

UDC 621.865.8

# Planning Trajectory of Anthropomorphic Walking Robot (Biped Robot)

Kh. Araffa, ORCID [0000-0001-7804-2217](https://orcid.org/0000-0001-7804-2217)

Department of Technical Cybernetics

National technical university of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”

Kyiv, Ukraine

**Abstract**—Humanoid robots have been a topic of great interest for a long time. Among the various motions of a humanoid robot, the most basic and important motion is bipedal walking. Bipedal walking is probably the most appropriate way for robots to move around in a real environment. However Building trajectories for biped robot walking is a complex task considering all degrees of freedom (DOFs) commonly bound within the mechanical structure.

To study the stable motion of any bipedal robot we should study the Kinematics, Dynamics, design a control system and of most important the trajectories. This work deals with planning trajectory of humanoid robots (AK Biped robot), especially for planning trajectory of center of mass (CoM), zero moment point (ZMP)a and planning trajectory of swing foot. diffeident method used in planning trajectory like 3D linear inverted pendulum (LIMP), polynomial interpolation.

The object of study is the process of automatic control walking of an anthropomorphic walking robot (AK biped robot), for that this paper proposes an approach of joint trajectory generation for the biped robot using the three Three-dimensional linear inverted pendulum for planning trajectory of CoM which keep the ZMP to be inside the support polygon which and guarantee stable dynamic walking of AK biped robot, then trajectory of swing foot derived using the polynomial interpolation function for smooth motion.

The aim of this paper is to present a full 3D walking strategy using dynamic model of 3D inverted pendulum for generation references joint trajectories with simulation also design a control system that granites a stable walking of Biped Robot.

This is done by first reviewing the literature about different walking strategies. During this literature review the 3D-Linear Inverted Pendulum Model appeared to be the most interesting strategy for further research.

Also, in scientific research, it is also used as a simple model of the human walk. The 3D-LIPM generate a trajectory for the general CoM from which the joint angles can be computed

The idea of the strategy is simple. It models the human as a linear inverted pendulum with massless rods, which represent the legs, and a point mass at the end of the rods representing the total mass of the body. During walking, there is always at least one foot on the ground which can be seen as stance leg. This stance leg is then modeled as an inverted pendulum. The general closed form solution of the dynamics of the linear inverted pendulum are used to design a trajectory for the center of mass (CoM ) for stance leg.

In the trajectory generator, the general solution of the 3D-LIPM is used to prescribe a trajectory. for the CoM of the biped robot AK.

The trajectory of the swing leg is designed by a cosine velocity profile interpolation function.

The joint trajectories are used as the input for a dynamic model of biped robot in SimMechanics. The proposed control system in simulation are carried out to tune the trajectory such that the dynamic model is able to walk balanced and the robustness of the gait was verified by adding of disturbances. For example, the position of the CoM was increased or decreased and the steps were simulated with different ground levels. These simulations showed that the trajectory is relatively robust.

Ref. 10, fig. 4.

**Keywords** — *Biped robot; Planning trajectory; linear inverted pendulum; Zero moment point.*

## I. INTRODUCTION

Humanoid robots have been a topic of great interest for a long time. Among the various motions of a humanoid robot, the most basic and important motion is bipedal walking. Bipedal walking is probably the most appropriate way for robots to move around in a real environment [1]. However Building trajectories for biped robot walking is a complex task considering all degrees of freedom (DOFs) commonly bound within the mechanical structure [2].

To study the stable motion of any bipedal robot we should study the Kinematics, Dynamics, design a control system and of most important the trajectories.

## II. PLANNING TRAJECTORY IN ROBOTICS

The planning modalities for trajectories may be different like Point-To-Point, or using a pre-defined path, Or in the joint space, or in the work space. For planning a desired trajectory for AK Biped robot, we need to specify two aspects: geometric path and motion law, with constraints on the continuity (smoothness) of the trajectory and on its time-derivatives up to a given degree.



