

## Информационные системы и технологии

УДК 681.518.5

Ю. П. Буценко, канд. фіз.-мат. наук, В. А. Лабжинський, канд. техн. наук

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут",  
пр. Перемоги, 37, Київ-56, 03056, Україна.

### Прогнозування ситуацій і оптимізація прийняття рішень по поліпшенню екологічної обстановки в районах з хімічним забрудненням на основі скінченних ланцюгів Маркова

У роботі запропонована методика моделювання природно-технічних систем на основі скінченних ланцюгів Маркова, яка буде корисною дослідникам і експлуатаційникам складних технічних систем при прогнозуванні виникнення надзвичайних ситуацій за допомогою систем екологічного моніторингу. Наведені алгоритми оптимізації деяких параметрів вказаних систем. Бібл. 11, рис. 4.

**Ключові слова:** складні технічні системи, екологічний моніторинг, прогнозування виникнення надзвичайних ситуацій, статистичне дослідження, підтримка прийняття рішень.

#### Вступ

Ускладнення сучасних технічних систем та зростання техногенних ризиків, що виникають внаслідок забруднення навколишнього середовища, вимагає не тільки підвищення надійності таких систем, що досягається, зокрема, застосуванням розвинутих засобів контролю та діагностики, але й наявністю ефективних засобів прогнозування аварій, які можуть виникати в процесі експлуатації цих систем, своєчасного та оптимального реагування на надзвичайні ситуації. Мета встановлення постійного контролю над виникненням несправностей полягає в тому, щоб зменшити можливість раптових, таких, що підривають економіку підприємства або небезпечних зупинок виробництва, ушкоджень устаткування і нещасних випадків з персоналом, а також полегшити технічне обслуговування устаткування. Також слід мінімізувати імовірність виникнення критичних рівнів забруднення довкілля. Хоча прагнення до більшої надійності і меншої вартості на перший погляд можуть здатися несумісними, уважніше вивчення цього питання показує, що це не так [1].

В Україні для прогнозування наслідків хімічного забруднення довкілля затверджена за-

гальнодержавна методика [2]. Крім того, в районах розміщення екологічно небезпечних підприємств формуються специфічні природно-технічні системи, які вирізняються визначеними тенденціями змін довкілля, що іноді призводить до негативних еколого-економічних наслідків. Матеріальні витрати на відновлення природної рівноваги таких територій зазвичай є надзвичайно високими. Тому проблема створення адекватних методик моделювання та прогнозування роботи промислових підприємств для запобігання виникненню аварій на них – справа першорядної важливості.

#### Огляд існуючих підходів до прогнозування техногенних ризиків

Прогнозування стану навколишнього середовища під впливом техногенно небезпечних об'єктів набуває все більшого значення при вирішенні екологічних задач, пов'язаних з пошуком оптимальних форм управління екологічною безпекою [3]. Найбільш характерними з таких задач є наступні:

- екологічний моніторинг;
- нормування природокористування;
- оцінка впливу на довкілля промислових об'єктів.

Одним із традиційних підходів до прогнозування техногенного впливу на довкілля є використання математичних моделей, які описують процеси та явища, що характерні для досліджуваного природного об'єкта. При прогнозуванні стану навколишнього середовища найчастіше застосовують наступні методи:

- динамічні системи;
- часові ряди (регресії);
- марківські моделі.

Нехай при математичному моделюванні природний об'єкт (водний об'єкт, ґрунт, деревостан, атмосферне повітря тощо) розглядається як динамічна система, що містить в своєму

складі  $n$  компонентів. Математична модель природного об'єкта в цьому випадку, як правило, має форму системи диференціальних рівнянь [4]

$$dY_i/dt = g_i(Y_1, \dots, Y_n, V_1, \dots, V_m, t)$$

де  $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$  – вектор, що характеризує стан природного об'єкта;  $V = (V_1, \dots, V_m)$  – вектор зовнішніх факторів, що впливають на стан природного об'єкта;  $t$  – час. Розв'язанням системи диференціальних рівнянь є функціональні залежності  $Y_i = Y_i(t)$ , які дозволяють здійснювати прогнозування стану природного об'єкта.

