# Методы и средства обработки сигналов и изображений

## УДК 616.12

О.В. Борисов, канд. техн. наук, П.Г. Молюков, В.О. Фесечко, канд. техн. наук, Є.В. Хитрик

# Модифікований метод анізотропної фільтрації ультразвукових зображень зі спектром

Для обробки медичних ультразвукових зображень зі спеклом вдосконалено метод фільтрації і отримано відповідний алгоритм реставрації. Поєднано теоретичні основи анізотропної дифузії для збереження дрібносудинних стрктур і відомий підхід до знешумлення акустичних зображень. Використовували адитивно-мультиплікативну модель спекл-шума.

For the medical ultrasonic images processing with a speckle the method of filtration is improved and the proper algorithm of restoration is developed. Theoretical bases of anisotropic diffusion for the maintainance of shallow-vessel structures and the well-known approach for the noise erasing are combined. An additivemultiplicative model of speckle-noise is used.

#### Вступ

Когерентна природа ультразвука призводить до спотворення отримуваних зображень спеклшумом внаслідок взаємодії скануючого променя із шорсткуватими границями і дифузними розсіювачами біологічних середовищ, що утруднює інтерпритацію отримуваних акустичних зображень навіть для досвідчених клініцистів. Крім того, ускладнюється завдання сегментації зображень.

Спільною проблемою численних розроблених методів усунення спекл-шуму (статистичні, адаптивні, гамма-фільтри, фільтри на вейвлетах) є високий ризик "стирання" або значного "розмивання" дрібних структур (наприклад, судин) і граничних областей на зображенні, які представляють для клініциста першочергове діагностичне значення. Це відбувається внаслідок того, що очищуючий фільтр ідентифікує дрібні структури зображення як шум.

Метою роботи є розробка такого алгоритму фільтрації, при якому дрібноструктурні елементи і границі на зображенні будуть зберігатися, а їх контраст підсилюватися. Це значно підвищить діагностичну цінність отримуваних зображень і знизить ризик їх помилкового трактування. Спершу розглядається математична модель анізотропної дифузії Перона-Маліка і виконується її адаптація під прийняту в даній роботі адитивномультиплікативну модель спекл-шуму. Далі описується розроблений алгоритм фільтрації і його параметри. В кінці роботи представлені результати обробки алгоритмом синтезованих зображень і зазначаються кількісні зміни відношення сигнал/шум для цих зображень до і після фільтрації.

#### Основна частина

Спекл-шум, як відомо, в окремих випадках описується релеєвським законом розподілу. Проте зображення, отримані за допомогою ехоімпульсної ультразвукової системи мають різноманітні особливості. Однією з них є попереднє логарифмічне стиснення сигналів. Аналітичні дослідження логарифмічно стиснутих релеєвських сигналів показали, що лінійний зв'язок між математичним сподіванням і середньоквадратичним відхиленням неприпустимий для випадку ультразвукових зображень. Експериментальні дослідження виявили, що ультразвукові зображення зі спеклом можуть бути промодельовані в наступний спосіб:

$$u_0 = u + u^{1/2} n \,, \tag{1}$$

де *и* означає інтенсивність оригінального сигналу;  $u_0$  – інтенсивність спостережуваного (зашумленого) сигналу; n – гаусівська змінна з нульовим середнім знченням і середньоквадратичним відхиленням  $\sigma_n$ .

В рамках даної роботи ми використовуємо рівняння (1) як модель для опису спекл-шуму в ультразвуковому зображенні.

Запишемо рівняння анізотропної дифузії:

$$\begin{cases} u(x,0) = u_0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(F) + \beta(u_0 - u) \end{cases}$$
(2)

де *F*- дифузний потік;  $\beta$  – коефіцієнт прикріплення даних;  $\beta(u_0 - u)$  – член прикріплених даних.

При *β* = 0 маємо випадок анізотропної дифузії, де використовується дифузна матриця *D* і потік

$$F = D \operatorname{grad}(u).$$

Матриця *D* може бути записана в діагональній формі з власними векторами ( $v_0$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ ) і власними значеннями  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ . Отже потік можна записати як

$$F = D \text{grad}(u) = \sum_{i=0}^{2} \lambda_i u_{vi} v_i,$$

де  $u_{vi} = \text{grad}(u)\mathbf{v}_i$  – перша похідна інтенсивності у напрямку вектора  $\mathbf{v}_i$ .

