Электронные системы

УДК 621.314

В.Я. Жуйков, д-р техн. наук, Н.Н. Кузнецов

Анализ передаточных функций трансформатора с использованием метода гармонического баланса

В статье приведен вывод передаточных функций трансформатора с использованием метода гармонического баланса для нормального и насыщенного состояния сердечника.

The article presents transformer transfer functions derivation based on harmonic balance method. The normal and saturated modes of transformer is considered.

Ключевые слова: трансформатор, метод гармонического баланса, передаточная функция

Введение

Трансформаторы входят в состав большинства современных источников питания, выступая звеном информационного канала системы управления [1,2]. Известно, что одним из способов математического моделирования систем управления является нахождение и последующий анализ передаточных функций их звеньев [3]. Так как трансформатор является нелинейным звеном [4], определение его передаточной функции в аналитическом виде вызывает определенные трудности. Метод гармонического баланса [3,5] позволяет получить упрощенные передаточные функции для систем с нелинейностями.

В связи с широким распространением преобразователей, работающих на высоких частотах [1], в статье рассмотрен высокочастотный маломощный трансформатор с прямоугольной петлей гистерезиса в системе источника питания.

Модель трансформатора

Т-образная схема замещения трансформатора [6] представлена на рис. 1.а. В этой схемной модели *L*₀- индуктивность потокосцепления

трансформатора, r₀ - сопротивление, учитывающее потери в сердечнике, L_{S1}, L_{S2}, r₁, r₂ - индуктивности рассеяния и активные сопротивления первичной и вторичной обмоток соответственно, R_H - сопротивление нагрузки. Значения элементов, моделирующих параметры вторичной стороны трансформатора, включая сопротивление нагрузки, приведены к первичной обмотке. В случае, когда $r_0 >> R_H$ и $r_2 << R_H$, что обычно соответствует реальным трансформаторам, от Т-образной схемы замещения можно перейти к более простой Г-образной [4] (рис 1.б), где L_S- индуктивность рассеяния первичной и вторичной обмоток, приведенные к первичной обмотке, r - активное сопротивление первичной обмотки, *R_H* - сопротивление нагрузки, приведенное к первичной обмотке, U₁, U_2 , I_1 , I_2 , I_3 - операторные формы напряжений и токов в узлах и контурах схемы.

Для вывода передаточной функции воспользуемся Г-образной схемой замещения трансформатора. Этой схеме (рис 1.б) соответствует следующая система уравнений:

$$U_{1} = I_{1}(L_{S}p + r) + U_{2}$$

$$U_{2} = I_{2}R_{H}$$

$$I_{1} = I_{0} + I_{2}$$

$$I_{0} = \frac{I_{cp}}{N}H(p)$$
(1)

где *I_{cp}* - длина средней линии сердечника, *N* - количество витков первичной обмотки, *H*(*p*) - операторное выражение напряженности магнитного поля. При гармонической линеаризации



Рис. 1. Схемы замещения трансформатора. а – Т-образная, б – Г-образная

зависимость H(p) = F(p)B(p) заменяется зависимостью, эквивалентной по первой гармонике:

$$H(p) = \left(q + \frac{q'}{\omega}p\right)B(p) = \left(q + \frac{q'}{\omega}p\right)\frac{U_2}{pNS}$$
(2)

где q, q' - коэффициенты гармонической линеаризации функции H(p), ω - частота индукции $B(p) = \frac{U_2}{pNS}$, S - площадь поперечного сечения сердечника. Подставляя (2) в (1), получаем выражение, связывающее напряжения первичной U_1 и вторичной U_2 обмоток трансформатора:

$$U_{1} = \left[K_{0} \left(q + \frac{q'}{\omega} p \right) \frac{U_{2}}{p} + \frac{U_{2}}{R_{H}} \right] \left(L_{S} p + r \right) + U_{2} \qquad (3)$$

