

# Математична модель перетворювача частоти на основі резонансного інвертора з часо-імпульсним керуванням

Павлов Г. В., д.т.н. проф., ORCID [0000-0002-4937-1828](https://orcid.org/0000-0002-4937-1828)

e-mail [pavlov.gv.nuk@gmail.com](mailto:pavlov.gv.nuk@gmail.com)

Вінниченко І. Л., ORCID [0000-0002-3768-1060](https://orcid.org/0000-0002-3768-1060)

e-mail [i.l.vinnychenko@gmail.com](mailto:i.l.vinnychenko@gmail.com)

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова  
Миколаїв, Україна

**Анотація**—Отримала розвиток математична модель дволанкового резонансного перетворювача частоти в частині визначення функціоналу несучих імпульсів напруги на резонансному конденсаторі, який дозволяє замінити кусково-синусоїдальні функції, що складаються з п'яти ділянок, які відповідають п'яти міжкомутаційним етапам, на дві ділянки, одна з яких має синусоїдальний характер. Отриманий функціонал дозволяє здійснювати розрахунок часової послідовності керуючих імпульсів для силових транзисторів резонансного інвертора в режимі реального часу відповідно до розробленого закону часо-імпульсного керування. Визначено межі застосування отриманого функціоналу та розробленого на його основі закону керування. На основі математичної моделі побудовано зовнішні характеристики перетворювача.

Бібл. 10, рис. 5.

**Ключові слова** — перетворювачі частоти; резонансний інвертор; часо-імпульсне регулювання; синусоїдальні несучі імпульси.

## I. Вступ

В умовах бортової мережі певної частоти для живлення обладнання, яке потребує змінної напруги, що відрізняється від бортової, успішно використовуються сучасні дволанкові імпульсні перетворювачі частоти, що мають досить малі масогабаритні показники та гнучке керування. Для регулювання їх вихідної напруги ефективно застосовується часо-імпульсна модуляція [1, 2, 3, 4]. Проте, перемикання силових вентилів перетворювача при ненульових значеннях струму та напруги призводить до значних комутаційних втрат, які можна зменшити при використанні резонансної високочастотної ланки у складі перетворювача [5, 6].

## II. АНАЛІЗ ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Поєднання принципу м'якої комутації та імпульсної модуляції дозволяє значно знизити втрати на перемиканні силових транзисторів, а також покращити електромагнітну сумісність перетворювача із навантаженням та мережею живлення [7]. Принципову схему резонансного перетворювача частоти, що поєднує переваги імпульсного керування та м'якої комутації силових транзисторів [8], представлено на

рис. 1. Схема включає в себе некерований випрямляч, що представляє собою діодний міст VDrec із ємнісним фільтром Crec, та півмостовий інвертор, що складається з конденсаторів Cd1, Cd2, та транзисторів VT1 та VT2. Таким чином, регулювання вихідної напруги та частоти перетворювача здійснюється шляхом подання керуючої послідовності імпульсів на транзистори півмоста VT1 та VT2 [8].

Вихідна низькочастотна синусоїдальна напруга формується шляхом згладжування напруги на конденсаторі Cr послідовного резонансного контуру LrCr за допомогою низькочастотного фільтра LfCf. У свою чергу, напруга на Cr має переривчастий арактер і являє собою набір імпульсів постійної амплітуди, початкові моменти яких визначаються за законом часо-імпульсної модуляції. Проте, форма несучого сигналу є не прямокутною, а кусково-синусоїдальною, зміщеною вгору на половину своєї амплітуди і обмеженою моментами часу, коли вона (вже в зміщеному стані) перетинає вісь абсцис (рис. 2). Для обмеження тривалості несучих імпульсів напруги задіяні додаткові силові транзистори VT3 та VT4.