Ми використовуємо потік **F**, розкладений по базису напрямку градієнта (**v**<sub>0</sub>) і напрямків максимального (**v**<sub>1</sub>) і мінімального (**v**<sub>2</sub>) викривлення границі на зображенні, які визначаються із згладжуваного зображення  $u^{*}$ , причому процес згладжування реалізується через згортку з гауссіаном із середньоквадратичним відхиленням  $\sigma$ . Напрямки головних викривлень обчислюються як два власні вектори матриці  $PH_{\sigma}P$ , де  $H_{\sigma}$  – матриця Гесса для зображення  $u^{*}$ ; P – ортогональна проекція матриці на напрямок градієнта, тобто

$$H' = PH_{\sigma}P$$

$$P = I - (\operatorname{grad}(u^{*}) / |\operatorname{grad}(u^{*})|) \times I$$

x  $(\operatorname{grad}(u^{*}) / | \operatorname{grad}(u^{*})|)^{t}$ ,

де І – ідентична тривимірна матриця.

Власні значення дифузної матриці вибираються як функції перших похідних інтенсивності у напрямках відповідних власних векторів і можуть бути записані як

$$\lambda_i(u_{\mathbf{v}i}) = u_{\mathbf{v}i} \cdot g_i (u_{\mathbf{v}i}).$$

Дифузія у напрямку градієнта задається дифузною функцією Перона – Маліка, тобто

$$g_0(x) = \exp(-x^2/\delta^2),$$

де δ – поріг спрацьовування на похідну інтенсивності у напрямку згладжуючого градієнта, а 0 < g1 < g2 ≤ 1 спрямовують дифузію в напрямках головних (мінімального і максимального) викривленнь.

Вперше член прикріплених даних β(u<sub>0</sub> – u) в (2) був запроваджений Нордстромом [1], який запропонував об'єднати різноманітні методи енергетичної мінімізації [2, 3] з рівнянням анізотропної дифузії Перона – Маліка. Цей член забезпечує збіжність алгоритму реставрації до зображення, вельми близького до оригіналу, крім того, він забезпечує більш стабільну роботу алгоритму.

Коефіцієнт прикріплення даних  $\beta$  може бути оптимально оцінений виходячи із зображення у випадку гаусівського шуму з нульовим середнім значенням і відомим середньоквадратичним відхиленням  $\sigma_n$  [4]. Якщо  $\sigma_n$  апріорі невідоме, воно може бути оцінене із вихідного зображення методом виділення зони інтересу, що містить однорідні структури і оцінки середньоквадратичного відхилення в цій області.

Ми використовуємо рівняння (1) як модель спекл-шуму, де нам відоме середньоквадратичне відхилення σ<sub>n</sub> гаусівського шуму n. При адаптації роботи Рудіна та ін.[4] до цієї моделі, обмеження процесу реставрації набуває вигляду:

$$E_1(u) = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \frac{(u - u_0)^2}{u} d\Omega = \sigma_n^2$$
(3)

а градієнт відхилення задається як

$$gradE_1(u) = \frac{u^2 - u_0^2}{u^2}$$

що дає

$$\frac{\partial u}{\partial t} = div(F) - \lambda(t) \frac{u^2 - u_0^2}{u^2}$$
(4)

в середині області  $\Omega$  і  $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ 

на границі області  $\Omega = \partial \Omega$ .

Для обчислення  $\lambda(t)$  помножимо рівняння (4)

на  $\frac{u-u_0}{u+u_0}u$  і проінтегруємо по Ω. Коли буде до-

сягнуто стійкого значення, ліва частина (4) стане нульовою і ми отримаємо

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sigma_n^2 |\Omega|} \int_{\Omega} \frac{u - u_0}{u + u_0} u \cdot div(F) d\Omega .$$
 (5)

Для зменшення часу обчислення і поліпшення стабільності, ми використовуємо стаціонарну ітеративну схему розв'язку рівнянь часткових похідних. В інших роботах використовуються адаптовані обчислювальні схеми, запропоновані Вейкертом [5, 6], або метод спряженого градієнту [7]. Зображення з *N* точок (пікселей або вокселей), представляється у вигляді вектора R<sup>*N*</sup>, що позначається через **u**. Рівняння дифузії (4) записуються у формі

$$\frac{\partial}{\partial t}u = A u - b,$$

де A – матриця N  $\times\,$  N; b – вектор R  $^{N},$  що залежить від вихідних даних  $u_{0}.$ 

Нам необхідно знайти фіксовану точку, що відповідає рівнянню

A u = b.

Для цього можна скористатися методом Джакобі або Гауса-Зейделя. Описаний нижче алгоритм підходить для обох схем, єдина різниця полягає у тому, будемо ми використовувати два зображення  $u^k$  і  $u^{k+1}$  у випадку методу Джакобі, чи одне й те саме зображення для поточної і наступної ітерацій у випадку методу Гауса-Зейделя.

