Силовая электроника

УДК 621.314

М.Ю. Артеменко, д.-р. техн. наук, **Р.Ю. Костюк**
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,
вул. Політехнічна 16, м. Київ-56, 03056, Україна.

Коефіцієнт потужності та коефіцієнт корисної дії трифазних систем живлення при лінійному несиметричному навантаженні

У роботі методами теорії електричних кіл проаналізовано впливи несиметрії лінійного навантаження на коефіцієнт потужності та коефіцієнт корисної дії трифазних систем живлення. Встановлена нова формула наближеної залежності коефіцієнта корисної дії трифазної системи від коефіцієнта потужності, яка може бути використана для оцінки поліпшення енергетичних характеристик системи живлення реактивним компенсатором чи активним фільтром. Адекватність виведених формул перевірена порівнянням точної та наближеної залежностей ККД системи живлення від величини опору втрат для рівномірного несиметричного навантаження з різними співвідношеннями опорів фазних проводів та нейтралі. Бібл. 7, рис. 3.

Ключові слова: *трифазна чотирипровідна система живлення; потужність небалансу; коефіцієнт потужності; коефіцієнт корисної дії.*

Вступ

На теперішній час домінуючими мережами електропостачання є трифазні трипровідні та чотирипровідні системи змінної напруги, в яких за умов несиметрії навантажень кожної фази виникає асиметрія лінійних струмів, що погіршує енергоефективність зазначених систем. Для кількісної оцінки якості енергоспоживання використовують інтегральний показник – коефіцієнт потужності, що дорівнює відношенню сумарної активної потужності навантаження до повної потужності. Під останньою розуміється максимально можлива активна потужність навантаження, яка може бути досягнута при заданих напругах трифазного джерела та обмеженій потужності втрат в проводах [7]. Важливою квадратичною складовою повної потужності, що проявляється тільки в багатофазних системах, є потужність несиметрії [7], яку в більшості сучасних джерел називають потужністю небалансу [3,4], оскільки її квадрат у випадку лінійного навантаження доповнює суму квадратів активної та реактивної потужностей до квадрату повної потужності. При цьому для повної потужності як трипровідних так і чотирипровідних систем застосовується формула Бухгольца у вигляді добутку середньоквадратичних норм векторів фазних напруги та лінійних струмів [2,3]. Однак наявність нейтрального проводу, в якому протікає сумарний струм лінійних проводів, є суттєвою відмінністю чотирипровідної системи, оскільки збільшується потужність втрат порівняно з трипровідною системою. Незалежність повної потужності, розрахованої за формулою Бухгольца, від співвідношення активних опорів з’єднувальних проводів викликає сумнів в коректності її застосування для чотирипровідних систем за наявності ненульового струму нейтрального проводу. Через неадекватність формули повної потужності невірно визначається і коефіцієнт потужності, внаслідок чого існуючі алгоритми врівноважування несиметричного навантаження, що реалізуються в активних фільтрах (АФ) та реактивних компенсаторах, не забезпечують енергетичного режиму, що характеризується мінімумом втрат та одиничним коефіцієнтом потужності. В роботах [1,5] шляхом розв’язання екстремальної задачі максимізації активної потужності навантаження при фіксованій потужності втрат виводяться коректні формули повної потужності три- й чотирипровідних систем та умови досягнення одиничного коефіцієнта потужності як в синусоїдному, так і несинусоїдному режимах трифазних систем для загального випадку нелінійного навантаження. Ці формули потребують наочних ілюстрацій у найпростішому випадку лінійного несиметричного навантаження та симетричного синусоїдного джерела.

Крім того, функціонування АФ супроводжується втратами енергії в транзисторах інвертора, тому енергетичною умовою доцільності застосування АФ є підвищення коефіцієнта корисної дії (ККД) системи електропостачання в цілому, тобто економія енергії в силовому кабелю за рахунок підвищення коефіцієнта потужності має перевищувати енергію втрат інвертора АФ за той самий інтервал часу [6]. Тому необхідно встановити прямий аналітичний зв'язок коефіцієнта корисної дії трифазної системи живлення з коефіцієнтом потужності навантаження.

В зв'язку з викладеним, актуальними є дослідження даної статті, спрямовані на подальший розвиток теорії потужності в частині отримання формул для коефіцієнтів потужності трипровідних й чотирипровідних систем з лінійним несиметричним навантаження та залежності коефіцієнта корисної дії трифазної системи від коефіцієнта потужності лінійного навантаження, а також верифікацію отриманих формул шляхом порівняння результатів їх застосування з даними точного аналізу лінійних схем.