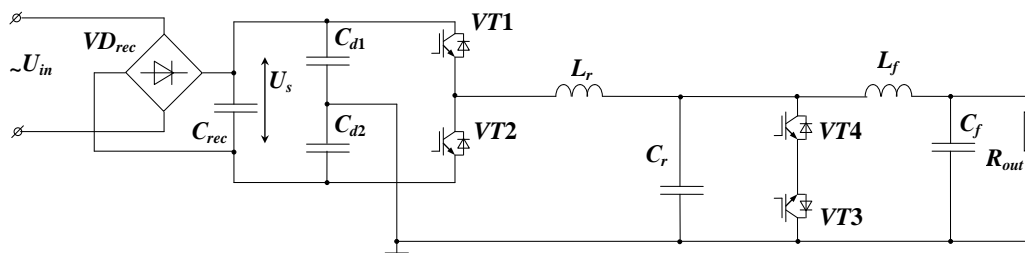


Рис. 1. Принципова схема силової частини перетворювача частоти на основі резонансного інвертора з часо-імпульсним керуванням

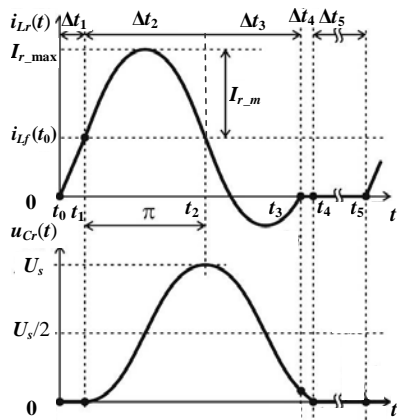


Рис. 2. Форма високочастотних імпульсів резонансного струму та несучих імпульсів напруги на резонансному конденсаторі

У статті [9] побудовано математичну модель даного резонансного перетворювача частоти (див. рис. 1). Проте, хоча вона і дозволяє проаналізувати електромагнітні процеси в силовій частині та визначити послідовність та тривалість міжкомутаційних етапів, що забезпечують близьку до синусоїдальної форму несучих імпульсів напруги із низьким коефіцієнтом несинусоїдальності, вона є досить громіздкою для формування керуючої послідовності імпульсів у режимі реального часу. Тому, для отримання закону керування, за яким відбувається розрахунок моменту початку кожного наступного керуючого імпульсу, в [10] було прийнято припущення, що несучі імпульси напруги можна описати косинусоїдальною залежністю, без урахування лінійності певних їх ділянок. В свою чергу, дане припущення вносить неточності до поточних розрахунків, тому необхідно встановити межі застосування наближеної моделі та, за потреби, скоригувати закон часо-імпульсного керування перетворювачем.

Метою даної роботи є розвиток математичної моделі перетворювача частоти на основі резонансного інвертора з часо-імпульсним керуванням у частині визначення функціоналу несучих імпульсів напруги для розрахунку комутаційної послідовності силових ключів, а також обґрунтування межі застосування визначеного функціоналу та оцінка похибки його використання.

### III. ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІОНАЛУ НЕСУЧИХ ІМПУЛЬСІВ НАПРУГИ НА РЕЗОНАНСНОМУ КОНДЕНСАТОРІ, МЕЖ ТА ПОХИБКИ ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Проаналізуємо схему ПЧ, показану на рис. 1. Силові ключі будемо вважати ідеальними та безінерційними. Для того, щоб вихідний фільтр здійснював згладжування несучих імпульсів для забезпечення допустимого коефіцієнту гармонік необхідно, щоб частота зрізу фільтра відрізнялась від частоти резонансного контуру на 2 порядки. У такому разі для всіх сигналів, перша гармоніка яких більше частоти зрізу фільтра в декілька разів, вищі гармоніки не впливатимуть на вихідну напругу. Тобто, на миттєве значення вихідної напруги ПЧ впливатиме тільки поточне значення функціоналу несучих імпульсів, що представляє собою залежність середнього значення несучого імпульсу від його тривалості  $t_{imp}$ , при чому час  $t_{imp} = f(i_{Lf}(t_0))$  є змінною величиною, так як залежить від тривалостей лінійних ділянок імпульсів резонансних напруги  $\Delta t_4$  та струму  $\Delta t_1$ .