где $K_0 = \frac{I_{cp}}{N^2 S}$. Отсюда находим передаточную

функцию трансформатора $W(p) = \frac{U_2}{U_1}$:

$$W(p) = \frac{1}{\left[\frac{K_0\left(q + \frac{q'}{\omega}p\right) \frac{1}{p} + \frac{1}{R_H}\right] (L_S p + r) + 1}} = \frac{p}{p^2 L_S\left(\frac{K_0 \frac{q'}{\omega} + \frac{1}{R_H}\right) + p\left(\frac{K_0 q L_S + K_0 r \frac{q'}{\omega} + \frac{r}{R_H} + 1\right) + K_0 r q}} = \frac{p}{p^2 L_S\left(\frac{K_0 \frac{q'}{\omega} + \frac{1}{R_H}\right) + p\left(\frac{K_0 q L_S + K_0 r \frac{q'}{\omega} + \frac{r}{R_H} + 1\right) + K_0 r q}}$$

$$\frac{\rho}{\rho^2 \kappa_1 + \rho \kappa_2 + \kappa_3} \tag{4}$$

где

=

$$K_{1} = L_{S} \left(K_{0} \frac{q'}{\omega} + \frac{1}{R_{H}} \right),$$
$$K_{2} = \left(K_{0} q L_{S} + K_{0} r \frac{q'}{\omega} + \frac{r}{R_{H}} + 1 \right),$$

 $K_3 = K_0 rq$ - коэффициенты при степенях характеристического уравнения передаточной функции W(p).

Гармоническая линеаризация

Метод основан на использовании фильтрующих свойств системы. Когда эти свойства ярко выражены, форма сигналов в системе близка к синусоидальной. Тогда, независимо от вида периодических возмущений, приложенных к схеме, на ее выходе можно рассматривать лишь колебания основной гармонической составляющей [3].

Произведем гармоническую линеаризацию зависимости H(p) = F(p)B(p) для двух состояний состояния трансформатора: 1) нормального 2) насыщенного рис. 2.

Коэффициенты гармонической линеаризации определяются выражениями [3,5]:



Рис. 2. Эпюры магнитной индукции и напряженности магнитного поля сердечника трансформатора в нормальном и насыщенном состояниях

 $q = \frac{2}{\pi B_a} \int_{0}^{\pi} F(B_a \sin \phi) \sin \phi d\phi$

 $q' = \frac{2}{\pi B_a} \int_{0}^{\pi} F(B_a \sin \varphi) \cos \varphi d\varphi$

Нормальное состояние трансформатора.

Согласно рис. 2 и выражению (5), коэффициенты гармонической линеаризации имеют следующий вид:

$$q = \frac{2}{\pi B_{S}} \left[\int_{0}^{\pi/2} H_{C} \sin \varphi d\varphi + \int_{\pi/2}^{\varphi_{2}} \left(\frac{2H_{C}}{B_{S} - B_{0}} (B_{S} \sin \varphi - B_{0}) - H_{C} \right) \sin \varphi d\varphi - \int_{\varphi_{2}}^{\pi} H_{C} \sin \varphi d\varphi \right] =$$

$$= \frac{2}{\pi B_{S}} \left[-H_{C} \cos \varphi \Big|_{0}^{\pi/2} + H_{C} \cos \varphi \Big|_{\varphi_{2}}^{\pi} + \int_{\pi/2}^{\varphi_{2}} \left(\frac{2H_{C}B_{S}}{B_{S} - B_{0}} \sin \varphi - \frac{H_{C}(B_{S} + B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \right) \sin \varphi d\varphi \right] =$$

$$= \frac{2}{\pi B_{S}} \left[H_{C} - H_{C} - H_{C} \cos \varphi_{2} + \frac{H_{C}B_{S}}{B_{S} - B_{0}} \int_{\pi/2}^{\varphi_{2}} \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos 2\varphi}{2} \right) d2\varphi + \frac{H_{C}(B_{S} + B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \cos \varphi \Big|_{\pi/2}^{\varphi_{2}} \right] =$$

$$= \frac{2}{\pi B_{S}} \left[-H_{C} \cos \varphi_{2} + \frac{H_{C}(B_{S} + B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \cos \varphi_{2} + \frac{H_{C}B_{S}}{B_{S} - B_{0}} \left[\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right]_{\pi/2}^{\varphi_{2}} \right] =$$

$$= \frac{2}{\pi B_{S}} \left[\frac{2B_{0}H_{C}}{B_{S} - B_{0}} \cos \varphi_{2} + \frac{H_{C}B_{S}}{B_{S} - B_{0}} \left[\varphi_{2} - \frac{\pi}{2} - \sin \varphi_{2} \cos \varphi_{2} \right] \right]$$