Модель трифазної системи живлення

Усталений синусоїдний процес трифазної системи живлення задається трикоординатними векторами миттєвих значень фазних напруг та лінійних струмів:

$$\mathbf{u}(t)=\begin{Vmatrix}u_A(t)\\u_B(t)\\u_C(t)\end{Vmatrix}=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left\{\bar{\mathbf{u}}\mathrm{e}^{j\omega t}\right\}, \qquad (1)$$

$$\mathbf{i}(t)=\begin{Vmatrix}i_A(t)\\i_B(t)\\i_C(t)\end{Vmatrix}=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left\{\bar{\mathbf{i}}\mathrm{e}^{j\omega t}\right\}, \qquad (2)$$

де $\bar{\mathbf{u}}=\begin{Vmatrix}\dot{U}_A\\\dot{U}_B\\\dot{U}_C\end{Vmatrix}=U\begin{Vmatrix}1\\\tilde{a}\\\dot{a}\end{Vmatrix}$; $\bar{\mathbf{i}}=\begin{Vmatrix}\dot{I}_A\\\dot{I}_B\\\dot{I}_C\end{Vmatrix}$ – трикоординатні комплекснозначні вектори фазних напруг та лінійних струмів; $\tilde{a}=\mathrm{e}^{-j\pi/3}$;$\dot{a}=\mathrm{e}^{j\pi/3}$;$U$ – діюче значення фазної напруги; ω – циклічна частота. Лінійне навантаження повністю ідентифікується комплексними провідностями $\bar{y}_A;\bar{y}_B;\bar{y}_C$ з одинарними індексами A,B,C при з'єднанні їх зіркою в чотирипровідній системі (рис. 1) або подвійними індексами AB,BC,CA при з'єднанні провідностей $\bar{y}_{AB};\bar{y}_{BC};\bar{y}_{CA}$ трикутником в трипровідній системі (рис. 2).

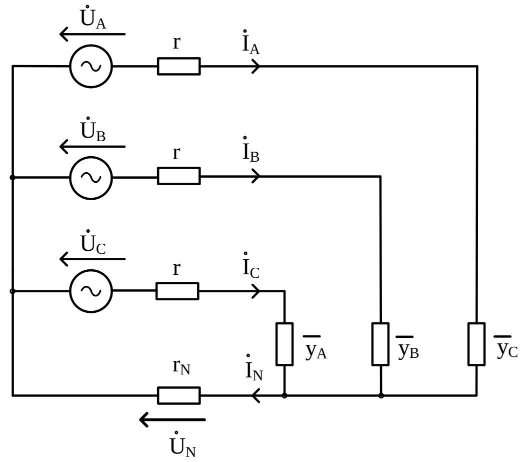

Рис. 1. Схема чотирипровідної системи живлення при з'єднанні навантажень зіркою

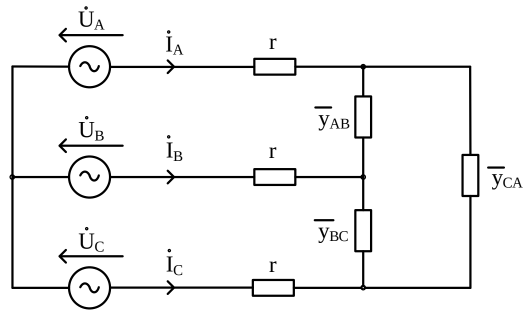

Рис. 2. Схема трипровідної системи живлення при з'єднанні навантажень трикутником

Втрати енергії в силових кабелях системи живлення моделюють активні опори r лінійних проводів та опір r_N нейтрального проводу. Для спрощення дослідження коефіцієнтів потужності при визначенні лінійних струмів цими опорами будемо нехтувати, вважаючи їх значно меншими за повні опори навантаження, що має місце зазвичай. Це призводить до незначних похибок визначення лінійних струмів та коефіцієнтів потужності, які практично не впливають на величину ККД, при дослідженні якого зазначені опори враховуються повною мірою.