Дискретизація оператора дивергенції запишеться таким чином:

$$div(F) = R \ u_{0,0,0} + S, \tag{6}$$

де 
$$R = -\sum_{n=0}^{2} (\alpha_n^+ + \alpha_n^-);$$
 (7)

$$S = \sum_{n=0}^{2} \left[ \alpha_{n}^{+} u(x + dx_{n}) + \alpha_{n}^{-} u(x - dx_{n}) + \gamma_{n}^{+} + \gamma_{n}^{-} \right]$$
(8)

$$\alpha_n = \sum_{i=0}^2 g_i(u_{v_i})(v_{i_n})^2 ; \qquad (9)$$
  
$$\gamma_n = \sum_{i=0}^2 (u_y v_{i1} + u_z v_{i2}) g_i(u_{v_i}) v_{in}$$

 $\alpha_n^{\pm} = \alpha_n (x \pm dx_0 / 2)$  (те ж саме для  $\gamma_n^{\pm}$ );  $n \in \{0, 1, 2\}$ .

#### Загальна схема

Маємо наступну ітеративну схему, що бере початок від  $u^{o} = u_{o}$ :

$$R(u^k) \ u^{k+1} + S(u^k) - \lambda^k f(u^{k+1}, u_0) = 0$$
(10)

У випадку спекл-шуму  $f(x, y) = (x^2 - y^2)/x^2$ , а  $u^{k+1}$  являеє собою дійсний розв'зок поліному третього порядку (R < 0 оскільки  $\alpha_i^{\pm} > 0$ ):

$$X^{3} + \frac{(S(u^{k}) - \lambda^{k})}{R(u^{k})}X^{2} + \frac{\lambda^{k}u_{0}^{2}}{R(u^{k})} = 0$$
(11)

Це рівняння має тільки один дійсний строго позитивний розвязок, оскільки останній член поліному є строго негативною константою. Розв'язання цього рівняння замість використання *f*(*u<sup>k</sup>*, *u*<sub>0</sub>) у виразі (10) значно покращить стабільність обчислювальної схеми.

#### Головний алгоритм

#### begin

$$\begin{aligned} \forall (x, y), \ \alpha_0^- &= \alpha_1^-(x) = \alpha_2^-(x, y) = 0 . \\ \forall (x, y), \ \gamma_0^- &= \gamma_1^-(x) = \gamma_2^-(x, y) = 0 . \\ S_\lambda &= 0. \end{aligned}$$

Обчислити згладжуване зображення  $u_{\sigma}^{k} = (u^{k})^{*} G_{\sigma}$ . for **x** = (*x*, *y*, *z*)  $\in \Omega$ 

for  $n \in \{0, 1, 2\}$  для координати x + dx<sub>n</sub>/2:

Обчислити градієнт поточного зображення  $grad(u^k)$ .

Обчислити grad $(u_{\sigma}^{k})$  і матрицю Гесса  $H(u_{\sigma}^{k})$  для  $u_{\sigma}^{k}$ .

Обчислити напрямки головних викривлень з grad( $u_{\sigma}^{k}$ ) і  $H(u_{\sigma}^{k})$ .

Прийняти (v<sub>i</sub>)*i* ∈ {0,1,2} за напрямки градієнта і головних викривлень.

Обчислити  $\gamma_n^+$  і  $\alpha_n^+$  використовуючи (10).

### end for

Обчислити *R* і *S* використовуючи (7) і (8).

Прийняти *u*<sup>*k*+1</sup>(x) за дійсний строго позитивний розв'язок рівняння (11).

Відновити інтеграл з рівняння (5) використовуючи вираз (6).

$$S_{\lambda} = S_{\lambda} + (Ru^{k} + S)\frac{u^{k} - u_{0}}{u^{k} + u_{0}} \cdot u^{k} .$$
  

$$\alpha_{0}^{-} = \alpha_{0}^{+}; \ \alpha_{1}^{-}(x) = \alpha_{1}^{+}; \ \alpha_{2}^{-}(x, y) = \alpha_{2}^{+}(x, y) .$$
  

$$\gamma_{0}^{-} = \gamma_{0}^{+}; \ \gamma_{1}^{-}(x) = \gamma_{1}^{+}; \ \gamma_{2}^{-}(x, y) = \gamma_{2}^{+}(x, y) .$$
  
end for

$$\lambda_{k+1} = \frac{S_{\lambda}}{\sigma_n^2 \left|\Omega\right|}.$$

end

Параметрами алгоритму є: *о*, *б*, *g*<sub>1</sub>, *g*<sub>2</sub>, число ітерацій, тип шуму (гаусівський або спекл), середньоквадратичне відхилення шуму *о*<sub>n</sub>.