(5)

$$\begin{aligned} q' &= \frac{2}{\pi B_{S}} \left[\int_{0}^{\pi/2} H_{C} \cos \varphi d\varphi + \int_{\pi/2}^{\varphi_{2}} \left(\frac{2H_{C}}{B_{S} - B_{0}} (B_{S} \sin \varphi - B_{0}) - H_{C} \right) \cos \varphi d\varphi - \int_{\varphi_{2}}^{\pi} H_{C} \cos \varphi d\varphi \right] = \\ &= \frac{2}{\pi B_{S}} \left[H_{C} \sin \varphi \Big|_{0}^{\pi/2} - H_{C} \sin \varphi \Big|_{\varphi_{2}}^{\pi} + \int_{\pi/2}^{\varphi_{2}} \left(\frac{2H_{C}B_{S}}{B_{S} - B_{0}} \sin \varphi - \frac{H_{C}(B_{S} + B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \right) \cos \varphi d\varphi \right] = \\ &= \frac{2}{\pi B_{S}} \left[H_{C} (1 + \sin \varphi_{2}) + \frac{H_{C}B_{S}}{B_{S} - B_{0}} \int_{\pi/2}^{\varphi_{2}} \left(\frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) d2\varphi - \frac{H_{C}(B_{S} + B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \sin \varphi \Big|_{\pi/2}^{\varphi_{2}} \right] = \end{aligned}$$
(7)
$$&= \frac{2}{\pi B_{S}} \left[H_{C} (1 + \sin \varphi_{2}) - \frac{H_{C}(B_{S} + B_{0})}{B_{S} - B_{0}} (\sin \varphi_{2} - 1) - \frac{1}{2} \frac{H_{C}B_{S}}{B_{S} - B_{0}} \cos 2\varphi \Big|_{\pi/2}^{\varphi_{2}} \right] = \\ &= \frac{2}{\pi B_{S}} \left[\frac{2H_{C}B_{S}}{B_{S} - B_{0}} - \frac{2H_{C}B_{0}}{B_{S} - B_{0}} \sin \varphi_{2} - \frac{H_{C}B_{S}}{B_{S} - B_{0}} \cos^{2} \varphi_{2} \right] \end{aligned}$$

Учитывая, что $\varphi_2 > \frac{\pi}{2}$ и $B_S \sin \varphi_2 = B_0$ пс. 2), $\sin \varphi_2 = \frac{B_0}{B_S}$, $\cos \varphi_2 = -\sqrt{1 - \frac{B_0^2}{B_S^2}}$, $q' = \frac{2H_C}{\pi B_S (B_S - B_0)} \left[2B_S - 2\frac{B_0^2}{B_S} - \frac{B_S^2 - B_0^2}{B_S} \right] = \frac{2H_C}{\pi (B_S - B_0)} \left(1 - \frac{B_0^2}{B_S^2} \right)$ (6) (рис. a-

$$\varphi_2 = \pi - \arcsin \frac{D_0}{B_S}$$
, выражения (6) и (7) преобра
зуются к виду:

$$q = \frac{H_{\rm C}}{B_{\rm S} - B_0} \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(\arcsin \frac{B_0}{B_{\rm S}} + \frac{B_0 \sqrt{B_{\rm S}^2 - B_0^2}}{B_{\rm S}^2} \right) \right]$$
(8)

(9)

Подставляя (8) и (9) в (4), получаем передаточную функцию трансформатора в нормальном состоянии. При упрощенном анализе, допуская, что $B_0 \rightarrow B_S$, выражение (8) сведется к виду:

$$q = \frac{H_{\rm C}}{B_{\rm S} - B_0} \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(\arcsin \frac{B_0}{B_{\rm S}} + \frac{\sqrt{B_{\rm S}^2 - B_0^2}}{B_{\rm S}} \right) \right] \quad (10)$$

Выражен Подставляя (9) и (10) в (4), получаем упрощенную передаточную функцию трансформатора в нормальном состоянии.