За відсутності адекватної детермінованої динамічної моделі застосовують статистичні методи прогнозування. Серед статистичних методів найбільш розповсюдженим для розв'язання задачі екологічного прогнозування є регресійний аналіз [5].

Припустимо, що спостереження  $Y_i$  є сумою регулярної детермінованої складової та випадкових завод:

$$Y_i = f_i(X_i, \alpha) + \varepsilon_i, \quad (1)$$

де  $i = 1..N$  – номер спостереження;  $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik})$  – вектор вхідних факторів;  $f_i$  – функція регресії;  $\alpha$  – невідомий, у загальному випадку багатовимірний параметр,  $\alpha \in \mathbb{R}^m, m \leq N$ ;  $\varepsilon_i$  – завади (випадкові змінні), що мають нульове математичне сподівання, скінченну дисперсію та не корелюють одна з іншою. Рівняння (1) називають моделлю нелінійної регресії. Задача полягає в оцінюванні невідомого параметра  $\alpha$ . Як метод оцінювання, зазвичай, застосовують метод найменших квадратів (МНК), який приводить до задачі

оптимізації  $\sum_{i=1}^N (Y_i - f_i(X_i, \alpha))^2 \rightarrow \min$ . При

цьому значення  $\alpha$ , яке є розв'язком цієї задачі, називають оцінкою за МНК.

Обрану модель зіставляють з вихідними даними, щоб перевірити, наскільки точно вона описує часовий ряд. Модель вважається прийнятною, якщо остачі малі і мають нормальний розподіл.

Інший статистичний підхід для моделювання поведінки вказаних систем ґрунтується на стохастичному моделюванні. Стохастичне моделювання використовує не строгі співвідношення, а

експертну й емпіричну оцінки та універсальний математичний апарат. Запропоноване в роботі стохастичне моделювання, що ґрунтується на теорії скінченних ланцюгів Маркова [6], успішно застосовують в різних галузях промисловості [7].

Припустимо, що еволюцію екосистеми описують ланцюгом Маркова. При цьому переходи системи з одного стану в інший означають переміщення точки, що зображає поточний стан системи з однієї множини фазового простору до іншої, причому відповідну систему множин  $A_j, j = 1..m$  фазового простору будують на основі екологічних нормативів. Побудована на основі статистичної інформації матриця перехідних імовірностей

$P_{ij} = P\{\xi_{k+1} \in A_j / \xi_k \in A_i\}$ , де  $\xi_k$  – вектор стану системи в момент часу  $t_k$ ,  $\xi_{k+1}$  – той же вектор в момент часу  $t_{k+1}$ . Такий опис дозволяє розв'язувати, принаймні, три наступні задачі:

Визначати імовірності  $P_{ij}^{(n)}$  переходу системи зі стану  $A_i$  до стану  $A_j$  за  $n$  кроків.

Знаходити вектор  $P^{(n)}(B)$  імовірностей знаходження системи у всіх можливих станах множини  $B$  через  $n$  кроків, якщо відомий стан системи у початковий момент.

Для специфічних станів системи визначати імовірності потрапляння до них не більше ніж за  $n$  кроків та стаціонарні імовірності, які дозволяють визначати частку часу, який система перебуває в цих станах.

Основним недоліком існуючих методів прогнозування є неможливість оцінки середнього часу перебування системи у тій чи іншій множині станів та відсутність врахування економічного ефекту від її еволюції.

### Постановка задачі моделювання поведінки природно-технічних систем

Моделям, які ґрунтуються на скінченних ланцюгах Маркова, притаманні наступні характерні риси:

- простота змісту;
- врахування природним чином існуючих екологічних нормативів, оскільки фазовий простір будують на основі діючого екологічного законодавства;
- можливість зведення множини оцінюваних параметрів до елементів перехідної матриці.

Слід також зазначити, що застосування такої інтерпретації еволюції системи дозволяє позбавитись від необхідності визначення розподілів випадкових величин та процесів, що визначають стан системи.

Практичне застосування таких моделей завдяки наявній розвинутій теорії ланцюгів Маркова дозволяє використовувати наступні критерії оптимальності:

- мінімізувати імовірності станів системи, які є надзвичайними ситуаціями, у стаціонарному розподілі відповідного ланцюга;
- максимізувати середній час досягнення відповідного стану;
- мінімізувати шкоду від перебування системи в “екологічно несприятливих” станах;
- максимізувати економічний ефект від функціонування системи з врахуванням як прибутку від промислових об’єктів та позитивних соціальних зрушень, так і збитків екологічного походження.