Отже, тривалість несучого імпульсу напруги можна визначити як

$$t_{imp} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4 = f(i_{Lf}(t_0)),$$

де  $i_{Lf}(t_0)$  – миттєве значення струму через індуктивність фільтра в момент відкриття одного з транзисторів

$$\begin{aligned} \Delta t_1 &= \frac{2i_{Lf}(t_0) \cdot L_r}{U_s}, \\ \Delta t_2 &= \frac{T_r}{2} + \frac{\arcsin(i_{Lf}(t_0)/I_{r\_m})}{\omega_r}, \\ \Delta t_3 &= \frac{T_r}{2} - \frac{2\arcsin(i_{Lf}(t_0)/I_{r\_m})}{\omega_r}, \\ \Delta t_4 &= \frac{U_s}{2} \left[ 1 - \cos \left( \omega_r \left[ T_r - \frac{\arcsin(i_{Lf}(t_0)/I_{r\_m})}{\omega_r} + \frac{2i_{Lf}(t_0)L_r}{U_s} \right] \right) \cdot \frac{C_r}{i_{Lf}(t_0)} \right] \end{aligned} \quad [9].$$

Точне середнє значення  $u_{Crav\_ex}$  несучого імпульсу напруги на резонансному конденсаторі за час, що дорівнює періоду резонансного імпульсу дорівнює



$$u_{Cr_{av\_ex}} = \frac{1}{T_r} \left( \int_0^{t_3} u_{Cr}(t) dt + \frac{u_{Cr}(t_3) \Delta t_4}{2} \right), \quad (1)$$

де  $t_3 = t_0 + T_r - \frac{\arcsin(i_{Lf}(t_0) / I_{r\_m})}{\omega_r} + \frac{2i_{Lf}(t_0)L_r}{U_s}$ , при

чому, враховуючи, що  $\frac{i_{Lf}(t_0)}{I_{r\_m}} = \frac{I_{out\_m} \sin(\omega_{out} t_0)}{I_{out\_m} \cdot k_i}$ ,

$$t_3 = t_0 + T_r - \frac{\arcsin(\sin(\omega_{out} t_0) / k_i)}{\omega_r} + \frac{2i_{Lf}(t_0)L_r}{U_s},$$

а  $u_{Cr}(t_3) = 1 - \cos \omega_r t_3$ ,  $I_{out\_m}$  – амплітуда струму в навантаженні,  $I_{r\_m}$  – амплітуда змінної складової струму в резонансному контурі,  $\omega_r$  – циклічна частота резонансного контуру,  $\omega_{out}$  – циклічна частота вихідної напруги.

Прийемо припущення, що форму несучого імпульсу напруги перетворювача, схему якого приведено на рис. 1, можна описати залежністю [10]

$$u_{Cr}(\tau) \approx \frac{U_s}{2} (1 - \cos(\omega_r \tau)), \quad (2)$$

де  $\tau$  – час, який відраховується від початку одного керуючого імпульсу відмикання силових ключів інвертора та закінчується перед початком наступного керуючого імпульсу. Враховуючи, що  $t_{imp} \approx T_r$ , приблизне середнє значення несучого імпульсу напруги  $u_{Cr_{av\_ap}}$  за час, що дорівнює періоду резонансного контуру можна визначити як

$$u_{Cr_{av\_ap}} = \frac{1}{T_r} \int_0^{T_r} u_{Cr}(\tau) d\tau = \frac{1}{T_r} \int_0^{T_r} \frac{U_s}{2} (1 - \cos \omega_r \tau) d\tau = \frac{U_s}{2},$$

де  $U_s$  – напруга на вході інвертора.

Таким чином, функціонал несучих імпульсів, прийме наступний вигляд (рис. 3).

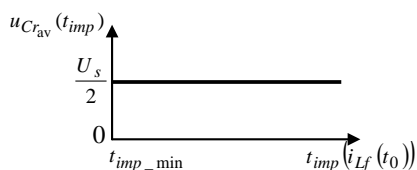


Рис. 3. Функціонал несучих імпульсів напруги, враховуючи припущення щодо їх косинусоїдального характеру

Приймаючи до уваги, що індуктивність фільтра, яка на два порядки вище за індуктивність резонансного контуру, протягом часу  $T_r$  поводить себе як джерело струму із величиною струму  $i_{Lf}(t_0)$ , низькочастотна складова струму  $i_{Lf}$  дорівнює миттєвому значенню струму навантаження  $i_{out}(t_0)$ , а початкова фаза струму через індуктивність резонансного контуру  $i_{Lr}$  визначається значенням струму через індуктивність фільтра наприкінці фази лінійної зарядки дроселя резонансного контуру, тобто  $i_{Lr}(t_0) = i_{Lr}(t_1)$  та з урахуванням того, що при малих кутах  $\sin(\alpha) \approx \alpha$ ,

струм в резонансному контурі можна описати залежністю

$$i_{Lr}(\tau) = I_{r\_m} \cdot \sin \left( \omega_r \tau - \arcsin \left( \frac{i_{out}(t_0)}{I_{r\_m}} \right) \right) + i_{out}(t_0), \quad (3)$$

де  $i_{out}(t_0) = I_{out\_m} \cdot \sin(\omega_{out} t_0)$ .

