

Розрахунок імовірності отримання енергії заряду/розряду акумулятора на основі використання теорії мартингалів

Осипенко К. С., к.т.н., ORCID [0000-0002-6674-8332](https://orcid.org/0000-0002-6674-8332)

e-mail ekateryna.osypenko@gmail.com

Факультет електроніки, кафедра промислової електроніки

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» kpi.ua

Київ, Україна

Реферат—У наведеній статті запропоновано методичку розрахунку імовірності енергії заряду/розряду акумулятора на основі використання теорії мартингалів. Наведено спрощену структурну схему системи розосередженої генерації з акумулятором. Запропоновано процес коливання рівня енергії на виході відновлюваного джерела відносно її середнього значення і, відповідно, послідовність відхилення кількості енергії, що потрапляє на заряд або розряд акумулятора, від її середнього значення вважати мартингалами. Наведено формули для розрахунку імовірності надмірного розряду та перезаряду акумулятора для симетричного та несиметричного випадків. Побудовано графіки залежності імовірності надмірного розряду акумулятора від величини недостатнього рівня енергії розряду, а також імовірності перезаряду акумулятора від величини надмірного рівня енергії заряду для обох випадків.

Бібл. 4, рис. 2.

Ключові слова — Smart Grid; розосереджена генерація; відновлювані джерела енергії; акумулятор; мартингал.

I. ВСТУП

Стрімке зростання частки виробленої енергії та встановленої потужності відновлюваних джерел у енергосистемі України вказує на необхідність розробки системи керування, яка б враховувала стохастичний характер зміни рівнів енергії на виході навантажень та джерел, і забезпечувала роботу останніх в режимі відбору максимальної енергії [1].

Для забезпечення неперервності живлення навантаження у системи розосередженої генерації включається акумулятор (АК) (рис. 1), раціональне використання енергії якого забезпечується шляхом накопичення енергії на інтервалах, на яких рівень енергії, що генерується відновлюваним джерелом (ВДЕ), перевищує середнє значення, і повернення енергії в систему на інтервалах, коли рівень енергії, що генерується, нижчий за середнє значення. Враховуючи принцип невизначеності Гейзенберга, для забезпечення ефективної роботи систем розосередженої генерації необхідно не лише визначити середнє значення енергії, що генерується відновлюваним джерелом, на базовому інтервалі, а й оцінювати величину енергії, яка спрямовується на заряд акумулятора або отримується при його розряді на кожному з інтервалів спостереження [2]. Водночас при правильній організації керування акумулятор у системі розосередженої генерації реалізує умову відбору максимальної енергії від відновлюваного джерела шляхом забезпечення рівності внутрішнього опору $r(t)$ еквівалентного джерела напруги $E(t)$ та опору навантаження $R_H(t)$. Перетворювач Π

у системі призначений для стабілізації напруги на виході еквівалентного джерела, що забезпечує відбір максимальної енергії.

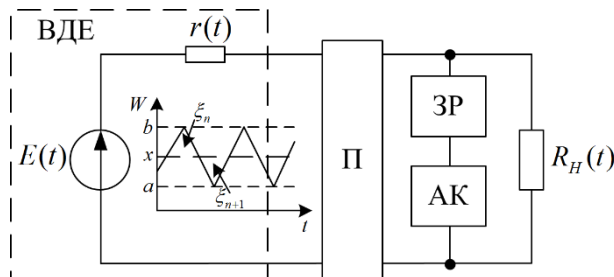


Рис. 1 Спрощена схема системи розосередженої генерації

Процес коливання рівня енергії на виході відновлюваного джерела відносно її середнього значення і, відповідно, послідовність відхилення кількості енергії, що потрапляє на заряд або розряд акумулятора, від її середнього значення можна вважати мартингалами [3], адже не має значення, коли починається і закінчується зміна енергії, середнє значення зміни енергії виявляється нульовим.