Насыщенное состояние трансформатора. Для насыщенного состояния коэффициенты гармонической линеаризации (5) определяются выражениями:

$$\begin{aligned} q &= \frac{2}{\pi B_{M}} \left[\bigvee_{0}^{\varphi_{1}^{'}} H_{C} \sin\varphi d\varphi + \bigvee_{\varphi_{1}^{'}}^{\varphi_{2}^{'}} \left(\frac{2H_{C}}{B_{S} - B_{0}} (B_{M} \sin\varphi - B_{0}) - H_{C} \right) \sin\varphi d\varphi - \int_{\varphi_{2}^{'}}^{\pi} H_{C} \sin\varphi d\varphi \right] = \\ &= \frac{2}{\pi B_{M}} \left[-H_{C} \cos\varphi |_{0}^{\varphi_{1}^{'}} + H_{C} \cos\varphi |_{\varphi_{2}^{'}}^{\pi} + \int_{\varphi_{1}^{'}}^{\varphi_{2}^{'}} \left(\frac{2H_{C}B_{M}}{B_{S} - B_{0}} \sin\varphi - \frac{H_{C}(B_{S} + B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \right) \sin\varphi d\varphi \right] = \\ &= \frac{2}{\pi B_{M}} \left[-H_{C} \left(\cos\varphi_{1}^{'} + \cos\varphi_{2}^{'} \right) + \frac{H_{C}B_{M}}{B_{S} - B_{0}} \int_{\varphi_{1}^{'}}^{\varphi_{2}^{'}} \left(\frac{2}{2} - \frac{\cos2\varphi}{2} \right) d2\varphi + \frac{H_{C}(B_{S} + B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \cos\varphi |_{\varphi_{1}^{'}}^{\varphi_{2}^{'}} \right] = \\ &= \frac{2}{\pi B_{M}} \left[-H_{C} \left(\cos\varphi_{1}^{'} + \cos\varphi_{2}^{'} \right) + \frac{H_{C}(B_{S} + B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \left(\cos\varphi_{2}^{'} - \cos\varphi_{1}^{'} \right) + \frac{H_{C}B_{M}}{B_{S} - B_{0}} \left[\varphi_{2}^{'} - \varphi_{1}^{'} - \sin\varphi_{2}^{'} \cos\varphi_{2}^{'} + \sin\varphi_{1}^{'} \left(\cos\varphi_{1}^{'} \right) \right] \right] \\ &= \frac{2}{\pi B_{M}} \left[\frac{2H_{C}}{B_{S} - B_{0}} \left(B_{0} \cos\varphi_{2}^{'} - B_{S} \cos\varphi_{1}^{'} \right) + \frac{H_{C}B_{M}}{B_{S} - B_{0}} \left[\varphi_{2}^{'} - \varphi_{1}^{'} - \sin\varphi_{2}^{'} \cos\varphi_{2}^{'} + \sin\varphi_{1}^{'} \left(\cos\varphi_{1}^{'} \right) \right] \right] \\ &= \frac{2}{\pi B_{M}} \left[\int_{0}^{\varphi_{1}^{'}} H_{C} \cos\varphi d\varphi + \int_{\varphi_{1}^{'}}^{\varphi_{2}^{'}} \left(\frac{2H_{C}}{B_{S} - B_{0}} \left(B_{M} \sin\varphi - B_{0} \right) - H_{C} \right) \cos\varphi d\varphi - \int_{\varphi_{2}^{'}}^{\pi} H_{C} \cos\varphi d\varphi \right] = \\ &= \frac{2}{\pi B_{M}} \left[H_{C} \sin\varphi_{0}^{|\varphi_{1}^{'}} - H_{C} \sin\varphi_{0}^{|\pi_{2}^{'}} + \int_{\varphi_{1}^{'}}^{\varphi_{2}^{'}} \left(\frac{2H_{C}B_{M}}{B_{S} - B_{0}} \sin\varphi - \frac{H_{C}(B_{S} + B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \right) \cos\varphi d\varphi \right] = \\ &= \frac{2}{\pi B_{M}} \left[H_{C} \left(\sin\varphi_{1}^{'} + \sin\varphi_{2}^{'} \right) + \frac{H_{C}B_{M}}{B_{S} - B_{0}} \int_{\varphi_{1}^{'}}^{\varphi_{1}^{'}} \left(\frac{2H_{C}B_{M}}{B_{S} - B_{0}} \right) d2\varphi - \frac{H_{C}(B_{S} + B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \sin\varphi_{0}^{|\varphi_{1}^{'}} \right] = \\ &= \frac{2}{\pi B_{M}} \left[\frac{H_{C}(B_{S} - B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \left(\sin\varphi_{1}^{'} - \sin\varphi_{2}^{'} \right) - \frac{1}{2} \frac{H_{C}B_{M}}{B_{S} - B_{0}} \cos2\varphi_{0}^{|\varphi_{1}^{'}} \right] = \\ &= \frac{2}{\pi B_{M}} \left[\frac{H_{C}(B_{S} - B_{0})}{B_{S} - B_{0}} \left(\sin\varphi_{1}^{'} - \sin\varphi_{1}^{'} - \sin\varphi_{2}^{'} \right) - \frac{1}{B_{S} - B_{0}} \left(\sin\varphi_{1}^{'} - \sin\varphi_{1}^{'} - \sin\varphi_{1}^{'} \right) \right]$$