Коефіцієнт потужності трифазної чотирипровідної системи живлення

З урахуванням уведених припущень вектор лінійних струмів цієї системи визначається формулою

$$\bar{\mathbf{i}} = \begin{Vmatrix} \dot{U}_A \bar{y}_A \\ \dot{U}_B \bar{y}_B \\ \dot{U}_C \bar{y}_C \end{Vmatrix} = U \begin{Vmatrix} \bar{y}_A \\ \tilde{a}\bar{y}_B \\ \dot{a}\bar{y}_C \end{Vmatrix}. \quad (3)$$

В роботі [1] отримана коректна формула визначення коефіцієнта потужності для загального випадку синусоїдного режиму роботи трифазної чотирипровідної системи живлення:

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\mathrm{Re}\left\{\underline{\mathbf{u}}_\sigma^T \underline{\mathbf{i}}_\sigma^*\right\}}{U_\sigma I_\sigma}, \quad (4)$$

де $\underline{\mathbf{u}}_\sigma = \begin{Vmatrix} \dot{U}_0 \sqrt{1-\sigma} \\ \dot{U}_+ \\ \dot{U}_- \end{Vmatrix}$; $\underline{\mathbf{i}}_\sigma = \begin{Vmatrix} \dot{I}_0 / \sqrt{1-\sigma} \\ \dot{I}_+ \\ \dot{I}_- \end{Vmatrix}$ – модифіковані вектори симетричних складових фазних напруг та лінійних струмів прямої (позначені індексом +), оберненої (позначені індексом –) та нульової послідовності (позначені індексом 0); $\sigma = 3r_N/(r+3r_N)$, I_σ, U_σ – модулі зазначених векторів; ^{T} та * – знаки транспонування та комплексного спряження.

Вектори симетричних складових фазних напруг та лінійних струмів знайдемо шляхом множення на обернену модифіковану матрицю Fortesque [4] величин, визначених в (1) та (3):

$$\underline{\mathbf{u}} = \begin{Vmatrix} \dot{U}_0 \\ \dot{U}_+ \\ \dot{U}_- \end{Vmatrix} = \mathbf{F}^{-1}\bar{\mathbf{u}} = \frac{U}{\sqrt{3}} \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \dot{a} & \tilde{a} \\ 1 & \tilde{a} & \dot{a} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 1 \\ \tilde{a} \\ \dot{a} \end{Vmatrix} = \sqrt{3}U \begin{Vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Vmatrix}; \quad (5)$$

$$\underline{\mathbf{i}} = \begin{Vmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_+ \\ \dot{I}_- \end{Vmatrix} = \mathbf{F}^{-1}\bar{\mathbf{i}} = \frac{U}{\sqrt{3}} \begin{Vmatrix} \bar{y}_A + \bar{y}_B\tilde{a} + \bar{y}_C\dot{a} \\ \bar{y}_A + \bar{y}_B + \bar{y}_C \\ \bar{y}_A + \bar{y}_B\dot{a} + \bar{y}_C\tilde{a} \end{Vmatrix} = U \begin{Vmatrix} \bar{y}_+ \\ \bar{y}_0 \\ \bar{y}_- \end{Vmatrix}, \quad (6)$$

де комплексні провідності $\bar{y}_+, \bar{y}_0, \bar{y}_-$ можуть бути отримані з первісно заданих $\bar{y}_A, \bar{y}_B, \bar{y}_C$ шляхом множення на модифіковану матрицю Fortesque:

$$\begin{Vmatrix} \bar{y}_0 \\ \bar{y}_+ \\ \bar{y}_- \end{Vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \tilde{a} & \dot{a} \\ 1 & \dot{a} & \tilde{a} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \bar{y}_A \\ \bar{y}_B \\ \bar{y}_C \end{Vmatrix} = \bar{\mathbf{F}} \begin{Vmatrix} \bar{y}_A \\ \bar{y}_B \\ \bar{y}_C \end{Vmatrix}. \quad (7)$$

Вектори $\underline{\mathbf{u}}_\sigma, \underline{\mathbf{i}}_\sigma$ отримаємо множенням комплексів нульової послідовності з виразів (5) та (6) на відповідні скалярні множники:

$$\underline{\mathbf{u}}_\sigma = \sqrt{3}U \begin{Vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Vmatrix}; \ \underline{\mathbf{i}}_\sigma = U \begin{Vmatrix} \bar{y}_+ / \sqrt{1-\sigma} \\ \bar{y}_0 \\ \bar{y}_- \end{Vmatrix}. \quad (8)$$

Активна потужність джерела

$$P = \mathrm{Re}\left\{\bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{i}}^*\right\} = \mathrm{Re}\left\{\underline{\mathbf{u}}_\sigma^T \underline{\mathbf{i}}_\sigma^*\right\} =$$
$$= \mathrm{Re}\left\{ \sqrt{3}U \begin{Vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Vmatrix}^T \times U \begin{Vmatrix} \bar{y}_+ / \sqrt{1-\sigma} \\ \bar{y}_0 \\ \bar{y}_- \end{Vmatrix}^* \right\} = \quad (9)$$
$$= \sqrt{3}U^2 \,\mathrm{Re}\{\bar{y}_0\} = U^2 \,\mathrm{Re}\{\bar{y}_A + \bar{y}_B + \bar{y}_C\}.$$