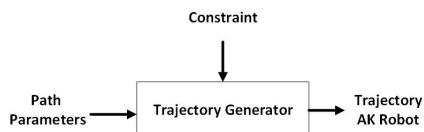


Figure 1. Input/output of general trajectory generator

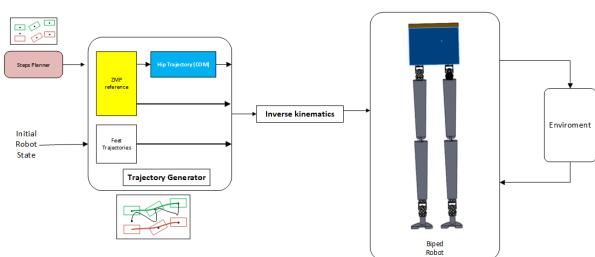


Figure 2. AK Biped robot trajectory generator

The input parameters to trajectory generator see Figure 1 are:

- Path point
- Geometrical constraints like obstacles
- Constraints on the mechanical dynamics and actuation system

where the output data is the trajectory in the joint space or work-space, which given as a sequence (in time) of the acceleration, velocity and position values:

$$\ddot{P}(k.T), \dot{P}(k.T), P(k.T) \quad k = 0, \dots, ,$$

in cartesian space.

Or

$$\ddot{q}(k.T), \dot{q}(k.T), q(k.T) \quad k = 0, \dots, N$$

in joint space

Where T a proper time interval defining the instants in which the trajectory is computed (and converted in the joint space) and sent to each actuator.

### III. PLANNING TRAJECTORY OF AK BIPED ROBOT

The purpose of planning a motion trajectory is to generate a reference motion uses as input for the control systems of AK biped robot and allow the robot to follow the predefined trajectory during walking.

For that in this paper presented strategy for solving the planning trajectory task [3] of Ak biped robot in joint space which divided in different sub-tasks see Figure 2:

- Planning trajectory of Zero moment point (ZMP)
- Planning trajectory of center of mass (CoM)/hip
- Planning trajectory of Swing foot
- Planning trajectory of joints
- Planning trajectory of ZMP and CoM

The ZMP defined as the point where the total angular momentum is zero [4]. In dynamic motion of AK biped

robot, the condition of its stable walking, where its ZMP has to be in the stable region of all contact points between its feet and the ground [5]. The position of the ZMP is computed by finding the point coordinate ( $X_{AK\_Zmp}, Y_{AK\_Zmp}, Z_{AK\_Zmp}$ ) where the total torque equal to zero.

The task of planning trajectory of ZMP [6] consists of designing first a desired ZMP trajectory then generate the hip motion that follow this ideal trajectory. Using the 3D Linear Inverted Pendulum Model (3D-LIMP) [7] the CoM trajectory can planned using predefined the ZMP position [8], for that, the AK biped model is simplified into LIMP with its CoM constrained at a constant height. Because of the linear property, the robot model can be easily used on real robots as in simulation with low computational cost.

The ZMP equations for ( $X_{Axis}, Y_{Axis}$ ) plane are as follows:

$$x_{AK\_ZMP} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \left( \ddot{z}_i - g \right) x_i - \sum_{i=1}^n m_i \left( \ddot{x}_i - g \right) z_i}{\sum_{i=1}^n m_i \left( \ddot{z}_i - g \right)} \quad (1)$$

$$y_{AK\_ZMP} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \left( \ddot{z}_i - g \right) y_i - \sum_{i=1}^n m_i \left( \ddot{y}_i - g \right) z_i}{\sum_{i=1}^n m_i \left( \ddot{z}_i - g \right)} \quad (2)$$

where  $i$  - link number,  $m_i$  - mass of link,  $g$  - gravity acceleration,  $(x, y, z)$  - the coordinate of center of mass of links and  $\left( \begin{smallmatrix} \ddot{x} & \ddot{y} & \ddot{z} \\ x & y & z \end{smallmatrix} \right)$  link acceleration.

Using the coordinate of ZMP from (1) and (2) as a coordinate of pendulum  $P_{x,y,z}$ , and converted it into linear equation the dynamic equation of ZMP can be derived as follows:

$$P_x = x_{com} - \frac{x_{com}}{\omega_n^2} \quad (3)$$

$$P_y = y_{com} - \frac{y_{com}}{\omega_n^2} \quad (4)$$

T (3), (4) are equations relating the ZMP and the CoM. For reference generation purposes a suitable ZMP trajectory can be assigned. The equations (3) and (4) can be solved analytically by applying the following general solutions [9] we got following :

$$\begin{bmatrix} x_f^n \\ \dot{x}_f^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_T & T_C S_T \\ S_T / T_C & C_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i^n \\ \dot{x}_i^n \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$T_C = \sqrt{z_c / g}, \quad C_T = \cosh(T_{SSP} / T_C), \\ S_T = \sinh(T_{SSP} / T_C)$$