Введемо коефіцієнт струму

$$k_i = \frac{I_{r\_m}}{I_{out\_m}}, \quad (4)$$

Цей коефіцієнт показує відношення амплітуди змінної складової резонансного струму до максимального значення струму в навантаженні.

Коефіцієнт  $k_i$  (4) визначає початкову фазу синусоїдальної кривої струму через котушку індуктивності в резонансному контурі і тривалість першого та четвертого етапів  $\Delta t_1$  і  $\Delta t_4$ , при яких відбувається лінійне збільшення струму через резонансну індуктивність і лінійне зниження резонансної напруги відповідно. Проаналізовані електромагнітні процеси [9] (див. рис. 2) показали, що початок несучих високочастотних імпульсів напруги на резонансному конденсаторі запізнюється на час  $\Delta t_1$ , а тривалість варіативної ділянки несучого імпульсу дорівнює  $\Delta t_4$ .

Так як на вхід низькочастотного вихідного фільтра надходять імпульси з виходу резонансного контуру з частотою, що принаймні на 2 порядки є більшою за частоту зрізу фільтра, то на величину вихідної напруги ПЧ впливає саме функціонал несучих імпульсів напруги. Отже, для визначення межі застосування обраного функціоналу несучих імпульсів (див. рис. 3) необхідно оцінити похибку, яка виникає при його використанні. Визначення похибки проведемо наступним чином

$$\sigma = \frac{|u_{Cr_{av\_ap}} - u_{Cr_{av\_ex}}|}{u_{Cr_{av\_ex}}} \quad (5)$$

Для різних значень коефіцієнту  $k_i$  розраховано відносну похибку (5) в залежності від фази вихідної напруги. На рис. 4 наведено графіки отриманих значень похибок в лінійному (а) і логарифмічному (б) масштабі, розрахованих для  $k_i = 1; 1,2; 4$ .

Таким чином, найбільше значення похибки спостерігається при максимумі вихідної напруги. При значенні  $k_i \geq 1,2$  найбільша похибка досягає 0,0001, тобто нижньою межею для використання функціоналу (див. рис. 3), що дозволяє використовувати середнє значення несучого імпульсу, описаного залежністю (2) без помітного впливу похибки на розрахунок керуючої послідовності імпульсів прийемо значення коефіцієнту струму

$$k_i = \frac{I_{r\_m}}{I_{out\_m}} \geq 1,2.$$

Для визначення меж застосування отриманого функціоналу, знайдемо їх зв'язок з параметрами навантаження. Виразимо коефіцієнт струму через параметри резонансного кола і кола навантаження.

Для розрахунку амплітуди змінної складової струму через індуктивність резонансного контуру необхідно визначити значення хвильового опору. Хвильовий опір резонансного контуру можна визначити із балансу енергій накопичувальних елементів, математично описаного рівнянням

$$\frac{L_r I_{r-m}^2}{2} = \frac{C_r (U_s / 2)^2}{2}.$$

Звідси отримуємо залежність амплітуди резонансного струму від хвильового опору:

$$I_{r-m} = (U_s / 2) \sqrt{\frac{C_r}{L_r}}.$$

Так як амплітуда вихідного струму залежить від бажаних вихідних параметрів перетворювача наступним чином:

$$I_{out-m} = \frac{U_{out-m}}{R_{out}} = \frac{k_u \cdot U_s}{2R_{out}},$$

де  $k_u = (2U_{out})/U_s$  - відносна напруга вихідного сигналу, що дорівнює відношенню амплітуди вихідної напруги до амплітуди напруги на конденсаторі резонансного контуру,  $R_{out}$  - опір навантаження, то

$$k_i = \frac{2R_{out}}{k_u \cdot U_s} \cdot \frac{U_s}{2\sqrt{L_r / C_r}} = \frac{R_{out}}{k_u \sqrt{L_r / C_r}}.$$