Застосування поняття мартингалів до моделювання процесів заряду та розряду акумулятора на короткотривалих інтервалах спостереження є ефективним, оскільки дозволяє оцінити: по-перше, кількість енергії, яка може виявитись надмірною при заряді (що може призвести до перезаряду); по-друге, кількість енергії, що може виявитись недостатньою при розряді (що може призвести до надмірного розряду).

Метою роботи є розрахунок імовірності отримання кількості енергії, що направлена на заряд акумулятора, та кількості енергії, що отримується при розряді акумулятора, з використанням теорії мартингалів.

II. РОЗРАХУНОК ІМОВІРНОСТЕЙ ПЕРЕЗАРЯДУ ТА НАДМІРНОГО РОЗРЯДУ АКУМУЛЯТОРА

Для оцінки рівня енергії акумулятора, що може виявитись надмірним або недостатнім, розв'яжемо задачу визначення імовірностей перезаряду та надмірного розряду акумулятора на основі застосування теорії мартингалів.

Нехай W_0 – початковий рівень енергії акумулятора. На кожному інтервалі спостереження виконується перевірка співвідношення енергії, що генерується відновлюваним джерелом $W_{ВДЕ}$, та енергії навантаження W_H . Якщо $W_{ВДЕ} > W_H$, то акумулятор заряджається, а якщо $W_{ВДЕ} < W_H$, то акумулятор розряджається. Якщо кількість енергії, що направлена на заряд акумулятора, досягла деякого рівня W_{\max} , $W_{\max} > W_0$, вважатимемо його перезарядженим, W_{\max} – надмірний рівень енергії заряду. Якщо ж кількість енергії, що отримується при розряді акумулятора, досягла деякого рівня W_{\min} , $W_{\min} < W_0$, вважатимемо його надмірно розрядженим, W_{\min} – недостатній рівень енергії розряду.

Функція, що характеризує енергію акумулятора після процесів заряду або розряду, є випадковою. Нехай W_n – незалежні випадкові величини, які характеризують рівень енергії заряду або розряду акумулятора: значення $W_n = 1$ відповідає енергії заряду акумулятора з імовірністю $P(W_n = 1) = p$; значення $W_n = -1$ відповідає енергії розряду акумулятора з імовірністю $P(W_n = -1) = 1 - p = q$. Всі вказані величини є безрозмірними, адже віднесені до деякого базового рівня енергії $W_{\text{баз}}$. Рівень енергії акумулятора після n зарядів або розрядів визначається наступним чином: $W_{AK} = W_0 + W_1 + \dots + W_n$. Процеси заряду або розряду акумулятора зупиняються, коли акумулятор надмірно розрядиться або перезарядиться, тобто у момент часу $\tau = \min \{n : W_{AK} = W_{\min} \text{ або } W_{AK} = W_{\max}\}$.

Розрахуємо імовірності надмірного розряду $P(W_{AK\tau} = W_{\min})$ або перезаряду $P(W_{AK\tau} = W_{\max})$ акумулятора в момент часу τ . Застосуємо теорію мартингалів для визначення цих імовірностей. При розв'язанні цієї задачі виключимо випадок, коли акумулятор заряджається або розряджається $(W_{\max} - W_{\min})$ разів підряд.

При визначенні імовірностей перезаряду та надмірного розряду акумулятора у системі можливі два випадки: 1) симетричний випадок, коли імовірності заряду та розряду акумулятора є однаковими:

$p = q = 0,5$; 2) несиметричний випадок, коли імовірності заряду та розряду акумулятора не є однаковими: $p \neq q$.