Учитывая, что $\varphi_1' < \frac{\pi}{2}$, $\varphi_2' > \frac{\pi}{2}$, $B_M \sin \varphi_1' = B_S$, $B_M \sin \varphi_2' = B_0$ (рис. 2), $\sin \varphi_1' = \frac{B_S}{B_M}$ $\sin \varphi_2' = \frac{B_0}{B_M}$, $\cos \varphi_1' = \sqrt{1 - \frac{B_S^2}{B_M^2}}$, $\cos \varphi_2' = -\sqrt{1 - \frac{B_0^2}{B_M^2}}$, $\varphi_1' = \arcsin \frac{B_S}{B_M}$, $\varphi_2' = \pi - \arcsin \frac{B_0}{B_M}$, выраже-

ния (11) и (12) преобразуются к виду:

$$q = \frac{2H_C}{\pi(B_S - B_0)} \left[\pi - \arcsin\frac{B_0}{B_M} - \arcsin\frac{B_S}{B_M} - \frac{B_0\sqrt{B_M^2 - B_0^2}}{B_M^2} - \frac{B_S\sqrt{B_M^2 - B_S^2}}{B_M^2} \right]$$
(13)

$$q' = \frac{2H_{C}}{\pi B_{M} (B_{S} - B_{0})} \left[2\frac{B_{S}^{2}}{B_{M}} - 2\frac{B_{0}^{2}}{B_{M}} - \frac{B_{M} (B_{S}^{2} - B_{0}^{2})}{B_{M}^{2}} \right] = \frac{2H_{C} (B_{S} + B_{0})}{\pi B_{M}^{2}}$$
(14)

(13) и (14) используются для нахождения передаточной функции (4). Для упрощенной передаточной функции, при допущении, что $B_M >> B_S$ μ $B_0 \to B_S$, $\arcsin \frac{B_S}{B_M} \approx \frac{B_S}{B_M}$, $\arcsin \frac{B_0}{B_M} \approx \frac{B_0}{B_M}$, $B_S + B_0 \rightarrow 2B_S$ (13) и (14) пре-

образуются следующим образом:

$$q = \frac{2H_{\rm C}}{\pi(B_{\rm S} - B_0)} \left[\pi - \frac{4B_{\rm S}}{B_{\rm M}} \right]$$
(15)

$$q' = \frac{4H_C B_S}{\pi B_M^2} \tag{16}$$

Подставляя (15) и (16) в (4), получаем упрощенную передаточную функцию трансформатора в насыщенном состоянии.