Метою роботи є розробка методики прогнозування виникнення екологічної загрози, дослідження розподілу часу перебування природно-технічної системи в безпечних та несприятливих станах, еколого-економічний аналіз наслідків її еволюції.

### Методика прогнозування й оптимізації економічного ефекту на дискретній множині стратегій

Нехай система здійснює управління територіями, що являють собою об’єднання зон (регіонів), які надалі вважатимуться такими, що не перетинаються. Фазовий простір  $\Omega$  екосистеми є прямим добутком  $\Omega_I$ , де  $\Omega_I$  є множиною всіх можливих упорядкованих наборів значень концентрацій шкідливих речовин у повітряному та водному середовищах  $I$ -го регіону контрольованої території. Моделлю кожної з таких зон є відповідний ланцюг Маркова [8]. Природною модифікацією марківської властивості для розглянутої ситуації є наступна:

$$P(T_j \in A_k / T_1 \in A^{(1)}, \dots, T_m \in A^{(m)}) = \\ = P(T_j \in A_k / T_{j1}^{(1)} \in A^{(j1)}, \dots, T_{jr}^{(r)} \in A^{(jr)}),$$

тобто імовірність перебування  $j$ -ї зони у  $k$ -ому стані  $A_k$  визначається тим, у яких станах  $A^{(j1)}, \dots, A^{(jr)}$  перебувають суміжні з нею зони

$T_{j1}^{(1)}, \dots, T_{jr}^{(r)}$ . Відповідно, статистичні

дослідження перехідних імовірностей [9] для кожної зони мають включати в себе вивчення їх залежностей від “конфігурації” екологічної ситуації у суміжних з нею зонах. Зазначимо, що у деяких випадках навіть спостерігається детермінована залежність між станами суміжних зон з певним часовим лагом. Це має місце, наприклад, для стану повітряних басейнів у випадку сталих повітряних течій, для водних басейнів зон, розташованих послідовно за течією річок. Таким чином, виникнення надзвичайної ситуації навіть в одному регіоні (або навпаки, нормалізація екологічної обстановки в ньому) вимагає послідовного перерахунку матриць перехідних імовірностей для всієї контрольованої території. Слід зауважити, що подібні перерахунки часто приводять до отримання контроверсійних результатів (для одного й того ж регіону отримуємо різні перехідні матриці). Для усунення вказаних протиріч пропонується:

- на основі статистичних досліджень створити банк сценаріїв, які можуть виникнути в кожній зоні;
- для кожного сценарію розрахувати часові лаги міжрегіональних ефектів;
- оперативне управління здійснювати шляхом використання стандартних сценаріїв із одночасним контролем їх адекватності реальній обстановці.

Відзначимо, що форми взаємозалежності між перехідними матрицями для суміжних зон можуть розраховуватись двома способами:

- виходячи з наявних статистичних даних;
- на основі моделі кореспонденцій [10], що спирається на наявну інформацію про повітряні течії, динаміку водойм тощо.

Це вимагає:

- попереднього вибору найбільш імовірного на поточний момент способу формування такої залежності, пов’язаного з накопиченою інформацією;
- статистичного контролю інформації, що надходить, з точки зору вибору найімовірнішої гіпотези відповідно до наявної її динаміки.

Першим питанням, яке має вирішуватись при використанні цієї моделі, є питання про дискретність або неперервність часу (при еволюції ланцюга). Вибір ланцюгів Маркова з дискретним часом пов’язаний не тільки з наявним досвідом їх використання [8], але й з об’єктивною наявною періодичністю надходження

інформації у керуючу систему від її первинних ланок.

Для ланцюгів з дискретним часом постає проблема їх однорідності. Однорідні ланцюги істотно простіше досліджувати, проте їх застосування вимагає серйозного обґрунтування на основі статистичних даних, що не завжди можливо. В той же час природним є використання кількох однорідних моделей, адаптованих до режимів роботи підприємств та сезонів. Таким чином, одну задачу розгляду неоднорідного ланцюга можна замінити кількома задачами аналізу відповідних однорідних ланцюгів та розробкою алгоритму переходу від одного з них до іншого залежно від поточного стану.

