Как видно по графику переходного процесса (рис. 2), введением обратных связей по состоянию удалось исключить взаимное влияние каналов, но присутствует ошибка регулирования.

Так как решается задача с неизвестным вектором состояния, используем выражение (4) для синтеза многомерной системы:

$$\mathbf{A}_p = \begin{pmatrix} -0{,}6506 & 0{,}0428 & -0{,}1079 \\ 0{,}5391 & -0{,}8809 & 0{,}2496 \\ -0{,}3139 & 0{,}1264 & -0{,}9769 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}_p = \begin{pmatrix} -0{,}1243 & 0{,}0949 & 1{,}3669 & 0{,}0352 & -0{,}022 \\ 0{,}067 & 0{,}115 & -0{,}3773 & 1{,}4393 & -0{,}3468 \\ -0{,}132 & 0{,}3223 & 0{,}1925 & -0{,}1701 & 1{,}5498 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C}_p = \begin{pmatrix} 1{,}4211 & -4{,}2869 & 2{,}1306 \\ 0{,}2736 & -0{,}8153 & -0{,}607 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D}_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Разработанная модель в Matlab Simulink и график переходного процесса представлены соответственно на рисунках 3 и 4.

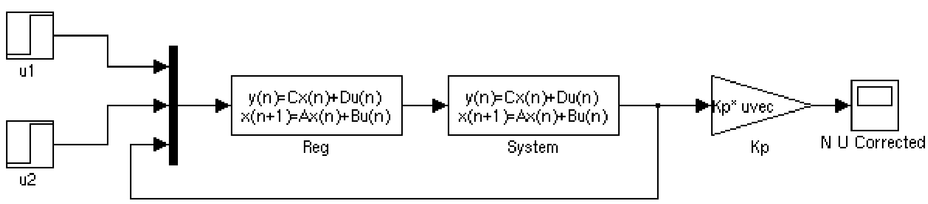

Рис. 3. Модель системы с объединенным регулятором

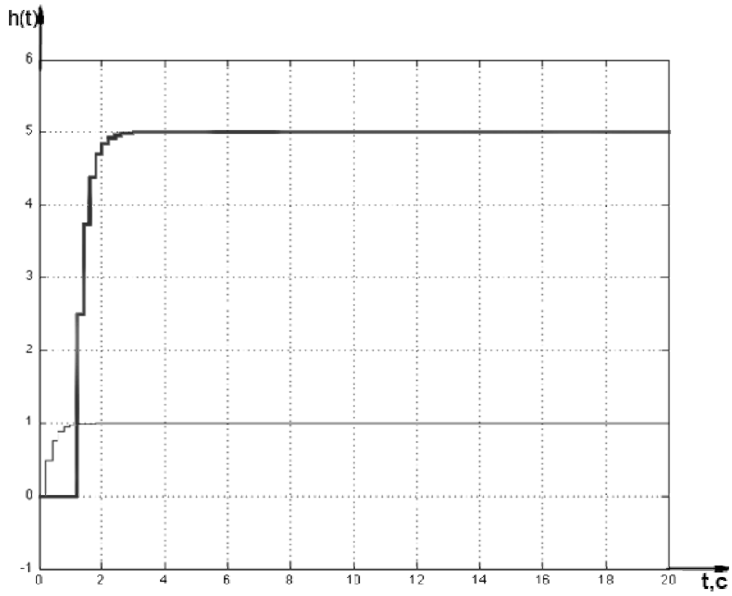

Рис. 4. График переходных процессов системы с объединенным регулятором и поправочными коэффициентами

Как видно по графику переходного процесса, разработанный объединенный регулятор многомерной цифровой системы восстанавливает весь вектор состояния, исключает перекрестное влияние каналов друг на друга и обеспечивает нулевую установившуюся ошибку регулирования по двум каналам управления.

Выводы

В статье предложен метод решения задачи синтеза цифровой многомерной системы управления с перекрестными связями и нерегулярной матрицей управления. Решение задачи стало возможным с применением псевдообратной матрицы и регулятора, который объединил функции наблюдения и регулирования.

Предложенный алгоритм был исследован на примере синтеза конкретной системы 3-го порядка с последующим моделированием с использованием прикладного пакета Matlab.

Список использованных источников

1. *Безклинський О. В.*, Алгоритм розрахунку матриці корегуючих коефіцієнтів при синтезі багатовимірних систем управління / О. В. Безклинський., Н. Б. Репнікова – Науково-практична міжвузівська конференція, м. Житомир, май 2011.
2. *Икрамов Х. Д.* Численное решение матричных уравнений / Хаким Икрамов. – М.: Изд-во «Наука», 1984. – 192 с.
3. Синтез систем автоматического управления методом модального управления / [Григорьев В.В., Журавлева Н.В., Лукьянова Г.В., Сергеев К.А.]. – С-Пб: СПбГУ ИТМО, 2007. – 108 с.

Поступила в редакцию 18 марта 2014 г.

УДК 62.52

А.В. Заславський, **Н.Б. Репнікова**, канд.тех.наук

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,

вул. Політехнічна , 41 , корпус 18 , м. Київ , 03056 , Україна.

Алгоритм синтезу цифрової багатовимірної системи керування з нерегулярними матрицями

Запропоновано алгоритм синтезу цифрового багатовимірної системи керування з перехресними зв'язками, який дозволяє розв'язати канали та отримати необхідну якість перехідного процесу. Запропоновано формулу розрахунку матриці зворотних зв'язків за станом для нерегуляр-

них матриць. Рішення задачі проілюстровано розрахунком і моделюванням системи 3-го порядку за допомогою прикладного пакету Matlab. Бібл. 3, рис. 4.

Ключові слова: *багатовимірна система, перехресні зв'язки, нерегулярна матриця, рівняння Сильвестра, матричне рівняння.*

UDC 62.52

A.V. Zaslavsky, **N.B. Repnikova**, Ph.D.

National Technical University of Ukraine " Kiev Polytechnic Institute",

Polytechnicheskaya str. 41, 18, Kiev, 03056, Ukraine.

Algorithm for synthesis of multidimensional digital control system with irregular matrices

An algorithm of multi-dimensional cross-linked digital control system synthesis is given, that allows you to divide the channels and obtain the required quality of the process. We give a formula of the state feed-back matrix for irregular matrices. The solution of the problem is illustrated by calculation and simulation of a third-order system using Matlab software. Referens 3, рис. 4.

Keywords: *multidimensional system, cross-links, irregular matrix, Sylvester equation, matrix equation.*

References:

1. *H. D. Ikramov* (1984), “Numerical solutions of matrix equations”, Moscow: “Nauka”. – P. 192 (Rus).
2. *V. V. Grigorev, N. V. Zhuravlyova, G. V. Lukyanova, K. A. Sergeev* (2007), “Synthesis of automatic control systems by modal control”. Saint Petersburg: SPNRU ITMO – P. 108 (Rus).
3. *O. V. Bezklinskiy, N. B. Repnikova* (2011), “Algorithm for calculating matrix corrective coefficients in the synthesis of multidimensional control systems”, Interuniversity Scientific Conference in Zhytomyr (Ukr).