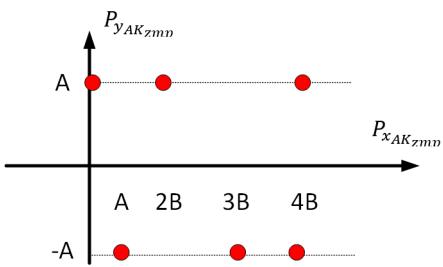


Figure 3. ZMP reference trajectory (step position)  $P_{x_{AKzmp}}$ ,  $P_{y_{AKzmp}}$  in sagittal (x - y) plane

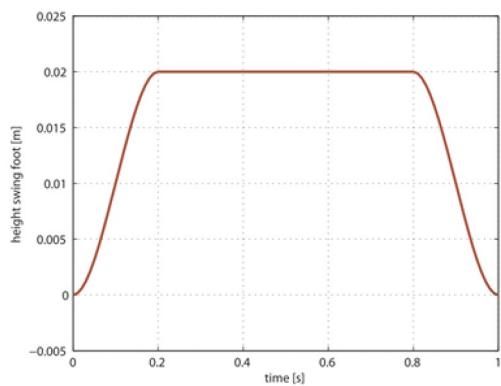


Figure 4. The path of the swing foot with 0.02[m] step height and lift duration of 0.2[s]

where  $n$  - step number,  $T_{SSP}$  - is the duration of the single support phase (SSP),  $i$  and  $f$  - the initial or final position and velocity, respectively. From equations (5), it is possible to determine the trajectory of the CoM in the SSP, for each step.

As follows:

For X axis

$$X_{foot}(t) = X_{initial_{foot}} + 3 \left( X_{final_{foot}} - X_{initial_{foot}} \right) \frac{(t-kT)^2}{T_s^2} - 2 \left( X_{final_{foot}} - X_{initial_{foot}} \right) \frac{(t-kT)^3}{T_s^3} \quad (8)$$

$$kT < t \leq kT + T_s$$

For Z axis

$$Z_{foot}(t) = \begin{cases} Z_{initial_{foot}} + 3 \left( Z_{middle_{foot}} - Z_{initial_{foot}} \right) \frac{(t-kT)^2}{T_m^2} - 2 \left( Z_{middle_{foot}} - Z_{initial_{foot}} \right) \frac{(t-kT)^3}{T_m^3} & kT < t \leq kT + T_m \\ Z_{middle_{foot}} + 3 \left( Z_{initial_{foot}} - Z_{middle_{foot}} \right) \frac{(t-kT-T_m)^2}{(T_s - T_m)^2} - 2 \left( Z_{initial_{foot}} - Z_{middle_{foot}} \right) \frac{(t-kT-T_m)^3}{(T_s - T_m)^3} & kT + T_m < t \leq kT + T_s \end{cases} \quad (9)$$

And finally, from the previously calculated trajectories, we can use the inverse kinematics of the humanoid to calculate the joint angles.

The trajectory of the CoM [10] in the double support phase (DSP) can be determined by connecting the SSP trajectories, for the adjacent steps, with a cubic spline to ensure a smooth transition between the SSP and DSP.

#### A. Swing foot trajectory

The motion of the swing foot is divided different phases as following:

- Phase 1: during DSP and foot is at ground
- Phase 2: lifting the foot
- Phase 3: where the foot remains at a constant height above ground.
- Phase 4: lowering the foot

The swing foot trajectory in SSP phase can be generated using the cubic interpolation see Figure 4 , The initial and final foot position/velocities can be represented as following:

$$X_{foot}(t) = \begin{cases} X_{foot}(t) = X_{initial_{foot}} & t = kT \\ X_{foot}(t) = X_{final_{foot}} & t = kT + T_s \\ \dot{X}_{foot}(t) = 0 & t = kT \\ \dot{X}_{foot}(t) = 0 & t = kT + T_s \end{cases} \quad (6)$$

$$Z_{foot}(t) = \begin{cases} Z_{foot}(t) = Z_{initial_{foot}} & t = kT \\ Z_{foot}(t) = Z_{final_{foot}} & t = kT + T_s \\ \dot{Z}_{foot}(t) = 0 & t = kT \\ \dot{Z}_{foot}(t) = 0 & t = kT + T_s \end{cases} \quad (7)$$

By determining the initial and final position in X and Z axis, a smooth trajectory of swing foot can be generated by the cubic polynomial interpolation see Figure 4.

