

Синтез контуру керування вихідною напругою нелінійного твердотілого трансформатора

Мисак Т. В., к.т.н., ORCID [0000-0003-3192-6757](https://orcid.org/0000-0003-3192-6757)

e-mail taras.tsdrive@gmail.com

Інститут електродинаміки Національної академії наук України
Київ, Україна

Реферат—Об'єктом дослідження є автономне джерело синусоїдальної напруги, яке має в своєму складі перетворювач частоти з ШІМ та вихідним LC-фільтром і нелінійний однофазний вихідний трансформатор з ємністю на виході. Отримано математичний опис цього джерела, як нелінійної сингулярно-збуреної системи диференціальних рівнянь, для якої проведено редукцію. Нелінійність приведено до вигляду, який дозволив здійснити синтез закону керування з використанням методу функцій Ляпунова. Наводяться результати моделювання, проведеного з врахуванням обмежень, які впливають на технічну можливість реалізації отриманого закону керування.

Бібл.10, рис.2

Ключові слова — Solid State Transformer; перетворювач частоти; вихідний LC-фільтр; нелінійний однофазний трансформатор; сингулярно-збурена система; метод функцій Ляпунова.

I. Вступ

Стрімка зміна якісних характеристик силової напівпровідникової елементної бази призвела до появи відносно нових об'єктів у перетворювальній техніці, стосовно яких ще відсутня загальноприйнята українськомовна термінологія. До таких відноситься Solid State Transformer (SST) [1], який є складовою частиною Smart Grids або вихідним компонентом Micro Grids, побудований на новому поколінні IGBT-модулів. Зазвичай в таких схемах [2] не враховується те, що трансформатор мусить бути спеціально спроектованим для роботи з вихідною напругою ШІМ-інвертора. Серійні низькочастотні трансформатори з осердям зі штампованої електротехнічної сталі є непридатними для роботи в схемах, в яких трансформатор підключено безпосередньо до виходу інвертора. У сформованій ШІМ-інвертором напрузі мають місце значні рівні dU/dt , наслідком чого є суттєве зниження надійності силової схеми, тому необхідним є використання LC-фільтра. SST повинні також забезпечувати прийнятне значення коефіцієнта спотворень вихідної напруги у всьому діапазоні струмів навантаження, тому додатково можуть доповнюватися одно- або, частіше, багатоланковими фільтрами [3]. Прямий синтез регулятора вихідної напруги в таких випадках перетворюється на доволі нетипову задачу, тому що схема описується нелінійною системою рівнянь високого порядку.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Заступна схема системи за припущення ідеальності силових ключів ПЧ, яка складається з однофазного інвертора з ШІМ вихідної напруги, LC-фільтра, однофазного трансформатора з додатковою ємністю

на виході та навантаження, представлена на рис.1. Така система може бути описана алгебраїчно-диференціальними рівняннями (ДР):

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{Cf1} + i_1; \quad I_n = -i_2 - I_{Cf2}; \\ L_f \frac{dI_1}{dt} &= U_{FC} - U_1 - R_f I_1; \quad \frac{dU_1}{dt} = \frac{1}{C_{f1}} (I_1 - i_1); \\ \frac{dU_2}{dt} &= \frac{1}{C_{f2}} (-i_2 - I_n); \quad U_1 = R_1 i_1 + \frac{d\Psi_1}{dt}; \\ U_2 &= -R_2 i_2 - \frac{d\Psi_2}{dt}; \quad I_n = X(U_2, I_n, t) \end{aligned} \quad (1),$$

де U_{FC} , U_1 , U_2 – миттєві значення напруг на виході ПЧ та фільтрових конденсаторах; Ψ_1 , Ψ_2 – миттєві значення потокозчеплень обмоток трансформатора; I_1 , I_n – вихідний струм ПЧ та струм навантаження; I_{Cf1} , I_{Cf2} , i_1 , i_2 – струми у конденсаторах та обвитках трансформатора; R , L , C – активні опори, індуктивності та ємності фільтрів та трансформатора у відповідності до схеми, наведеної на рис.1.