При обычных параметрах для высокочастотных трансформаторов маломощных источников питания порядка нескольких сотен ватт, величина коэффициентов q и q' для нормального состояния составит примерно 0,7 и 30, для насыщенного состояния - 4000 и 0,3, коэффициент $K_0 = 0,1,$ индуктивность рассеивания L_S - единицы мкГн, r и Rн – единицы и сотни Ом соответственно. Тогда коэффициенты К1, К2 и К3 упрощенной передаточной функции для нормального состояния трансформатора примут вид

$$K_1 = L_S \left(K_0 \frac{q'}{\omega} + \frac{1}{R_H} \right), \quad K_2 = 1, \quad K_3 = K_0 r q, \quad для$$

насыщенного состояния $K_1 = \frac{L_S}{R_{II}}$, $K_2 = 1$,

 $K_3 = K_0 rq$. При этом передаточная функция (4) в нормальном состоянии сводится к виду:

$$W(p) = \frac{p}{p^2 L_{S}\left(K_0 \frac{q'}{\omega} + \frac{1}{R_H}\right) + p + K_0 rq}, \quad (17)$$

а в состоянии насыщения:

$$W(p) = \frac{p}{p^2 \frac{L_S}{R_H} + p + K_0 rq},$$
 (18)

где $K_0 = \frac{I_{cp}}{N^2 S}$, *q* и *q*' для выражения (17) определяются по формулам (10) и (9), для выражения (18) - по формулам (15) и (16). Согласно теории гармонического анализа для симметричных однозначных нелинейностей, $q \neq 0$, $q' \equiv 0$, а для симметричных неоднозначных нелинейностей $q \neq 0$, $q' \neq 0$ [3,5]. Как видно из (18) в насыщенном состоянии влияние гистерезиса несущественно.

Ошибка моделирования. При гармонической линеаризации зависимости H(p) = F(p)B(p) учитывается только первая гармоника (5). Оценим влияние высших гармоник ΔH на выходное напряжение трансформатора. Для этого построим передаточную функцию $W_{O}(p)$ для разностного напряжения U_{P} – разницы реального напряжения и напряжения U2, полученного с помощью передаточной функции (4). Соответствующая система уравнений повторяет (1):

$$\begin{cases} U_{1} = I_{1}(L_{S}p + r) + U_{P} \\ U_{P} = I_{2}R_{H} \\ I_{1} = I_{0} + I_{2} \\ I_{0} = \frac{I_{cp}}{N} \Delta H(p) \end{cases}$$
(19)

где $\Delta H(p) = \Delta H \cdot B(p)$. Из (19) находим передаточную функцию:

$$W_{\rm O}(p) = \frac{p}{p^2 K_1' + p K_2' + K_3'}, \qquad (20)$$

где

$$K_{1}^{'} = \frac{L_{S}}{R_{H}}, K_{2}^{'} = \left(K_{0}\Delta H L_{S} + \frac{r}{R_{H}} + 1\right), K_{3}^{'} = K_{0}r\Delta H$$

- коэффициенты при степенях характеристического уравнения $W_{\Omega}(p)$.

Оценим величину высших гармоник напряженности магнитного поля для нормального состояния трансформатора (рис. 2):

$$\Delta H = \frac{2}{\pi} \left[\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} H_{C} d\phi + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\phi_{2}} \left(\frac{2H_{C}}{B_{S} - B_{0}} (B_{S} \sin \phi - B_{0}) - H_{C} \right) d\phi - \int_{\phi_{2}}^{\pi} H_{C} \phi d\phi \right] - \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\pi} (q \sin \phi + q' \cos \phi) d\phi =$$
$$= \frac{2}{\pi} \left[-\frac{2B_{0}H_{C}}{B_{S} - B_{0}} (\phi_{2} - \frac{\pi}{2}) - \frac{2H_{C}B_{S}}{B_{S} - B_{0}} \cos \phi_{2} \right] - \frac{4}{\pi} q =$$

$$=\frac{4H_{C}}{\pi(B_{S}-B_{0})}\left[\sqrt{B_{S}^{2}-B_{0}^{2}}-B_{0}\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin\frac{B_{0}}{B_{S}}\right)-1+\frac{2}{\pi}\left(\arcsin\frac{B_{0}}{B_{S}}+\frac{B_{0}\sqrt{B_{S}^{2}-B_{0}^{2}}}{B_{S}^{2}}\right)\right]=$$

$$=\frac{4H_{C}}{\pi(B_{S}-B_{0})}\left[\frac{\left(2B_{0}+\pi B_{S}^{2}\right)}{\pi B_{S}^{2}}\sqrt{B_{S}^{2}-B_{0}^{2}}-\left(B_{0}+\frac{2}{\pi}\right)\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin\frac{B_{0}}{B_{S}}\right)\right]$$
(21)

где q, определяется по (8).