Наступним є питання про вибір структури фазового простору (сукупності станів) ланцюга (рис. 1). Його вирішення ґрунтується на законодавчій базі, що визначає рівні екологічного забруднення та на необхідності

врахування таких рівнів для кожного з регіонів, що утворюють контрольовану систему. В той же час фазовий простір, побудований як прямий добуток “локальних” фазових просторів, що, в свою чергу, дублюють рівні забруднення у відповідних зонах, виявляється, з одного боку, занадто громіздким (за наявності  $m$  регламентованих рівнів забруднення та  $n$  зон він містить  $m^n$  станів) і, в той же час, є не завжди адекватним з точки зору опису системи, оскільки не містить чітко виділених “загрозливих” станів. З цієї точки зору є доцільним виділення в деяких зонах “перехідних” станів, що означають наближення до критичних рівнів забруднення або навпаки – тенденцію до їх зниження. Водночас, виходячи з економічних (обсяг можливих збитків) та інших міркувань, отриманий в такий спосіб фазовий простір підлягає укрупненню (тобто в певних випадках декілька станів слід об’єднати в один).

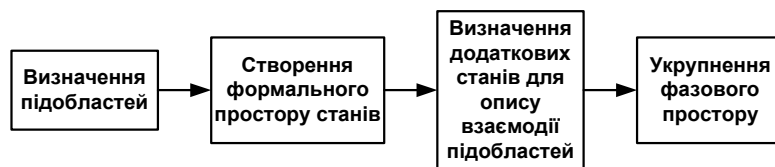


Рис. 1. Схема побудови графу станів системи

Після остаточного сформування фазового простору (який може бути різним при розв’язанні задач економічного, екологічного, політичного,

соціального, технологічного й інших напрямків) та визначення відповідної перехідної матриці, здійснюють класифікацію його станів (рис. 2).

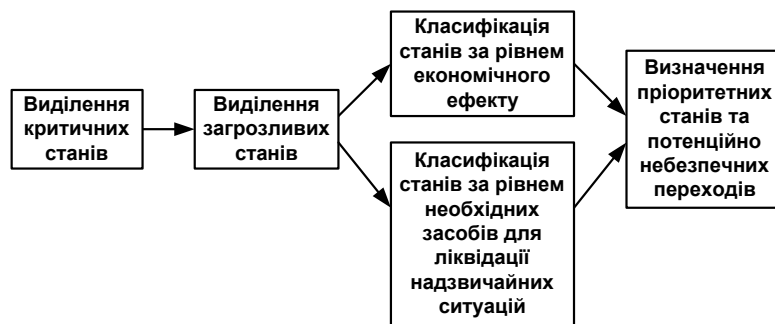


Рис. 2. Схема визначення базових характеристик станів системи

Поглибленого аналізу потребує можливість розкладу фазового простору на класи досяжності, тобто побудова графу станів ланцюга (рис. 3). Забезпечивши високу вірогідність визначення “стартового” стану системи, можна обмежитись розглядом ланцюга, що є нерозкладним.

Формальне (математичне) виділення поглинаючих станів системи має відповідати їх характеру як станів екологічної катастрофи, що впливає з обмеженості ресурсів природного очищення довкілля. Для таких станів визначають середній час їх досягнення та імовірність досягнення не раніше встановленого терміну.



Рис. 3. Схема знаходження перехідних імовірностей ланцюга Маркова для некритичних станів

Якщо при цьому для випадкового часу досягнення одного з таких станів  $\tau$  маємо математичне сподівання менше  $\tau_0$  ( $E(\tau) < \tau_0$ ), або для імовірності  $p^*$  попадання в такий стан не раніше визначеного часу справедлива нерівність  $p^* < p_0$ , де  $\tau_0, p_0$  – наперед встановлені значення, система розглядається як високонебезпечна і потребує структурних змін (рис. 4).