Коефіцієнт потужності відповідно до формули (4)

$$\lambda = \frac{\mathrm{Re}\left\{\underline{\mathbf{u}}_\sigma^T \underline{\mathbf{i}}_\sigma^*\right\}}{I_\sigma U_\sigma} =$$
$$= \frac{\sqrt{3}U^2 \,\mathrm{Re}\{\bar{y}_0\}}{\sqrt{3}U^2 \sqrt{y_0^2 + y_-^2 + y_+^2/(1-\sigma)}} = \quad (10)$$
$$= \frac{\mathrm{Re}\{\bar{y}_0\}}{\sqrt{y_0^2 + y_-^2 + y_+^2/(1-\sigma)}}.$$

З урахуванням того, що

$$1/(1-\sigma) = 1 + 3r_N/r; \quad (11)$$

$$y_0^2 + y_-^2 + y_+^2 = \begin{Vmatrix} \bar{y}_0 & \bar{y}_+ & \bar{y}_- \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \bar{y}_0 \\ \bar{y}_+ \\ \bar{y}_- \end{Vmatrix}^* =$$
$$= \left(\mathbf{F} \begin{Vmatrix} \bar{y}_A \\ \bar{y}_B \\ \bar{y}_C \end{Vmatrix} \right)^T \left(\mathbf{F} \begin{Vmatrix} \bar{y}_A \\ \bar{y}_B \\ \bar{y}_C \end{Vmatrix} \right)^* = \quad (12)$$
$$= \begin{Vmatrix} \bar{y}_A & \bar{y}_B & \bar{y}_C \end{Vmatrix} \mathbf{F}\mathbf{F}^* \begin{Vmatrix} \bar{y}_A \\ \bar{y}_B \\ \bar{y}_C \end{Vmatrix}^* = y_A^2 + y_B^2 + y_C^2,$$

вираз (10) перетворюється так:

$$\lambda = \frac{\mathrm{Re}\{\bar{y}_0\}}{\sqrt{y_A^2 + y_B^2 + y_C^2 + 3r_N y_+^2/r}} =$$
$$= \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 + \dfrac{3r_N y_+^2}{\left(y_A^2 + y_B^2 + y_C^2\right)r}}}, \quad (13)$$

де $\lambda_0 = \dfrac{\mathrm{Re}\left\{\dfrac{\bar{y}_A + \bar{y}_B + \bar{y}_C}{3}\right\}}{\sqrt{\dfrac{y_A^2 + y_B^2 + y_C^2}{3}}}$ – коефіцієнт потужності, визначений без врахування потужності втрат в нульовому проводі (при $r_N = 0$), що відповідає використанню формули Бухгольца для визначення повної потужності. В формулі (13) чітко проглядається залежність коефіцієнт потужності λ від співвідношення опорів лінійних та нейтрального проводу системи живлення та чинник несиметрії навантаження $y_+^2/(y_A^2+y_B^2+y_C^2)$, що впливає на цю величину.

Визначимо значення коефіцієнта потужності для симметричного навантаження, підставивши в загальну формулу (13) значення $\bar{y}_C = \bar{y}_B = \bar{y}_A = \bar{y} = G - jB = ye^{-j\varphi}$. При цьому $\bar{y}_+ = (\bar{y} + \bar{y}\tilde{a} + \bar{y}\dot{a})/\sqrt{3} = \bar{y}(1+\tilde{a}+\dot{a})/\sqrt{3} = 0;$ і коефіцієнт потужності набуває значення

$$\lambda = \lambda_0 = \frac{\mathrm{Re}\left(\dfrac{\bar{y}_A + \bar{y}_B + \bar{y}_C}{3}\right)}{\sqrt{\dfrac{y_A^2 + y_B^2 + y_C^2}{3}}} = \frac{\mathrm{Re}(\bar{y})}{y} = \frac{G}{y} = \cos\varphi, \tag{14}$$

де φ – зсув фаз між напругою та струмом кожного з трифазних джерел. Таким чином, за умов симетрії навантаження енергоефективність трифазної чотирипровідної системи живлення визначається класичним значенням коефіцієнта потужності кожної з фаз.

Коефіцієнт потужності трифазної трипровідної системи живлення при з'єднанні навантаження трикутником

Комплексний вектор лінійних напруг в трипровідній системі живлення (рис. 2) також є симетричним та визначається виразом $\mathbf{\bar{v}} = \left\|\dot{U}_{AB}\ \ \dot{U}_{BC}\ \ \dot{U}_{CA}\right\|^T = \sqrt{3}Ue^{j\pi/6}\left\|1\ \ \tilde{a}\ \ \dot{a}\right\|^T$.