#### CONCLUSION

This paper proposes an approach of joint trajectory generation for the biped robot using the 3D LIMP for

planning trajectory of CoM which keep the ZMP to be inside the support polygon which and guarantee stable dynamic walking of AK biped robot, then trajectory of swing foot derived using the polynomial interpolation function for smooth motion. As future work, Algorithm of Phase of trajectory for gait cycle of AK biped robot will be designed. In addition, the forces of reaction on foot will be consider to calculate the real time position of ZMP to compensate the ZMP reference.

#### REFERENCES

- [1] T. Ha and C.-H. Choi, "An effective trajectory generation method for bipedal walking," *Rob. Auton. Syst.*, vol. 55, no. 10, pp. 795–810, Oct. 2007, DOI: [10.1016/j.robot.2007.06.001](https://doi.org/10.1016/j.robot.2007.06.001).
- [2] E. Cuevas, D. Zaldivar, M. Perez, and M. Ramirez, "Polynomial trajectory algorithm for a biped robot," May 2014, URL: <http://arxiv.org/abs/1405.5937>.
- [3] B. Espiau and A. Keramane, "Limit cycles and their stability," in *International Conference on Robotics and Automation*, 1996, DOI: [10.1109/ROBOT.1996.503785](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1996.503785).
- [4] B. Vanderborght, *Dynamic stabilisation of the biped lucy powered by actuators with controllable stiffness*, vol. 63, no. STAR. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010, ISBN: [9783642134166](https://doi.org/10.1007/978-3-642-13416-6).
- [5] S. J. Van Dalen, "A Linear Inverted Pendulum Walk Implemented on TULip," *Univ. Eindhoven*, p. 84, 2012, Надійшла до редакції 24 березня 2019 р.

УДК 621.865.8

## Планування траєкторії антропоморфного крокуючого робота (Biped Robot)

Араффа Х., ORCID [0000-0001-7804-2217](https://orcid.org/0000-0001-7804-2217)

e-mail [araffakh@gmail.com](mailto:araffakh@gmail.com)

Національний технічний університет України  
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”  
Київ, Україна

**Анотація**—Гуманоїдні роботи довгий час були предметом великого інтересу. Серед різних рухів гуманоїдного робота найважчим і найважливішим рухом є двонога ходьба. Двонога ходьба - це, мабуть, найбільш підходящий спосіб для роботів рухатися в реальному середовищі. Однак побудова траєкторії для ходу двоногих роботів є складним завданням з урахуванням усіх ступенів свободи (DOF), які зазвичай пов'язані в механічній структурі.

Для вивчення стабільного руху будь-якого двоногого робота слід вивчити кінематику, динаміку, розробити систему управління та найбільш важливі траєкторії. Дані робота присвячена плануванню траєкторії гуманоїдних роботів (робот AK Biped), особливо для планування траєкторії центру мас (CoM), точки нульового моменту (ZMP) і планування траєкторії гойдалки. Диффідентний метод, що використовується при плануванні траєкторії, як 3D лінійний інвертований маятник (LIMP), поліноміальна інтерполяція.

Об'єктом дослідження є процес автоматичного керування ходьбою антропоморфного ходового робота (робота AK двоногих), для чого в даній роботі запропоновано підхід генерації спільної траєкторії для двоногих роботів з використанням трьох тривимірних лінійно обернених маятників для планування траєкторії Комітету, який утримує ЗМП всередині опорного баґатокутника, який гарантує стабільну динамічну ходьбу робота AK двоногого, тоді траєкторія гойдалки виведена з використанням функції поліноміальної інтерполяції для плавного руху.

Метою даної роботи є представлення повної 3D-стратегії ходьби з використанням динамічної моделі 3D-перевернутого маятника для генерації посилень траєкторій спільних з моделюванням, також проектування системи управління, яка гарантує стабільну ходьбу Biped Robot.

Це робиться шляхом першого перегляду літератури про різні стратегії ходьби. У цьому огляді літератури модель 3D-лінійного перевернутого маятника виявилася найбільш цікавою стратегією подальших досліджень.

Крім того, у наукових дослідженнях вона також використовується як проста модель людської ходьби. 3D-LIPM генерує траєкторію для загальної КМ, з якої можна обчислити кути з'єднання

URL: <https://research.tue.nl/en/studentTheses/a-linear-inverted-pendulum-walk-implemented-on-tulip>.