 ΔH для насыщенного состояния (рис. 2):

$$\Delta H = \frac{2}{\pi} \left[\int_{0}^{\Phi_{1}'} H_{C} d\phi + \int_{\phi_{1}'}^{\Phi_{2}'} \left(\frac{2H_{C}}{B_{S} - B_{0}} (B_{M} \sin \phi - B_{0}) - H_{C} \right) d\phi - \int_{\phi_{2}'}^{\pi} H_{C} \phi d\phi \right] - \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\pi} (q \sin \phi + q' \cos \phi) d\phi =$$

$$= \frac{2}{\pi} \frac{H_{C}}{B_{S} - B_{0}} \left[2B_{S} \phi_{1}' - 2B_{0} \phi_{2}' - (B_{S} - B_{0}) \pi - 2B_{M} \left(\cos \phi_{2}' - \cos \phi_{1}' \right) \right] -$$

$$- \frac{4}{\pi} \frac{2H_{C}}{\pi (B_{S} - B_{0})} \left[\pi - \arcsin \frac{B_{0}}{B_{M}} - \arcsin \frac{B_{S}}{B_{M}} - \frac{B_{0} \sqrt{B_{M}^{2} - B_{0}^{2}}}{B_{M}^{2}} - \frac{B_{S} \sqrt{B_{M}^{2} - B_{S}^{2}}}{B_{M}^{2}} \right] =$$

$$= \frac{2H_{C}}{\pi (B_{S} - B_{0})} \left[\left(2B_{S} + \frac{4}{\pi} \right) \arcsin \frac{B_{S}}{B_{M}} + \left(2B_{0} + \frac{4}{\pi} \right) \arcsin \frac{B_{0}}{B_{M}} +$$

$$+ \left(2 + \frac{4B_{S}^{2}}{\pi B_{M}^{2}} \right) \sqrt{B_{M}^{2} - B_{S}^{2}} + \left(2 + \frac{4B_{0}^{2}}{\pi B_{M}^{2}} \right) \sqrt{B_{M}^{2} - B_{0}^{2}} - \pi \left(B_{S} + B_{0} + \frac{4}{\pi} \right) \right]$$

$$(22)$$

где q, определяется по (13). Подставляя (21) и (22) в (20) получаем передаточную функцию для напряжения ошибки. Для нормального состояния трансформатора напряжение ошибки незначительно. Для состояния слабого насыщения влияние высших гармоник существенно, что следует учитывать при линеаризации нелинейности H(p). Полученных передаточных функций (4) и (18) трансформатора в насыщении достаточно для определения характера выходного напряжения U_2 , а функцию (20) удобно использовать для введения звена коррекции ошибки в систему управления, содержащую трансформатор.

Выводы

Полученные передаточные функции пригодны для аналитического определения формы сигналов трансформатора, что позволяет оценивать работу системы для нормального и

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт» насыщенного состояния с оценкой разностного напряжения, вызванного ошибкой метода.

Литература

- Мэк Р. Импульсные источники питания. Теоретические основы проектирования и руководство по практическому применению. Пер с англ. М.:2008 – 272с.
- 2. Готлиб И.М. Источники питания. Инверторы, конверторы, линейные и импульсные стабилизаторы М.:2002 544с.
- Михайлов В.С. Теория управления. К.:1988-312с.
- Браун М. Источники питания. Расчет и конструирование. Пер. с англ. К.: 2007 -288.с.
- Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. М.:1988-256с.
- Б.Ю. Семенов. Силовая электроника для любителей и профессионалов. М.:2001