Вектор комплексних лінійних струмів при з'єднанні навантаження трикутником

$$\bar{\mathbf{i}} = \begin{Vmatrix} \dot{U}_{AB}\bar{y}_{AB} - \dot{U}_{CA}\bar{y}_{CA} \\ \dot{U}_{BC}\bar{y}_{BC} - \dot{U}_{AB}\bar{y}_{AB} \\ \dot{U}_{CA}\bar{y}_{CA} - \dot{U}_{BC}\bar{y}_{BC} \end{Vmatrix} = \sqrt{3}Ue^{j\pi/6}\begin{Vmatrix} \bar{y}_{AB} - \dot{a}\bar{y}_{CA} \\ \bar{y}_{BC}\tilde{a} - \bar{y}_{AB} \\ \bar{y}_{CA}\dot{a} - \bar{y}_{BC}\tilde{a} \end{Vmatrix}. \tag{15}$$

Вектор симетричних складових лінійних струмів знайдемо шляхом множення виразу (15) на модифіковану обернену матрицю Fortesque:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{i}} &= \begin{Vmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_+ \\ \dot{I}_- \end{Vmatrix} = \mathbf{F}^{-1}\bar{\mathbf{i}} = \\ &= \frac{\sqrt{3}Ue^{j\pi/6}}{\sqrt{3}}\left(\begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \dot{a} & \tilde{a} \\ 1 & \tilde{a} & \dot{a} \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} \bar{y}_{AB} - \dot{a}\bar{y}_{CA} \\ \bar{y}_{BC}\tilde{a} - \bar{y}_{AB} \\ \bar{y}_{CA}\dot{a} - \bar{y}_{BC}\tilde{a} \end{Vmatrix}\right) = \\ &= \sqrt{3}Ue^{j\pi/6}\begin{Vmatrix} 0 \\ (1-\dot{a})\bar{y}_{20} \\ (1-\tilde{a})\bar{y}_{2-} \end{Vmatrix} = \\ &= \sqrt{3}U\begin{Vmatrix} 0 \\ \sqrt{3}\bar{y}_{20} \\ -\sqrt{3}\tilde{a}\bar{y}_{2-} \end{Vmatrix} = 3U\begin{Vmatrix} 0 \\ \bar{y}_{20} \\ -\tilde{a}\bar{y}_{2-} \end{Vmatrix}, \end{aligned} \tag{16}$$

де

$$\bar{y}_{2-} = (\bar{y}_{AB} + \dot{a}\bar{y}_{BC} + \tilde{a}\bar{y}_{CA})/\sqrt{3};$$

$$\bar{y}_{20} = (\bar{y}_{AB} + \bar{y}_{BC} + \bar{y}_{CA})/\sqrt{3}.$$

Як і слід було очікувати, складова нульової послідовності комплексного вектора лінійних струмів дорівнює нулю, оскільки для трипровідної системи живлення $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$

Середньоквадратичне значення лінійного струму

$$I = \sqrt{\bar{\mathbf{i}}^T\bar{\mathbf{i}}^*} = \sqrt{\underline{\mathbf{i}}^T\underline{\mathbf{i}}^*} = 3U\sqrt{y_{20}^2 + y_{2-}^2}. \tag{17}$$

Активна потужність навантаження визначається виразом

$$\begin{aligned} P &= \mathrm{Re}\left\{\bar{\mathbf{u}}^T\bar{\mathbf{i}}^*\right\} = \mathrm{Re}\left\{\underline{\mathbf{u}}^T\underline{\mathbf{i}}^*\right\} = \\ &= \mathrm{Re}\left\{\sqrt{3}U\begin{Vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Vmatrix}^T 3U\begin{Vmatrix} 0 \\ \bar{y}_{20} \\ -\tilde{a}\bar{y}_{2-} \end{Vmatrix}^*\right\} = \\ &= 3\sqrt{3}U^2\,\mathrm{Re}\{\bar{y}_{20}\} = \\ &= 3U^2\,\mathrm{Re}\{\bar{y}_{AB} + \bar{y}_{BC} + \bar{y}_{CA}\}. \end{aligned} \tag{18}$$

Повна потужність трипровідної системи живлення розраховується за формулою [5]:

$$S = VI/\sqrt{3}, \tag{19}$$

де $V = \sqrt{\bar{\mathbf{v}}^T\bar{\mathbf{v}}^*} = 3U$ – середньоквадратичне значення лінійної напруги.