Амплітуда вихідного струму повинна бути менше амплітуди струму резонансного контуру  $I_{r-m} > I_{out-m}$ , інакше індуктивність резонансного контуру буде обмежувати вхідний струм вихідного фільтра і, отже, вихідний струм та напруга будуть менше розрахункових. Таке обмеження можна записати у вигляді

$$k_i = \frac{R_{out}}{k_u \sqrt{L_r / C_r}} \geq 1. \quad (6)$$

Проте, для нехтування похибкою обраного функціоналу (див. рис. 3) несучих імпульсів бажано здійснити наступну корекцію (6):

$$k_i = \frac{R_{out}}{k_u \sqrt{L_r / C_r}} \geq 1,2. \quad (7)$$

Для урахування похибки спрощеної моделі при розрахунку часової послідовності керуючих імпульсів при  $k_i < 1,2$  введемо коефіцієнт  $\delta$ .

$$\delta = \frac{u_{Cr_{av\_ap}}}{u_{Cr_{av\_ex}}}. \quad (8)$$

Цей коефіцієнт визначається відношенням наближеного середнього значення напруги несучого імпульсу до точного.

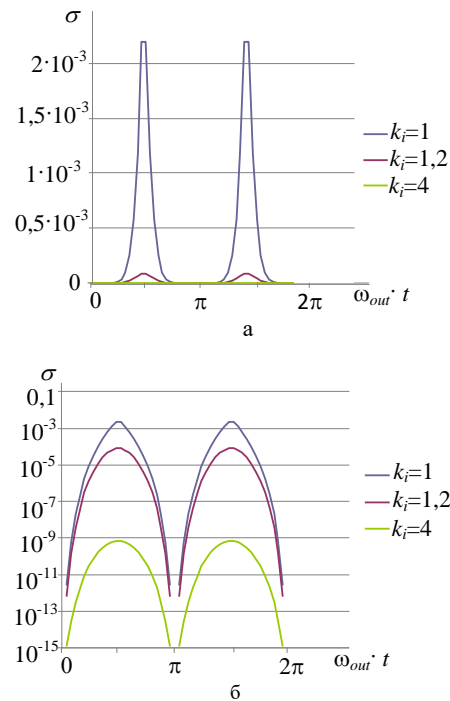


Рис. 4. Графіки розрахованих значень похибок в лінійному (а) і логарифмічному (б) масштабі

#### IV. ЗАКОН ЧАСО-ІМПУЛЬСНОГО КЕРУВАННЯ ПЕРЕТВОРЮВАЧЕМ ЧАСТОТИ НА ОСНОВІ РЕЗОНАНСНОГО ІНВЕРТОРА

Для отримання закону часо-імпульсного керування резонансним перетворювачем частоти визначимо середнє значення напруги на резонансному конденсаторі за проміжок часу між двома послідовними керуючими імпульсами:

$$u_{Cr-i} = \frac{u_{Cr_{av}} \cdot T_r}{(t_{i+1} - t_i)} = \frac{U_s \cdot T_r}{2 \cdot \delta \cdot (t_{i+1} - t_i)}. \quad (9)$$

Порівняємо його із середнім значенням вихідної синусоїдальної напруги за той самий проміжок часу, яке може бути знайдене за залежністю [10]:

$$u_{out-i} = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \frac{T_r U_{out}}{2\pi k_f} (\cos 2\pi k_f n_i - \cos 2\pi k_f n_{i+1}). \quad (10)$$

Прирівнявши (9) та (10), отримуємо закон формування послідовності керуючих імпульсів для нелінійного керування резонансним інвертором

$$n_{i+1} = \frac{1}{2\pi k_f} \arccos \left( \cos 2\pi k_f n_i - \frac{2\pi k_f \delta}{k_u} \right), \quad (11)$$

де  $k_f = f_{out}/f_r$  - відносна частота вихідної напруги, що дорівнює відношенню частот вихідної напруги та резонансного контуру,  $n_i = t_i/T_r$  - відносний час замикання ключів, що визначається відношенням часу, відліченого від початку півхвилі опорної напруги, до тривалості несучого імпульсу, що дорівнює періоду власних коливань резонансного контуру.