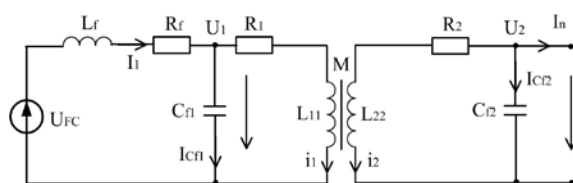


Рис. 14 Заступна схема SST



При побудові схем заміщення трансформаторів традиційно нехтують не тільки нелінійностями, які, власне, призводять до спотворення струмів, а й самим струмом намагнічування. Величина і форма струмів обмоток суттєво змінюються при насиченні магнітного поля трансформатора, яке проявляється як нелінійна залежність індукції від напруженості магнітного поля $B(H)$ (крива намагнічування). Для отримання в аналітичному вигляді виразів математичного опису для індуктивностей схеми заміщення однофазного трансформатора застосовано відомий спосіб [4], який використовує апроксимування нелінійності у вигляді ступеневого ряду з непарними показниками ступенів. Застосування апроксимації дозволяє перейти від поточкозчеплення до індукції в залежності від напруженості магнітного поля, з якої, в свою чергу, нескладно вивести диференціальні рівняння відносно незалежних струмів обмоток [5]:

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}; \\ U_2 &= -R_2 i_2 - L_{22} \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}; \end{aligned} \quad (2)$$

де L_{11} , L_{22} , – приведені значення індуктивностей, M – взаємоіндуктивність, які є нелінійними функціями, що залежать від напруженості магнітного поля H , геометричних параметрів обмоток та їх взаємного розташування на магнітному осердді, магнітних властивостей самого осерддя. Загальноприйнятним є припущення, що індуктивності розсіювання можна вважати лінійними, тоді маємо можливість представити нелінійні величини L_{11} , L_{22} та M , виразивши напруженість магнітного поля через струм намагнічування, в такому вигляді:

$$\begin{aligned} L_{11} &= L_{\sigma 1} + M, \quad L_{22} = L_{\sigma 2} + M, \\ M &= M_0 \left(\sum_{k=0}^{\infty} (2k+1) \alpha_k \alpha^{2k} H_{am}^{2k} i_{magn}^{2k} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (3)$$

де $L_{\sigma 1}$, $L_{\sigma 2}$ – деякі середні сталі значення паразитних індуктивностей, M_0 – початкове значення взаємоіндуктивності, $i_{magn} = i_1 + i_2$ – струм намагнічування; ρ , α_i , H_{am} – сталі, величини яких обумовлені властивостями матеріалу, геометричними параметрами обмоток трансформатора та їх взаємним розташуванням на ферромагнітному осердді.

Отже, вважаючи, що добуток $L_{\sigma 1} L_{\sigma 2}$ є величиною вищого порядку малості, якою можна далі знехтувати, рівняння (2) можна з урахуванням (3) звести до вигляду:

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{di_1}{dt} &= -R_1 i_1 + R_2 i_2 + U_{tr} + L_{\sigma 2} v(i) U_a; \\ \varepsilon \frac{di_2}{dt} &= R_1 i_1 - R_2 i_2 - U_{tr} + L_{\sigma 1} v(i) U_b; \\ v(i) &= \frac{V_m}{\rho + \sum_{k=1}^{\infty} (2k+1) \alpha_k \alpha^{2k} H_{am}^{2k} i_{magn}^{2k}}, \quad (4) \\ U_{tr} &= U_1 + U_2; \\ U_a &= -R_1 i_1 + U_1; \quad U_b = -R_2 i_2 - U_2 \end{aligned}$$

де $\varepsilon = L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2}$ є достатньо малою величиною, V_m – масштабний коефіцієнт.

З урахуванням наведених вище припущень та перетворень, з (1) та (4) одержимо:

$$\begin{aligned} L_f \frac{dI_1}{dt} &= U_{FC} - U_1 - R_f I_1; \\ \frac{dU_1}{dt} &= \frac{1}{C_{f1}} (I_1 - i_1); \quad \frac{dU_2}{dt} = \frac{1}{C_{f2}} (i_2 - I_n); \\ \frac{dI_n}{dt} &= f_2(X_1, I_n, t) + U_2, \quad \frac{dX_1}{dt} = f_1(X_1, t), \quad (5) \\ \varepsilon \frac{di_1}{dt} &= -R_1 i_1 + R_2 i_2 + U_1 + U_2 + L_{\sigma 2} v(i) U_a; \\ \varepsilon \frac{di_2}{dt} &= R_1 i_1 - R_2 i_2 - U_2 - U_1 + L_{\sigma 1} v(i) U_b; \end{aligned}$$

Таким чином, задача отримання прийнятної якості вихідної напруги SST зводиться до побудови контуру керування вихідною напругою U_2 нелінійної системи ДР (5).

III. РІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Для зручності виконаємо заміну змінних $y_1 = -R_1 i_1 + U_1$, $y_2 = -R_2 i_2 - U_2$. Використавши підстановку $i_1 = -(y_1 - U_1) R_1^{-1}$, $i_2 = -(y_2 - U_2) R_2^{-1}$, перепишемо систему (5) відносно нових змінних у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dt} &= u + d_2 U_1 + d_1 I_1; \quad \frac{dI_n}{dt} = w(U_2, I_n, t); \\ \frac{dU_1}{dt} &= d_3 \left(I_1 + \frac{1}{R_1} (y_1 - U_1) \right); \\ \frac{dU_2}{dt} &= d_4 \left(-\frac{1}{R_2} (y_2 + U_2) - I_n \right); \\ \varepsilon \frac{dy_1}{dt} &= -R_1 y_1 + R_2 y_2 + \varepsilon d_3 I_1 + \\ &+ \frac{\varepsilon d_3}{R_1} (y_1 - U_1) - R_1 \xi_1(y_1, y_2, U_1, U_2) y_1; \\ \varepsilon \frac{dy_2}{dt} &= R_1 y_1 - R_2 y_2 + \varepsilon d_4 I_n + \\ &+ \frac{\varepsilon d_4}{R_2} (y_2 + U_2) - R_2 \xi_2(y_1, y_2, U_1, U_2) y_2; \end{aligned} \quad (6)$$

де

$$\begin{aligned} \xi_{1,2}(y_1, y_2, U_1, U_2) &= L_{\sigma 2,1} v(i), \\ i_{mg} &= -(y_1 - U_1) R_1^{-1} - (y_2 + U_2) R_2^{-1}; \\ d_1 &= -R_f / L_f, \quad d_2 = -1 / L_f, \\ d_3 &= C_{f1}^{-1}, \quad d_4 = -C_{f2}^{-1}, \quad u = -d_2 U_{FC}. \end{aligned}$$

Рівняння (6) описують нелінійну сингулярно-збурену динамічну систему з невідомим керуванням u , синтез якого значно ускладнює наявність малого параметра при похідних. Асимптотичне розкладення рішень сингулярно-збурених рівнянь не може бути використане для синтезу регулятора в загальному



вигляді у просторі станів. Підхід, заснований на лінеаризації лише підсистеми з малими параметрами, є неможливим, оскільки в такому випадку система (6) повністю втрачає керованість. Хоча при деяких умовах для системи (6) може існувати така притягуюча інваріантна поверхня $y=h(I, U, \varepsilon)$, рух по якій буде описуватись укороченою (редукованою) системою рівнянь. Аналіз редукованої системи дозволяє вирішувати питання стійкості, наявності періодичних розв'язків та інші особливості власне для системи (6). Без окремого доведення вважатимемо апріорі, що така поверхня для системи (6) існує в деякій області простору змінних стану. Оскільки універсальних методів для пошуку аналітичного опису цієї поверхні для нелінійних систем рівнянь не існує, шукатимемо його для системи (6) в наближеній формі у вигляді ряду [6] по ступенях малого параметра ε .

Для спрощення подальших викладок з урахуванням (6) введемо вектор-функцію розмірності 2:

$$G(I_1, y_1, y_2, U_1, U_2) = \begin{pmatrix} -R_1 y_1 + R_2 y_2 + \varepsilon d_3 \left(I_1 + (y_1 - U_1) R_1^{-1} \right) - \\ -R_1 \xi_1(y_1, y_2, U_1, U_2) y_1 \\ R_1 y_1 - R_2 y_2 - \varepsilon d_4 \left(-(y_2 + U_2) R_2^{-1} - I_n \right) - \\ -R_2 \xi_2(y_1, y_2, U_1, U_2) y_2 \end{pmatrix},$$

прирівнявши яку до нуля та поклавши $\varepsilon=0$, отримаємо нульове наближення $(y_1, y_2)^T = h_0$. Оскільки величина ε є досить малою, обмежимося першим наближенням, яке можна визначити, розв'язавши відносно h_1 рівняння:

$$\left[\frac{\partial G_i}{\partial y_k} \right]_{i,k=1,2} h_1(I_1, U_1, U_2, y_1, y_2, \varepsilon) + \frac{\partial G}{\partial \varepsilon} = 0,$$