У симетричному випадку функція, що характеризує енергію акумулятора, W_{AK} – є мартингалом з постійним середнім значенням W_0 . Для будь-якої кількості зарядів або розрядів n ця функція є обмеженою: $|W_{AK \min(\tau, n)}| \leq \max(|W_{\min}|, |W_{\max}|)$. Тоді за теоремою про зупинку [4] математичне очікування цієї функції: $M[W_{AK\tau}] = M[W_{AK0}]$, де

$$M[W_{AK0}] = W_0,$$

$$M[W_{AK\tau}] = W_{\min} \cdot P(W_{AK\tau} = W_{\min}) + W_{\max} \cdot P(W_{AK\tau} = W_{\max}).$$

Враховуючи, що $P(W_{AK\tau} = W_{\min}) + P(W_{AK\tau} = W_{\max}) = 1$, отримаємо:

$$P(W_{AK\tau} = W_{\min}) = \frac{W_{\max} - W_0}{W_{\max} - W_{\min}},$$

$$P(W_{AK\tau} = W_{\max}) = \frac{W_0 - W_{\min}}{W_{\max} - W_{\min}}.$$

У несиметричному випадку функція W_{AK} , що характеризує енергію акумулятора, не є мартингалом, і для розрахунків необхідно використовувати іншу функцію, яка є мартингалом та враховує нерівні значення імовірностей заряду та розряду, і до якої можна застосувати теорему про зупинку. Розглянемо функцію $y_{AK} = (q/p)^{W_{AK}} = (q/p)^{W_0} \prod_{k=1}^n (q/p)^{W_k}$, де математичне очікування

$$\begin{aligned} M\left[\left(\frac{q}{p}\right)^{W_k}\right] &= \\ &= \left(\frac{q}{p}\right) \cdot p + \left(\frac{p}{q}\right) \cdot q = \\ &= p + q = 1 \end{aligned}$$

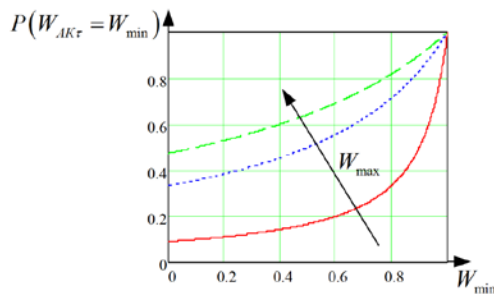
Оскільки математичне очікування є постійною величиною, функція y_{AK} є мартингалом, і вона обмежена, $|y_{AK \min(\tau, n)}| \leq \max(|W_{\min}|, |W_{\max}|)$. Застосовуючи теорему про зупинку, розрахуємо математичне очікування цієї функції: $M[y_{AK\tau}] = M[y_{AK0}]$, де

$$M[y_{AK0}] = \left(\frac{q}{p}\right)^{W_0},$$

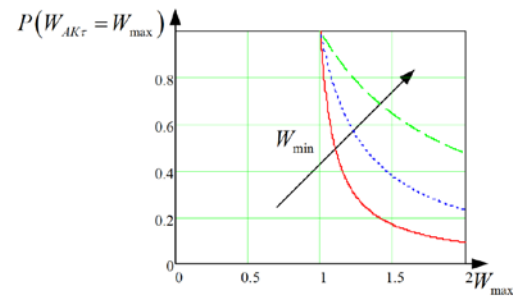
$$M[y_{AK\tau}] = \left(\frac{q}{p}\right)^{W_{\min}} \cdot P(W_{AK\tau} = W_{\min}) + \left(\frac{q}{p}\right)^{W_{\max}} \cdot P(W_{AK\tau} = W_{\max}).$$

Тоді, враховуючи, що $P(W_{AK\tau} = W_{\min}) + P(W_{AK\tau} = W_{\max}) = 1$, отримаємо:

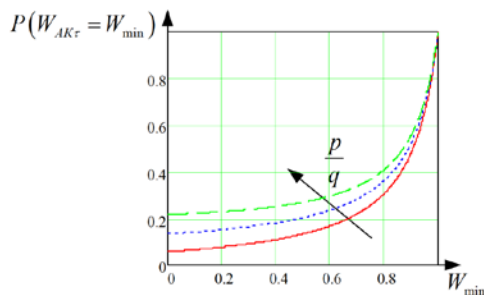
$$P(W_{AK\tau} = W_{\min}) = \frac{(q/p)^{W_{\max}} - (q/p)^{W_0}}{(q/p)^{W_{\max}} - (q/p)^{W_{\min}}},$$