Для кожного з решти станів ланцюга, разом з його імовірнісними характеристиками, розглядають також еколого-економічні параметри: досяжний економічний ефект, допустимість

відповідного забруднення довкілля, можливість експлуатації природних ресурсів та технологічних об'єктів. Це дозволяє не тільки встановити "рейтинг" станів системи від максимально бажаних до вкрай небажаних, але й ставити для неї оптимізаційні задачі, виходячи з можливостей вибору початкового стану та впливу на матрицю перехідних імовірностей [9]. Враховуючи реальні характеристики системи, що розглядається, пропонується використовувати для моделювання її поведінки періодичні ланцюги Маркова [11], що дає додаткову можливість характеризувати та виявляти надзвичайні ситуації як "відхилення від періодичності" у поведінці системи.

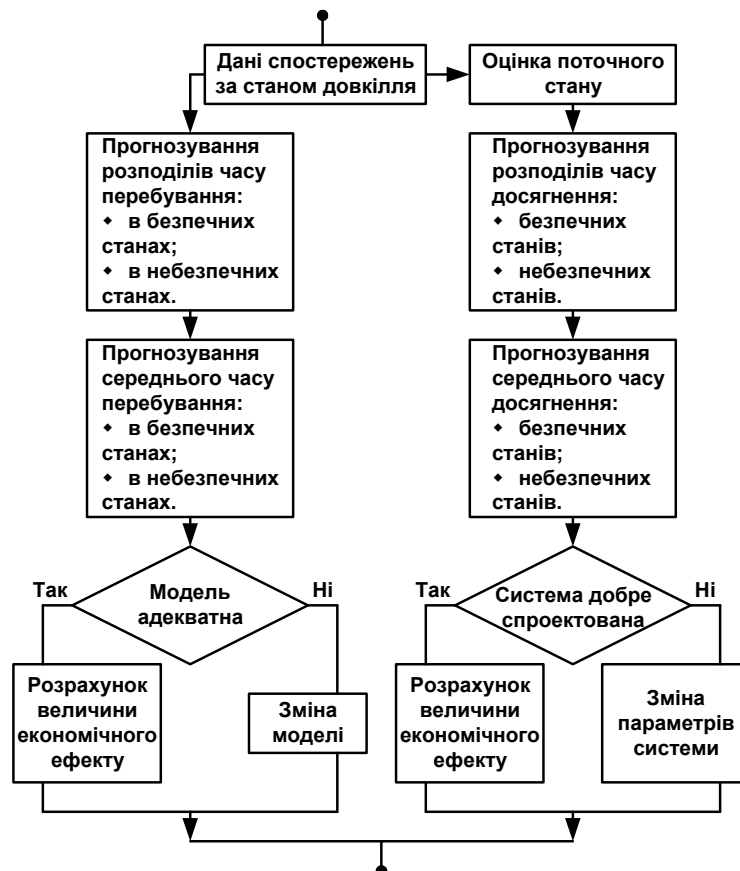


Рис. 4. Типовий цикл перевірки адекватності моделі та якості системи

Ще однією особливістю запропонованої методики є оптимізація на дискретній множині стратегій, побудованих на основі набору сценаріїв, що дозволяє уникнути суто математичних проблем при розв'язуванні екстремальних (а в деяких випадках варіаційних) задач завдяки реально існуючій системі режимів роботи промислових установок.

В роботі пропонується методика, що дозволяє об'єднати економічні оцінки з можливістю прогнозування ситуації й оптимізації прийняття рішень для поліпшення екологічної обстановки в районах, потенційно підданих хімічним забрудненням.

Етапи реалізації методики суть наступні:

1. За допомогою наявних перехідних матриць для ланцюгів, що описують екологічну обстановку у зонах, виокремлюють такі режими роботи технологічних систем, які можуть за наперед встановлений термін (не більше  $N$  переходів) призвести до ситуацій, які віднесено до категорії вкрай небезпечних, хоча б в одному з регіонів.

2. Для ситуацій, які вважають несприятливими, вибирається режим роботи, при якому мінімізується зважена сума імовірностей їх досягнення не більше ніж за  $M$  переходів або стаціонарних для конкретного ланцюга імовірностей цих станів. Коефіцієнти в такій зваженій сумі вибирають, виходячи з необхідності забезпечити належне обмеження очікуваного середнього рівня забруднення по кожній з його компонент:

$$\begin{cases} \alpha_{11} \cdot p_1 + \dots + \alpha_{1j} \cdot p_j \leq s_1 \\ \dots \\ \alpha_{k1} \cdot p_1 + \dots + \alpha_{kj} \cdot p_j \leq s_k \end{cases}$$