В результаті після підстановки h_0 та $\varepsilon=0$ та беручи до уваги, що добуток величин індуктивностей $L_{\sigma 1} L_{\sigma 2}$ має той самий порядок по величині, що й квадрат малого параметру ε^2 , відкинемо цей добуток та виокремимо лінійну і нелінійну частини:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = b_{m0} \begin{pmatrix} -c_{12} V_m L_{\sigma 1} (R_1 I_1 - U_1) \\ c_{23} V_m L_{\sigma 2} (-U_2 - R_2 I_n) \end{pmatrix} + b_{m0} B_m v(i)^{-1} f_0(I, U), \quad (7)$$

де

$$i_{mg0} = i_{mg}(h_0) = \frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2}{R_2}, b_{m0} = \frac{1}{R_1 R_2 V_m},$$

$$f_0(I, U) = \begin{pmatrix} c_{11} I_1 + c_{12} U_1 + c_{13} U_2 + c_{14} I_n \\ c_{21} I_1 + c_{22} U_1 + c_{23} U_2 + c_{24} I_n \end{pmatrix},$$

$$c_{11} = d_3 R_2, c_{12} = -R_2 R_1^{-1} d_3, c_{13} = d_4,$$

$$c_{14} = d_4 R_2, c_{21} = d_3 R_1, c_{22} = -d_3,$$

$$c_{23} = d_4 R_1 R_2^{-1}, c_{24} = d_4 R_1.$$

Після цього можемо підставити (7) в (6) і відкинути два рівняння з малою величиною ε при перших

похідних. Провівши відповідні перетворення та звівши подібні, матимемо систему диференціальних рівнянь (ДР) пониженого порядку відносно початкової (6):

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dt} &= d_1 I_1 + d_2 U_1 + u; \\ \frac{dU_1}{dt} &= b_{11} I_1 + b_{12} U_1 + b_{13} U_2 + b_{14} I_n + \\ &+ \zeta_1(I_1, U_1, U_2, I_n); \\ \frac{dU_2}{dt} &= b_{21} I_1 + b_{22} U_1 + b_{23} U_2 + b_{24} I_n + \\ &+ \zeta_2(I_1, U_1, U_2, I_n); \\ \frac{dI_n}{dt} &= w(U_2, I_n, t); \end{aligned} \quad (8)$$

де

$$b_{13} = b_{14} = 0, b_{21} = b_{22} = 0, b_{mv} = \frac{M_0}{V_m},$$

$$b_{11} = d_3 + \frac{d_3^2}{R_1^2} b_{mv} L_{\sigma 1}, b_{12} = -\frac{d_3}{R_1} - \frac{d_3^2}{R_1^2} b_{mv} \frac{L_{\sigma 1}}{R_1},$$

$$b_{23} = -\frac{d_4}{R_2} - \frac{d_4^2}{R_2^2} b_{mv} \frac{L_{\sigma 2}}{R_2}, b_{24} = -d_4 + \frac{d_4^2}{R_2^2} b_{mv} L_{\sigma 2},$$

$$b_{15} = \frac{d_3}{R_1} B_m b_{m0}, b_{25} = \frac{d_4}{R_2} B_m b_{m0},$$

$$\zeta_n(I, U) = \frac{b_{n5} (c_{n1} I_1 + c_{n2} U_1 + c_{n3} U_2 + c_{n4} I_n)_{n=1,2}}{\left(\rho + \sum_{k=1}^{\infty} (2k+1) \alpha_k \alpha^{2k} H_{am}^{2k} i_{mg0}^{2k} \right)}.$$

Зауважимо, що отримана після підстановки система пониженого порядку матиме лише динамічні властивості, еквівалентні початковій системі, проте кількісні характеристики матимуть відмінності. Із стійкості або асимптотичної стійкості рішення системи (8) впливає стійкість або асимптотична стійкість системи (6). Знехтуємо падінням напруги на силових ключах у відкритому стані та запізненням системи керування при формуванні вихідної напруги за допомогою програмної ШІМ.