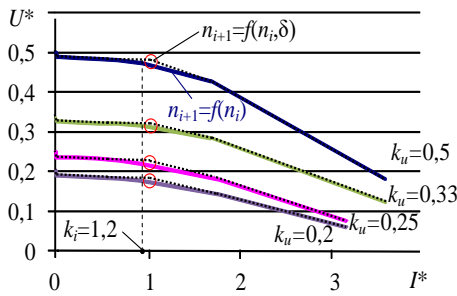


Рис. 5. Сімейство зовнішніх характеристик перетворювача частоти для різних значень  $k_u$ , керування яким здійснюється за різними законами часо-імпульсного керування

Даний закон дозволяє здійснювати розрахунок часової послідовності керуючих імпульсів інвертора в режимі реального часу, враховуючи похибку використання приблизного значення визначеного функціоналу несучих імпульсів – їх середнього значення.

Для підтвердження отриманих результатів, базуючись на удосконаленій математичній моделі, розраховано сімейство зовнішніх характеристик резонансного перетворювача частоти, керування яким здійснюється за законами (11) (на рис. 5 позначено як  $n_{i+1}=f(n_i, \delta)$ ) та законом, отриманим у [10] (на рис. 5 –  $n_{i+1}=f(n_i)$ ):

$$n_{i+1} = \frac{1}{2\pi k_f} \cdot \arccos(\cos 2\pi k_f n_i - \frac{2\pi k_f}{k_u}).$$

Вихідну напругу представлено у відносному вигляді як  $U^* = 2U_{out\_m} / U_s$ , а струм – як  $I^* = I_{out\_m} / I_{r\_m} = 1 / k_i$ , де  $U_{out\_m}$  – амплітудне значення вихідної напруги,  $U_s$  – напруга на вході резонансного інвертора,  $I_{out\_m}$  – амплітудне значення струму навантаження,  $I_{r\_m}$  – амплітудне значення змінної складової струму в резонансному контурі. На рис. 5 зображено сімейство зовнішніх характеристик перетворювача частоти для різних значень  $k_u = (2U_{out\_m})/U_s$  та законів керування.

Значення  $I^* = 1$  відповідає випадку, коли максимальний струм через резонансну індуктивність  $I_{r\_m}$  дорівнює амплітуді струму через навантаження  $I_{out\_m}$ , тобто  $k_i = 1$ . Ця точка відповідає максимальній амплітуді вихідного струму, при якому перетворювач частоти забезпечує бажану форму вихідної напруги. У випадку, коли  $I^* > 1$ , індуктивність резонансного контуру обмежуватиме вхідний струм і, таким чином, значення вихідних струму і напруги перетворювача будуть нижчі за бажані. Тому криві зовнішньої характеристики перетворювача, керування яким здійснюється за удосконаленим законом (11), мають точку злomu  $I^* = 1$ . Точки злomu зовнішньої характеристики перетворювача, який регулює напругу згідно із законом керування (10), зміщені вліво у порівнянні із попереднім випадком та відповідають коефіцієнту струму  $k_i = 1,2$ . Це спричинено

різницею між точним та приблизним значенням обраного функціоналу та підтверджує теоретичні засади даної роботи.

## ВИСНОВКИ

Таким чином, в роботі отримала розвиток математична модель перетворювача в частині визначення функціоналу несучих імпульсів напруги на резонансному конденсаторі, які дозволяють замінити кусково-синусоїдальні функції, що складаються з п'яти ділянок, які відповідають п'яти міжкомутаційним етапам, на дві ділянки, одна з яких тотожно дорівнює нулю, а друга представляє ділянку гармонічної функції – для напруги  $u_{Cr}$  (2), а для струму  $i_{Lr}$  – (3). Отриманий функціонал, яким є залежність середнього значення напруги на резонансному конденсаторі за час, який є складною функцією від миттєвого значення струму через індуктивність фільтра в момент початку керуючого імпульсу для одного з транзисторів півмоста, дозволяє здійснювати розрахунок часової послідовності керуючих імпульсів для силових транзисторів резонансного інвертора в режимі реального часу відповідно до розробленого закону часо-імпульсного керування.