3. Після виконання попередніх дій для кожної з зон виконують оптимізацію за критерієм максимальної віддаленості системи від небезпечного рівня забруднення, тобто вибору такого режиму її функціонування, при якому математичне сподівання величини  $T$  є

$$T = E[T(f_1, \dots, f_n)] \rightarrow \max,$$

де  $T(f_1, \dots, f_n)$  – час досягнення величиною  $A_1 \cdot f_1 + \dots + A_n \cdot f_n$  критичного рівня  $F$ ,  $f_1, \dots, f_n$  – характеристики промислового забруднення зон,  $A_1, \dots, A_n$  – вагові коефіцієнти.

4. Якщо попередня задача розв'язана, але в наявності є ряд стратегій, результати застосування яких практично мало відрізняються від

оптимального, то для таких стратегій розраховують:

а) середню величину шкоди від перебування у екологічно небезпечних станах;

б) середній економічний ефект від функціонування системи, що враховує як прибутки від функціонування промисловості і позитивні соціально-економічні зрушення, так і описані вище збитки. Зрозуміло, що порівняння результатів вибору однієї з стратегій в такому випадку є необхідним для прийняття рішення на державному рівні.

Керування системою може здійснюватись як шляхом зміни фазового простору (перегляд норм та рівнів забруднення), так і зміною матриці перехідних імовірностей, причому обидва ці методи можуть послідовно комбінуватись. Зазначимо, що зміна матриці перехідних імовірностей може вимагати істотних капіталовкладень (наприклад, підвищення надійності промислових установок, зменшення рівнів викидів тощо), що має бути враховано при прийнятті відповідних оптимізуючих управлінських рішень.

### Висновок

В статті запропонована методика прогнозування виникнення надзвичайних ситуацій, що можуть мати місце при функціонуванні природно-технічної системи. Використання вказаної методики дозволить підвищити ефективність функціонування підприємств, приймати зважені управлінські рішення та створювати програмно-технологічні засоби реагування на надзвичайні ситуації.

### Список використаних джерел

1. Химмельблау Д. Обнаружение и диагностика неполадок в химических и нефтехимических процессах / Д. Химмельблау ; пер. с англ. – Л. : Химия, 1983. – 352 с.
2. Методика прогнозування наслідків вилливу (викиду) небезпечних хімічних речовин при аваріях на промислових об'єктах і транспорті [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/z0326-01>.
3. Панкратова Н. Д. Розпізнавання позаштатної ситуації в динаміці функціонування техногенно небезпечного об'єкта / Н. Д. Панкратова, А. М. Радюк // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 3. – С. 43–52.

4. *Малинецкий Г. Г.* Современные проблемы нелинейной динамики / Г. Г. Малинецкий, А. Б. Потапов. – М. : Эдиториал УРСС, 2000. – 336 с.
5. *Демиденко Е. З.* Оптимизация и регрессия / Е. З. Демиденко. – М. : Наука, 1989. – 296 с.
6. *Ли Ц.* Оценивание параметров марковских моделей по агрегированным временным рядам / Ц. Ли, Д. Джадж, А. Зельнер ; пер. с англ. – М. : Статистика, 1977. – 221 с.
7. *Бардин И. В.* Прогнозирование ситуаций и оптимизации принятия решений по улучшению экологической обстановки в районах с нефтяным загрязнением на основе конечных цепей Маркова / И. В. Бардин, Ю. Д. Моторыгин, М. А. Галишев // Проблемы управления рисками в техно-сфере. – 2009. – № 1–2. – С. 17–23.
8. *Адмаев О. В.* Использование марковских процессов для оценки экологической безопасности воздушного пространства города / О. В. Адмаев, Т. В. Гавриленко // Оптика атмосферы и океана. – 2010. – Т. 23, № 12. – С. 1087–1090.
9. *Карманов А. В.* Исследование управляемых конечных марковских цепей с неполной информацией (минимаксный подход) / А. В. Карманов. – М. : Физматлит, 2002. – 176 с.
10. *Хабаров В. И.* Марковская модель транспортных корреспонденций / В. И. Хабаров, Д. О. Молодцов, С. Г. Хомяков // Доклады ТУСУРа. – 2012. – № 1 (25), ч. 1. – С. 113–117.
11. *Приймак М. В.* Періодичні ланцюги Маркова в задачах статистичного аналізу і прогнозу енергонавантажень / М. В. Приймак // Технічна електродинаміка. – 2004. – № 2. – С. 3–7.