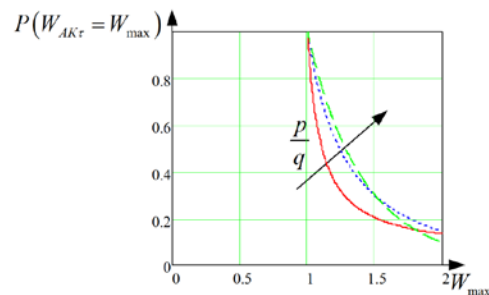
а)



б)



в)



г)

Рис. 2 Залежності імовірностей надмірного розряду та перезаряду акумулятора від величин недостатнього рівня енергії розряду та надмірного рівня енергії заряду: а, б – для симетричного випадку; в, г – для несиметричного для різних співвідношень імовірностей p та q . Графіки побудовані у відносних одиницях, де за одиницю прийнято початковий рівень енергії акумулятора; значення енергій перезаряду та надмірного розряду коливаються в межах від 10% до 90% від початкового значення.

$$P(W_{AK\tau} = W_{\max}) = \frac{(q/p)^{W_0} - (q/p)^{W_{\min}}}{(q/p)^{W_{\max}} - (q/p)^{W_{\min}}}.$$

На рис. 2 представлено залежності імовірностей надмірного розряду та перезаряду акумулятора від величин недостатнього рівня енергії розряду та надмірного рівня енергії заряду. На рис. 2 а, б наведено залежності для симетричного випадку, на рис. 2, в, г – для несиметричного для різних співвідношень імовірностей p та q . Графіки побудовані у відносних одиницях, де за одиницю прийнято початковий рівень енергії акумулятора; значення енергій перезаряду та надмірного розряду коливаються в межах від 10% до 90% від початкового значення.

Як видно з рис. 2 а, б, з ростом як величини надмірного рівня енергії заряду, так і величини недостатнього рівня енергії розряду імовірності як перезаряду, так і надмірного розряду акумулятора збільшуються.

Аналізуючи рис. 2 в, г, бачимо, що з ростом співвідношення між імовірностями заряду акумулятора p та розряду акумулятора q імовірності надмірного розряду та перезаряду акумулятора збільшуються. При цьому тенденція збільшення імовірностей надмірного розряду та перезаряду акумулятора від величин недостатнього рівня енергії розряду та надмірного рівня енергії заряду при збільшенні рівня його розряду зберігається.

Надійшла до редакції 06 квітня 2018 р.

ВИСНОВКИ

Таким чином, застосування теорії мартингалів дозволяє оцінити, по-перше, кількість енергії, яка може

виявитись надмірною при заряді (що може призвести до перезаряду); по-друге, кількість енергії, що може виявитись недостатньою при розряді (що може призвести до надмірного розряду), та визначити імовірності його перезаряду та надмірного розряду за умови реалізації відбору максимальної енергії від відновлюваного джерела енергії.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Baziuk, T. M., et al., *Intelektualni elektrichni merezhi: elementy ta rezhimi*, O. V. Kyrylenko, Ed. [Smart power network: elements and regimes], Kyiv: Institute of Electrodynamics of the NAS of Ukraine, 2016, p. 399. ISBN: 978-966-02-7913-1
- [2] K. S. Osypenko; V. Ya. Zhuikov, «Printsyp nevyznachenosti Geizenberga pry otsyntsi rinvnia energii, shcho generuietsia vidnovliuvanymy dzherelamy [Heisenberg's uncertainty principle in evaluating the renewable sources power level],» *Technical Electrodynamics*, № 1, pp. 10-16, 2017. URL: http://techned.org.ua/index.php?option=com_content&view=article&id=1123&Itemid=77
- [3] S. S. Stepanov, *Stochastic world*, Springer International Publishing, 2013, p. 339. ISBN: 978-3-319-00070-1
- [4] A. Turing *On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem* // *Proceedings of the London Mathematical Society*. London, Mathematical Society, 1937. Vol. 42. P. 230–265. ISSN: 0024-6115.