Підставивши вирази (17) – (19) в формулу для коефіцієнта потужності, після перетворень отримаємо

$$\lambda = \frac{P}{VI/\sqrt{3}} = \frac{\mathrm{Re}\{\bar{y}_{20}\}}{\sqrt{y_{2-}^2 + y_{20}^2}}. \tag{20}$$

Коефіцієнт потужності трифазної трипровідної системи живлення при з'єднанні навантаження зіркою не розглядаємо, оскільки за умови несиметрії навантаження виникає напруга зміщення нейтралі, що спотворює симетрію фазних напруг навантаження.

ККД трифазної системи живлення

Спочатку знайдемо потужність втрат чотирипровідної системи:

$$\Delta P = r\bar{\mathbf{i}}^T\bar{\mathbf{i}}^* + r_N\dot{I}_N\tilde{I}_N = \\ = rU\begin{Vmatrix}\bar{y}_A\\ \tilde{a}\bar{y}_B\\ \dot{a}\bar{y}_C\end{Vmatrix}^T \times U\begin{Vmatrix}\bar{y}_A\\ \tilde{a}\bar{y}_B\\ \dot{a}\bar{y}_C\end{Vmatrix}^* + \\ + r_N U\left(\bar{y}_A + \bar{y}_B\tilde{a} + \bar{y}_C\dot{a}\right)\times \\ \times U\left(\bar{y}_A + \bar{y}_B\tilde{a} + \bar{y}_C\dot{a}\right)^* = \\ = U^2 r\left(y_A^2 + y_B^2 + y_C^2\right) + 3U^2 r_N y_+^2. \quad (21)$$

ККД чотирипровідної системи за умов симетричних синусоїдних напруг трифазного джерела

$$\eta = \frac{P}{P+\Delta P} = \frac{1}{1+\Delta P/P} = \\ = \frac{1}{1+\dfrac{U^2 r(y_A^2+y_B^2+y_C^2)+3U^2 r_N y_+^2}{\sqrt{3}U^2\operatorname{Re}\{\bar{y}_0\}}} = \\ = \frac{1}{1+r\dfrac{y_A^2+y_B^2+y_C^2+3y_+^2 r_N/r}{\sqrt{3}\operatorname{Re}\{\bar{y}_0\}}} = \\ = \frac{1}{1+\dfrac{\operatorname{Re}\{\bar{y}_0\}r}{\lambda^2\sqrt{3}}} = \frac{1}{1+\dfrac{\sqrt{3}U^2\operatorname{Re}\{\bar{y}_0\}}{(3U^2/r)\lambda^2}} = \\ = \frac{1}{1+\dfrac{P}{P_0\lambda^2}}, \quad (22)$$

де $P_0 = 3U^2/r$ – потужність резистивного короткого замикання трифазної системи живлення [6].

Потужність втрат трипровідної системи знайдемо, використавши середньоквадратичне значення лінійного струму з формули (17):

$$\Delta P = r\bar{\mathbf{i}}^T\bar{\mathbf{i}}^* = 9rU^2(y_{20}^2 + y_{2-}^2) = r\frac{P^2}{3\lambda^2U^2}. \quad (23)$$

ККД трифазної трипровідної системи живлення

$$\eta = \frac{1}{1+\Delta P/P} = \frac{1}{1+rP/3\lambda^2U^2} = \frac{1}{1+\dfrac{P}{P_0\lambda^2}} \quad (24)$$

в режимі симетричних синусоїдних напруг джерела визначається такою ж самою формулою (22), що й для чотирипровідної системи.

Порівняння результатів розрахунку ККД

Формула (22) є наближеною, оскільки при розрахунку лінійних струмів нехтувалися активні опори лінійних проводів. Вона має високу точність за умови $ry \ll 1$, де y – максимальне значення модуля провідностей фаз навантаження, коли точне значення комплексної провідності будь-якої фази чотирипровідної системи $\bar{y}_i/(1+r\bar{y}_i)$; $i = A,B,C$ без суттєвої втрати точності можна замінити наближеним значенням $\bar{y}_i$. Перевіримо точність розрахунку ККД для заданого рівномірного несиметричного навантаження $\bar{y}_C = G$; $\bar{y}_B = jG$; $\bar{y}_A = -jG$ при $U = 120$ В; $G = 0{,}01$ См.