Для визначення області застосування обраного функціоналу із урахуванням припущення щодо косинусоїдального характеру несучого імпульсу напруги, оцінено похибку, яка виникає при його використанні. При перебільшенні амплітуди резонансного струму над амплітудою вихідного струму більше ніж у 1,2 рази ( $k_i \geq 1,2$ ) максимальна похибка становить 0,01 %, тому при такому значенні коефіцієнту струму  $k_i$  для розрахунку керуючої послідовності імпульсів резонансного перетворювача частоти можна вважати, що середнє значення кожного з несучих імпульсів дорівнює половині вхідної напруги інвертора ( $0,5U_s$ ), що значно спростить поточні обчислення в реальному часі. Для випадку, коли  $1 \leq k_i < 1,2$  для забезпечення жорсткого характеру зовнішньої характеристики перетворювача отримано закон часо-імпульсного керування, який враховує та компенсує неточність наближеного значення обраного функціоналу. На базі математичної моделі резонансного перетворювача частоти з часо-імпульсним керуванням побудовано сімейство зовнішніх характеристик перетворювача, що показали збільшення їх жорстких ділянок та підтвердили отримані теоретичні результати.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- [1] Shi L., Shan C., Wu X., Zhao N., "Comparison of solid-state frequency converter and rotary frequency converter in 400Hz power system," in *Proc. of International Conference on Electrical Machines and Systems*, pp. 1-5, 2011, DOI: [10.1109/ICEMS.2011.6073791](https://doi.org/10.1109/ICEMS.2011.6073791)
- [2] B. Bose, *Modern power electronics and AC drives*. Prentice-Hall Inc., 738 p., 2002.
- [3] A. Pressman, K. Billing, and T. Morey. *Switching Power Supply Design, 3rd ed.* The McGraw-Hill Companies, 880 p., 2009.
- [4] M. Taha, D. Skinner, S. Gami, M. Holme, and G. Raimondi, "Variable frequency to constant frequency converter (VFCFC) for aircraft applications," *International Conference on Power Electronics, Machines and Drives*, pp. 235-240, 2002, DOI: [10.1049/cp:20020120](https://doi.org/10.1049/cp:20020120)



- [5] D. Vinnychenko, and N. Nazarova, "Power Converter Adaptive Control System of the Installation for Production of Nanocarbons from Gaseous Hydrocarbons," in *IEEE 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO)*, Kyiv, pp. 515-520, 2018, DOI: [10.1109/UKRCON.2017.8100307](https://doi.org/10.1109/UKRCON.2017.8100307).
- [6] O. M. Yurchenko, V. Ya. Hutsaliuk, P. Yu. Herasymenko, and I. O. Sliharevskiy, "Model rezonansnoho tranzystornoho invertora napruhy z nyzkochastotnoiu impulsnoiu moduliatsiieiu [Model of resonant transistor voltage inverter with the low-frequency pulse modulation]," *Tekhnichna elektrodynamika*, no 1, pp. 24 – 30, 2011, URL: <http://www.techned.org.ua/article/11-1/st4.pdf>
- [7] Wang Chien-Ming, and Guan-Chyun Hsich, "A Series-Resonant DC/AC Inverter for Impedance-Load Drives," *IEEE Transactions on power electronics.*, vol. 16., no. 3, pp. 325-334, 2001, DOI: [10.1109/63.923764](https://doi.org/10.1109/63.923764)
- [8] G. Pavlov, I. Vinnichenko, and M. Pokrovskiy. "Research of the interrelationship between the frequency converter on the basis of the resonant inverter with nonlinear control power unit parameters and its load," *IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, Kyiv, pp. 554-559, 2017, DOI: [10.1109/UKRCON.2017.8100300](https://doi.org/10.1109/UKRCON.2017.8100300).
- [9] G. V. Pavlov, and I. L. Vinnychenko, "The mathematical model of resonant frequency converter with pulse regulation", *Shipbuilding and Marine Infrastructure*, in press.
- [10] G. V. Pavlov, A. V. Obrubov, I. L. Vinnichenko, "Nelineinoe upravlenie rezonansnym invertorom preobrazovatelya chastoty [Nonlinear control of the frequency converter resonant inverter]," *Pratsi instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy*, vol. 42, pp. 96-101, 2015.