*Поступила в редакцию 13 декабря 2013 г.*

УДК 681.518.5

**Ю. П. Буценко**, канд. физ.-мат. наук, **В. А. Лабжинский**, канд. техн. наук

Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт",  
пр. Победы, 37, Киев-56, 03056, Украина.

## **Прогнозирование ситуаций и оптимизация принятия решений по улучшению экологической обстановки в районах с химическим загрязнением на основе конечных цепей Маркова**

*В работе предложена методика моделирования природно-технических систем на основе конечных цепей Маркова, которая будет полезна исследователям и эксплуатационникам сложных технических систем при прогнозировании возникновения чрезвычайных ситуаций с помощью систем экологического мониторинга. Приведены алгоритмы оптимизации некоторых параметров указанных систем. Библ. 11, рис. 4.*

**Ключевые слова:** сложные технические системы, экологический мониторинг, прогнозирование возникновения чрезвычайных ситуаций, статистическое исследование, поддержка принятия решений.

UDC 681.518.5

**Yu. P. Butsenko**, Ph.D., **V. A. Labzhinsky**, Ph.D.

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",  
Peremogy ave., 37, Kyiv-56, 03056, Ukraine.

## **Conditions forecasting and decision-making optimization to improve ecological state in areas with chemical pollution based on finite Markov chains**

*In the work a modelling procedure of natural-technical systems is suggested based on finite Markov chains, which will be useful for researchers and operators of complex technical systems when they make*

*emergency predictions using ecological monitoring systems. Certain parameters' optimization algorithms of specified systems have been adduced.* Reference 11, figures 4.

**Keywords:** *complex technical systems, ecological monitoring, emergency predictions, statistical research, decision making support.*

## References

1. *Himmelblau D.* (1983), "Fault detection and diagnosis in chemical and petrochemical processes". D. Himmelblau ; Transl. from Engl. Leningrad : Khimiya, p. 352. (Rus)
2. A procedure for prediction after-effects of issue (ejection) of dangerous chemical substances at industrial and traffic accidents [Electronic resource]. Access mode: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/z0326-01>. (Ukr)
3. *Pankratova N. D., Radyuk A. M.* (2008), "Extraordinary situation recognition in the dynamics of functioning technologically dangerous object". *Naukovi visti NTUU "KPI"*. No3. Pp. 43–52. (Ukr)
4. *Malinetsky G. G., Potapov A. B.* (2000), " Modern problems of non-linear dynamics". Moscow : Editorial URSS, P. 336. (Rus)
5. *Demidenko E. Z.* (1989), "Optimization and regression". Moscow : Nauka, P.296. (Rus)
6. *C. Lee, G. Judge, A. Zellner.* (1977), "Estimating the parameters of the Markov probability model from aggregate time series data". Transl. from Engl. Moscow : Statistika, P. 221. (Rus)
7. *I. V. Bardin, Yu. D. Motorygin, M. A. Galishev.* (2009), "Forecasting of situations and optimization of decision-making on improvement of ecological conditions in areas with oil pollution on the basis of finite Markov chains". *Problems of risk management in technosphere*. No 1–2. Pp. 17–23. (Rus)
8. *Admayev O. V., Gavrilenko T. V.* (2010), " The use of Markovian processes for estimation of ecological safety of urban airspace". *Optics of atmosphere and ocean*. Vol. 23, No 12. Pp. 1087–1090. (Rus)
9. *Karmanov A. V.* (2002), "A research of controlled finite Markov chains with incomplete information (a minimax approach)". Moscow : Fizmatlit, P. 176. (Rus)
10. *V. I. Khabarov, D. O. Molodtsov, S. G. Homyakov.*(2012), "A Markovian chains model for transport correspondence". *TUSUR's papers*. No 1 (25), part 1. Pp. 113–117. (Rus)
11. *Priymak M. V.* (2004), "Periodical Markov chains in problems of statistical analysis and forecasting of power load" *Technical electrodynamics*. No2. Pp. 3–7. (Ukr)