За формулою (13) розраховуємо коефіцієнт потужності

$$\lambda_0 = \frac{\operatorname{Re}\left\{\dfrac{\bar{y}_A+\bar{y}_B+\bar{y}_C}{3}\right\}}{\sqrt{\dfrac{y_A^2+y_B^2+y_C^2}{3}}} = \\ = \frac{\operatorname{Re}\left\{\dfrac{-jG+jG+G}{3}\right\}}{\sqrt{\dfrac{G^2+G^2+G^2}{3}}} = \frac{1}{3}; \quad (25)$$

$$\sqrt{3}\bar{y}_+ = -jG + j\tilde{a}G + \dot{a}G = \\ = \dot{a}G\left(-j\tilde{a} + j\dot{a} + 1\right) = \\ = \dot{a}G\left(2\cos 210^\circ + 1\right) = \dot{a}G\left(1-\sqrt{3}\right); \quad (26)$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1+\dfrac{3r_N y_+^2}{\left(y_A^2+y_B^2+y_C^2\right)r}}} = \frac{1}{3\sqrt{1+\dfrac{G^2\left(1-\sqrt{3}\right)^2 r_N}{3G^2 r}}} = \\ = \frac{1}{\sqrt{9+\dfrac{3\left(4-2\sqrt{3}\right)r_N}{r}}} = \frac{1}{\sqrt{9+\left(12-6\sqrt{3}\right)r_N/r}}. \quad (27)$$

Відносна потужність навантаження з формули (13) визначається виразом

$$\frac{P}{P_0} = \frac{U^2G}{3U^2/r} = \frac{rG}{3}. \quad (28)$$

Апроксимаційна формула для ККД набуває вигляду

$$\eta = \frac{1}{1+\dfrac{rG}{3\lambda^2}} = \frac{1}{1+\dfrac{rG\left[9+\left(12-6\sqrt{3}\right)r_N/r\right]}{3}} = \qquad (29)$$
$$= \frac{1}{1+0{,}01r\left[3+2\left(2-\sqrt{3}\right)r_N/r\right]}.$$

На рис. 3 штриховою лінією побудований графік точної залежності ККД системи живлення від величини $g = 1/r$ при $r_N/r = 3$ та суцільною лінією – графік наближеної залежності за формулою (29).

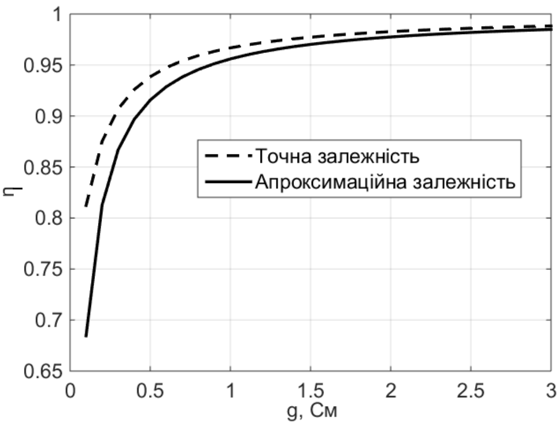

Рис. 3. Точна та наближена залежності ККД від провідності $g = 1/r$

Відносна похибка при сполученні параметрів $rG \le 0{,}0091$ не перевищує один відсоток, що дозволяє зробити висновок про адекватність запропонованої формули (22) для розрахунку ККД.

Висновки

1. Запропоновані нові формули для розрахунку коефіцієнта потужності трифазних кіл при симетричному синусоїдному джерелі та несиметричному лінійному навантаженні, які враховують потужність небалансу, а у випадку чотирипровідної системи – й потужність втрат в нульовому проводі.

2. Встановлена нова формула наближеної залежності коефіцієнта корисної дії трифазної системи від коефіцієнта потужності, причому ця залежність однакова для трипровідного та чотирипровідного кола. Така формула може бути використана для оцінки поліпшення ККД шляхом підвищення коефіцієнта потужності реактивним компенсатором чи активним фільтром.

3. Перевірка виведених формул порівнянням точної та наближеної залежностей ККД від величини опору втрат для рівномірного несимметричного навантаження з різними співвідношеннями опорів фазних проводів та нейтралі показала їх майже повну ідентичність при сполученні параметрів $rG \le 0{,}01$.