Расчет вероятности получения энергии заряда/разряда аккумулятора на основе использования теории мартигалов

Осипенко Е. С., к.т.н., ORCID [0000-0002-6674-8332](https://orcid.org/0000-0002-6674-8332)

e-mail ekateryna.osypenko@gmail.com

Факультет электроники, кафедра промышленной электроники

Национальный технический университет Украины

«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского» kpi.ua

Киев, Украина

Реферат— В приведенной статье предложена методика расчёта вероятности получения энергии заряда/разряда аккумулятора на основе использования теории мартигалов для обеспечения его эффективной работы. Приведена упрощенная структурная схема системы распределенной генерации с аккумулятором. Предложено процесс колебания уровня энергии на выходе возобновляемого источника относительно ее среднего значения и, соответственно, последовательность отклонения количества энергии, попадающей на заряд или разряд аккумулятора, от ее среднего значения, считать мартигалом. Приведены формулы для расчета вероятности чрезмерного разряда и перезаряда аккумулятора для симметричного и несимметричного случаев. Построены графики зависимости вероятности чрезмерного разряда аккумулятора от величины недостаточного уровня энергии разряда, а также вероятности перезаряда аккумулятора от величины избыточного уровня энергии заряда для обоих случаев.

Библ. 4, рис. 2.

Ключевые слова - Smart Grid; распределенная генерация; возобновляемые источники энергии; аккумулятор; мартигал.

UDC 621.314

Calculation of Probability of Storage Battery Energy Obtaining Based on the Use of Martingale Theory

K. S. Osypenko, PhD, ORCID [0000-0002-6674-8332](https://orcid.org/0000-0002-6674-8332)

e-mail ekateryna.osypenko@gmail.com

Faculty of electronics, Department of Industrial Electronics

National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” kpi.ua

Kyiv, Ukraine

Abstract—In the presented article, a novel technique for calculation of probability of storage battery energy obtaining based on the use of martingale theory to ensure its effective operation is proposed. A simplified block diagram of a distributed generation system with a storage battery is given. The process of the energy level fluctuating at the output of a renewable source relative to its average value and, accordingly, the sequence of the deviation of the amount of energy falling on the charge or discharge of the storage battery from its average value is proposed to consider as a martingale. Formulas for calculating the probability of the storage battery excessive discharge and recharge for symmetric (when probabilities of energy charge and discharge are equal) and asymmetrical (when probabilities of energy charge and discharge are not equal) cases are given. The graphs of the dependence of the probability of an excessive discharge of a storage battery on the amount of an insufficient level of discharge energy are plotted, as well as the probability of a battery recharge from the excess charge energy level for both cases. It is shown that with the growth of both the magnitude of the excessive level of charge energy and the size of the insufficient level of discharge energy, the probability of both recharge and excessive discharge of the



storage battery are increased. In the asymmetric case the function characterizing the storage battery energy can not be considered as a martingale. Therefore, it is necessary to use a different function for calculations that takes into account the unequal values of the probabilities of charge and discharge, is a martingale, and to which a theorem of a stop can be applied. It is noted that with an increase in the ratio between the probability of storage battery charge and battery level, the likelihood of excessive discharge and recharge of the battery are increased. At the same time, the tendency to increase the likelihood of excessive discharge and recharge of the battery from the values of insufficient level of discharge energy and excessive level of charge energy while increasing its level of storage remains. Thus, the application of the theory of martingales allows us to estimate, first, the amount of energy that may be excessive in charge (which may lead to overcharge); and secondly, the amount of energy that may be insufficient in discharging (which can lead to excessive discharge) and determine the probabilities of its overcharge and excessive discharge, provided the maximum energy selection from renewable energy source.

Ref. 4, fig. 2.

Keywords - Smart Grid; distributed generation; renewable energy sources; storage battery; martingale.