- [6] H. F. N. Al-Shuka, B. J. Corves, B. Vanderborght, and W.-H. Zhu, "Zero-Moment Point-Based Biped Robot with Different Walking Patterns," *Int. J. Intell. Syst. Appl.*, vol. 7, no. 1, pp. 31–41, Dec. 2014, DOI: [10.5815/ijisa.2015.01.03](https://doi.org/10.5815/ijisa.2015.01.03).
- [7] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Yokoi, and H. Hirukawa, "The 3D linear inverted pendulum mode: a simple modeling for a biped walking pattern generation," in *Proceedings 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Expanding the Societal Role of Robotics in the Next Millennium (Cat. No.01CH37180)*, 2002, vol. 1, no. 4, pp. 239–246, DOI: [10.1109/iros.2001.973365](https://doi.org/10.1109/iros.2001.973365).
- [8] J. J. Alcaraz Jiménez, D. Herrero Pérez, and H. Martínez Barberá, "Motion planning for omnidirectional dynamic gait in humanoid soccer robots," *J. Phys. Agents*, vol. 5, no. 1, pp. 25–34, 2011, DOI: [10.14198/jopha.2011.5.1.04](https://doi.org/10.14198/jopha.2011.5.1.04).
- [9] M. M. Pedersen and A. A. Nielsen, "Design of Biped Robot AAU-BOT1," 2007.
- [10] Byung Rok So, Je Youn Choi, Byung-Ju Yi, and Wheekuk Kim, "A new ZMP constraint equation with application to motion planning of humanoid using kinematic redundancy," in *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2005, pp. 4021–4027, DOI: [10.1109/IROS.2005.1545238](https://doi.org/10.1109/IROS.2005.1545238).



**Ідея стратегії проста.** Він моделює людину як лінійний інвертований маятник з безмасовими стрижнями, які представляють ноги, і точкову масу на кінці стрижнів, що представляє загальну масу тіла. Під час ходьби завжди існує принаймні одна нога на землі, яку можна розглядати як опорну ногу. Потім цю ногу моделюють як інвертований маятник. Загальне рішення замкнутої форми динаміки лінійного інвертованого маятника використовується для конструювання траекторії центру мас (КМ) для ноги штанги.

У генераторі траекторії використовується загальне рішення 3D-LIPM для призначення траекторії, для КМ двоногого робота АК.

Траекторія поворотної ніжки розроблена за допомогою функції інтерполяції профілю косинусної швидкості.

Траекторії суглобів використовуються як вхідні дані для динамічної моделі двоногих роботів в SimMechanics. Запропонована система управління в моделюванні виконується для налаштування траекторії так, щоб динамічна модель могла ходити врівноважено, а надійність ходи перевірялася додаванням збурень. Наприклад, положення КМ збільшувалося або зменшувалося, і етапи моделювалися з різними рівнями землі. Ці моделювання показали, що траекторія відносно міцна.

Бібл. 10, рис. 4.

**Ключові слова** — планування траекторії; точка нульового моменту; лінійний перевернутий маятник.

УДК 621.865.8

## Планирование траектории антропоморфного шагающего робота (Biped Robot)

Араффа Х., ORCID [0000-0001-7804-2217](https://orcid.org/0000-0001-7804-2217)

e-mail [araffakh@gmail.com](mailto:araffakh@gmail.com)

Национальный технический университет Украины

"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"

Киев, Украина

**Аннотация**—Объектом исследования является процесс автоматического управления ходьбой антропоморфного шагающего робота (АК Biped robot). В работе предлагается подход генерации траектории для двуногого робота с использованием трехмерного линейного перевернутого маятника для планирования траектории движения точки центр масс (CoM), которая удерживает точки нулевого момента ( ZMP ) внутри поддерживающего многоугольника, что гарантирует стабильную динамическую ходьбу двуногого робота АК. Так же предложена генерация траектории ноги в перемещении, полученная с использованием функции полиномиальной интерполяции для плавного движения.

Цель этой статьи - представить полную стратегию трехмерного ходьбы, используя динамическую модель трехмерного перевернутого маятника чтобы гарантировать стабильное динамическое движение для АК Biped robot. Для достижения цели в работе представлен метод, который генерирует траекторию робота, которая используется в качестве входа для системы управления, что позволяет роботу следовать этой заранее определенной траектории.

Бібл. 10, рис. 4.

**Ключевые слова** — планирование траектории; точка нульового момента; линейный перевернутый маятник.