Список використаних джерел

1. *Artemenko M. Yu., Batrak L. M., Domaskina N.I.* Apparent power of three-phase four-wire system in sinusoidal asymmetric mode and energy effectiveness of shunt active filters // Proceedings of IEEE XXXV International Scientific Conference “Electronics and nanotechnology”. – 2015. – Pp. 469-474.
2. *Czarnecki L.S., Haley P.M.* Unbalanced Power in Four-Wire Systems and Its Reactive Compensation // IEEE Trans. Power Delivery. – 2014. – Vol.30. – No.1.– Pp. 53-63.
3. *Leszek S. Czarnecki.* Currents’ Physical Components (CPC) concept: a fundamental of Power Theory // Przegląd Elektrotechniczny. – 2008. – No.6. – Pp. 28-37.
4. *Sirotin Iu.* Fryze’s compensator and Fortescue transformation // Przeglad Elektrotechniczny (Electrical Review). – 2011. – Vol.1. – Pp. 101-106.
5. *Артеменко М. Ю.* Повна потужність трифазної системи живлення в несинусоїдному режимі та енергоефективність засобів паралельної активної фільтрації. / М. Ю. Артеменко. // Електроніка та зв'язок. – 2014. – №6. – С. 38–47.
6. *Жемеров Г.Г.* Энергия и мощность в системах электроснабжения с полупроводниковыми преобразователями и накопителями энергии / Г.Г. Жемеров, Д.В. Тугай // Електротехніка і Електромеханіка. – 2014. – №1. – С. 45–57.
7. *Маевский О.А.* Энергетические показатели вентильных преобразователей / О. А. Маевский // М.: Энергия, 1978. – 320 с.

Поступила в редакцию 18 октября 2015 г.

УДК 621.314

М.Е. Артеменко, д.-р. техн. наук, **Р.Ю. Костюк**
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
ул. Политехническая, 16, г. Киев, 03056, Украина.

Коэффициент мощности и коэффициент полезного действия трехфазных систем питания при линейной несимметричной нагрузке

В работе методами теории электрических цепей проанализировано влияние несимметрии линейной нагрузки трехфазных цепей и мощности потерь в нулевом проводе четырехпроводных систем питания на коэффициент мощности и коэффициент полезного действия. Установлена новая формула приближенной зависимости коэффициента полезного действия трехфазной системы от коэффициента мощности, которая может быть использована для оценки улучшения энергетических характеристик системы электроснабжения реактивным компенсатором или активным фильтром. Адекватность выведенных формул проверена сравнением точной и приближенной зависимостей КПД системы питания от величины сопротивления потерь для равномерной несимметричной нагрузки с различными соотношениями сопротивлений фазных проводов и нейтрали. Библ. 7, рис. 4.

Ключевые слова: *трехфазная четырехпроводная система питания; мощность небаланса; коэффициент мощности; коэффициент полезного действия.*

UDC 621.314

M. Artemenko, Dr. Sc., **R. Kostyuk**
National Technical University of Ukraine "Kiev Polytechnic Institute",
st. Polytechnique, 16, Kiev-56, 03056, Ukraine.

The power factor and efficiency of the three-phase power systems with linear asymmetric load

This work analyses the influence of the asymmetry of the three-phase circuit linear load and the power loss in the neutral wire of four-wire power supply system on the power factor and the efficiency by the methods of theory of electrical circuits. The new formula of the approximate dependence of the three-phase system from the power factor, which can be used for the valuation of the improvement of the energy characteristics of the electrical power system provided by the reactive compensator or the active filter. The identity of the taken out formulas is checked by the comparison of the exact and the approximate dependence of efficiency of the supply system from the quantity of resistance loss for the uniform of unbalanced load with different ratio of resistances. Bybl. 7, Fig. 4.

Keywords: *three-phase four-wire power system; power unbalance; power factor, efficiency.*

References

1. *Artemenko, M. Yu., Batrak, L. M., Domaskina N. I.* (2015). Apparent power of three-phase four-wire system in sinusoidal asymmetric mode and energy effectiveness of shunt active filters. Proceedings of IEEE XXXV International Scientific Conference “Electronics and nanotechnology”, pp. 469-474.
2. *Czarnecki, L. S., Haley, P. M.* (2014). Unbalanced Power in Four-Wire Systems and Its Reactive Compensation. IEEE Trans. Power Delivery, Vol.30, No.1, pp. 53-63.
3. *Leszek, S. Czarnecki.* (2008). Currents’ Physical Components (CPC) concept: a fundamental of Power Theory. Przegląd Elektrotechniczny, No.6, pp. 28-37.
4. *Sirotin, Iu.* (2011). Fryze’s compensator and Fortescue transformation. Przeglad Elektrotechniczny (Electrical Review), Vol.1, pp. 101-106.
5. *Artemenko, M. Yu.* (2014). Full power of three-phase power supply system in the non-sinusoidal mode and the energy efficiency of parallel active filtration. Electronics and Communication, No.6, pp. 38-47. (Ukr)
6. *Zhemerov, G. G., Tuhai, D. V.* (2014). Energy and power in power supply systems with semiconductor converters and energy storage. Elektrotekhnika i Elektromekhanika, No.1, pp. 45-57. (Rus)
7. *Maevskyi, O. A.* (1978). The energy performance of valve converters. (Energy, Moscow). (Rus)