#### Експеримент і результати

Для експерименту було взято синтетичне зображення, що імітує Y-подібне розгалудження судини. Головна судина радіусом 4 вокселя розгалуджується на дві гілки, що утворюють кут 90 градусів і мають радіуси 2 і 3 вокселі. Для імітації особливостей ультразвукового зображення, інтенсивності зображення судин і фону були взяті у пропорції 2:1. Потім виконали згортку зображення з гаусівським ядром із середньоквадратичним відхиленням 0,7 з метою симуляції часткового об'ємного ефекту і почергово додали до результату мультиплікативний шум відповідно до моделі (1) із середньоквадратичним відхиленням 1 і 2, як показано на рис. 1. Ми використали наступне визначення відношення сигнал/шум:

$$SNR(I_b, I_r) = 10\log_{10} \frac{\operatorname{var}(I_r)}{\operatorname{var}(I_b - I_r)}$$

де *I<sub>r</sub>* - інтенсивність реконструйованого зображення; *I<sub>b</sub>* – інтенсивність незашумленого початкового зображення; var(*I*) означає варіації інтенсивності на зображенні *I*.

Відношення *SNR* поліпшилося від 1 до 9,8 для зображення, спотвореного шумом із середньоквадратичним відхиленням 1 і від 0,3 до 7,1 для зображення, спотвореного шумом із середньоквадратичним відхиленням 2. В експерименті використано наступні параметри:  $\sigma = 0,8, \delta = 2, g_1 = 0,1, g_2 = 0,5, 40$  ітерацій, спекл-шум,  $\sigma_n = 1$  для першого зашумленого зображення; те ж саме і  $\delta = 3, \sigma_n = 2$  для другого зашумленого зображення.



Рис. 1. Результати експерименту із синтезованим зображенням: а – початкове незашумлене зображення; б – початкове зображення з додаванням шуму  $\sigma_n = 1$ ; в – результат фільтрації зображення б; г - початкове зображення з додаванням шуму  $\sigma_n = 2$ ; д – результат фільтрації зображення г

#### Висновки

В роботі описано новий алгоритм реставрації акустичного зображення, що базується на використанні моделі спекл-шуму (1). Алгоритм поєднує в собі метод анізотропної дифузії, спеціально розроблений для збереження і підсилення дрібносудинних структур [7] і метод фільтрації [4], що першочергово був запропонований для випадку гаусівського шуму і адаптований в даній роботі під модель і характеристики спекл-шуму шляхом введення обмеження (3). Представлені на рис. 1 результати експерименту і наведені вище кількісні зміни відношення сигнал/шум свідчать про успішність процесу знешумлення зображення і підвищення контрасту дрібносудинних структур на загальному фоні. У порівнянні з відомими методами реставрації (усереднюючі і адаптивні фільтри; статистичні фільтри Куана, Лі; гамма-фільтр; фільтри на вейвлетах), запропонований алгоритм в більшій мірі підвищує діагностичну цінність акустичних зображень і знижує ймовірність постановки невірного діагнозу пацієнта. В якості перспективи можна відмітити інтеграцію отриманого фільтру в структуру алгоритмів для попередньої обробки даних перед автоматичною сегментацією зображень.

#### Література

- N. Nordstrom. Biased anisotropic diffusion A unifed regularization and diffusion approach to edge detection. Image Vision Comput., 8(4):318-327, 1990.
- 2. *S. Geman and D. Geman.* Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restauration of Images. *IEEE Trans.* PAMI, 6:721-741, 1984.
- D. Mumford and J. Shah. Boundary detection by minimizing functionals. In CVPR, pages 22-26, San Francisco, June 1985. IEEE Comp. Society Press.
- 4. *L. Rudin*, S. Osher, and E. Fatemi. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D*, 60:259-268, 1992.
- J. Weickert. Recursive separable schemes for nonlinear diffusion filters. In B. ter Haar Romeny, L. Florack, J. Koenderink, and M. Viergever, editors, Scale-Space Theory in Computer Vision (Scale-Space), volume 1252 of Lecture Notes in Computer Science, pages 260-271, Utrecht, July 1997. Springer Verlag.
- 6. J. Weickert. Anisotropic Diffusion in image processing. Teubner-Verlag, 1998.
- K. Krissian. A New Variational Image Restoration Applied to 3D Angiographies. In IEEE W. on Var. and Level Set Meth. in Comp. Vision, pages 65-72, July 2001.