Надійшла до редакції 02 квітня 2018 р.

УДК 621.314.58

## Математическая модель преобразователя частоты на основе резонансного инвертора с время-импульсным управлением

Павлов Г. В., д.т.н. проф., ORCID [0000-0002-4937-1828](https://orcid.org/0000-0002-4937-1828)

e-mail [pavlov.gv.nuk@gmail.com](mailto:pavlov.gv.nuk@gmail.com)

Винниченко И. Л., ORCID [0000-0002-3768-1060](https://orcid.org/0000-0002-3768-1060)

e-mail [i.l.vinnychenko@gmail.com](mailto:i.l.vinnychenko@gmail.com)

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова  
Николаев, Украина

**Реферат**—Получила развитие математическая модель двухзвенного резонансного преобразователя частоты в части определения функционала несущих импульсов напряжения на резонансном конденсаторе, который позволяет заменить кусочно-линейные функции, состоящие из пяти участков, соответствующие пяти межкоммутационным этапам, на два участка, один из которых имеет синусоидальный характер. Полученный функционал позволяет осуществлять расчет временной последовательности управляющих импульсов для силовых транзисторов резонансного инвертора в режиме реального времени в соответствии с разработанным законом время-импульсного управления. Определены границы применения полученного функционала и разработанного на их основе закона управления. Благодаря математической модели построены внешние характеристики преобразователя.

Библ. 10, рис. 5.

**Ключевые слова** — преобразователи частоты; резонансный инвертор; время-импульсное регулирование; синусоидальные несущие импульсы.



# Mathematical Model of the Frequency Converter Based on the Resonant Inverter with Pulse-Density Control

G. V. Pavlov, Dr.Sc.(Eng.) Prof., ORCID [0000-0002-4937-1828](https://orcid.org/0000-0002-4937-1828)

e-mail [pavlov.gv.nuk@gmail.com](mailto:pavlov.gv.nuk@gmail.com)

I. L. Vinnychenko, ORCID [0000-0002-3768-1060](https://orcid.org/0000-0002-3768-1060)

e-mail [i.l.vinnychenko@gmail.com](mailto:i.l.vinnychenko@gmail.com)

Admiral Makarov National University of Shipbuilding  
Mykolaiv, Ukraine

**Abstract**—The article is dedicated to the development of the mathematical model of the resonant frequency converter with pulse-density control in the part of determining the functional of the carrier voltage pulses, which allows calculating the time sequence of the inverter's control pulses. The authors have determined that the functional here is the dependence of the average value of the carrier voltage pulse of the resonant capacitor on its duration. Its duration, on its turn, depends on the instantaneous filter current value at the beginning of the control pulse for the half-bridge transistors. The analytic expressions for determining the exact and approximate average values of the quasi-sinusoidal voltage pulses at the resonant capacitor during the time interval between two serial control pulses are obtained. Due to the gotten expressions, the error in the application of the approximate model is estimated.

Comparing the average value of the carrier resonant voltage pulse with the average value of the desired output voltage during the time interval between two serial control pulses, allowed to obtain the frequency converter pulse-density control law, which considered and compensated the inaccuracy of the approximate value of the chosen functional. To observe the functionality of the frequency converter, which operates according to the designed control law, its load characteristics were built and compared to the characteristics of the converter, which control law used the approximate model but did not consider its inaccuracy.

In the case of the resonant current amplitude exceeding 1.2 times over the load current one, the maximum calculating error of the average value of the carrier voltage pulses is 0.01%. This makes possible to simplify the real time calculation of the control pulses sequence by using the approximate average value of the resonant voltage to ensure the hard pattern of the load characteristic in the case of load resistance varying within two orders. The comparison of the frequency converters load characteristics in the cases of various control laws shows the prolonged hard pattern of the load characteristic in the case of considering the inaccuracy of the chosen functional.

The research results can be applied in the design of the highly efficient secondary power supplies with improved electromagnetic compatibility with the load and the network. Thus, the received functional of the carrier sinusoidal voltage pulses allows the real time calculation of the control pulses time sequence for the power transistors of the resonant inverter in accordance to the developed pulse-density control law.

Ref. 10, fig. 5.

*Keywords* – frequency converters; resonant inverter; components; pulse-density control; sinusoidal carrier pulses