Розглянемо загальноприйнятий випадок з RL -навантаженням; з (6) та (7) одержимо систему ДР з нелінійністю такого виду, що не дозволяє проводити аналіз і синтез керуючої дії за допомогою першого (лінійного) наближення, оскільки для неї не виконуються умови теореми Пуанкаре-Ляпунова. Проте, якщо врахувати наявність фізичних обмежень у початковій системі, то у просторі станів за допомогою нерівності:

$$0 < \rho + \sum_{k=1}^{\infty} (2k+1) \alpha_k \alpha^{2k} H_{am}^{2k} i_{mg0}^{2k} < 2U_m$$

можна виділити деяку область D_x , у якій справедливою буде заміна функцій $\zeta_{1,2}$ на такі:



$$\zeta_n(U, I) = b_{n5} v_1(i_{mg0}) \cdot (c_{n1} I_1 + c_{n2} U_1 + c_{n3} U_2 + c_{n4} I_n) \Big|_{n=1,2}, \quad (9)$$

$$v_1(i_{mg0}) = \vartheta \sum_{k=0}^{\infty} Z^k, Z = 1 - \frac{v(i_{mg0})}{\vartheta U_m}; \vartheta = \frac{B_m}{U_m};$$

де U_m – довільна стала, величина якої вибирається таким чином, щоб забезпечити рівномірність розкладення по Z в області D_x , B_m – максимальна величина індукції.

Виділивши в (8) нелінійну частину функцій $\zeta_{1,2}$ та звівши подібні в лінійній, знехтуємо при цьому величинами вищого порядку малості і отримаємо нову систему ДР, для якої тепер виконуються умови теореми Пуанкаре-Ляпунова. Тому синтез закону керування у можна проводити за рівняннями першого наближення. Отже, замість нелінійної системи (8) з нелінійністю типу (9) розглянемо лінійну систему ДР, керуючий вплив для якої шукатимемо у вигляді лінійної комбінації координат

$$u = C_1 I_1 + C_2 U_1 + C_3 U_2 + C_4 I_n$$

редукованої системи:

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dt} &= d_{11} I_1 + d_{12} U_1 + d_{13} U_2 + d_{14} I_n, \\ \frac{dU_1}{dt} &= d_{21} I_1 + d_{22} U_1 + d_{23} U_2 + d_{24} I_n, \\ \frac{dU_2}{dt} &= d_{31} I_1 + d_{32} U_1 + d_{33} U_2 + d_{34} I_n, \\ \frac{dI_n}{dt} &= d_{41} I_1 + d_{42} U_1 + d_{43} U_2 + d_{44} I_n \end{aligned} \quad (10)$$

де $C_1 \dots C_4$ є невідомими коефіцієнтами зворотнього зв'язку, а інші коефіцієнти цієї системи ДР (10) визначатимуться як

$$\begin{aligned} d_{11} &= d_1 + C_1, \quad d_{12} = d_2 + C_2, \\ d_{13} &= C_3, \quad d_{14} = C_4, \quad d_{15} = 0, \\ b_{m1} &= B_m (2U_m - \rho) U_m^{-2}, \\ d_{25} &= b_{m1} b_{15}, \quad d_{35} = b_{m1} b_{25}, \\ d_{21} &= b_{11} + d_{25} c_{11}, \quad d_{22} = b_{12} + d_{25} c_{12}, \\ d_{23} &= b_{13} + d_{25} c_{13}, \quad d_{24} = b_{14} + d_{25} c_{14}, \\ d_{31} &= b_{21} + d_{35} c_{21}, \quad d_{32} = b_{22} + d_{35} c_{22}, \\ d_{33} &= b_{23} + d_{35} c_{23}, \quad d_{34} = b_{24} + d_{35} c_{24}. \end{aligned}$$

Якщо початок координат цієї лінійної системи є рівномірно асимптотично стійким, то рух буде стійким при постійно діючих збуреннях [7], тобто в системі (6). Отже, за допомогою вибору регулятора в лінеаризованій системі має забезпечуватись рівномірна асимптотична стійкість.

Функція керування у деяких випадках є сумою зважених за коефіцієнтами функції Ляпунова координат збуреного руху [8]. Якщо для диференціальних рівнянь збуреного руху в області D_x існує додатньо визначена функція $V(t, x, \dots)$, повна похідна по часу якої складена на підставі рівнянь (10), і яка є функ-

цією від'ємно визначеною, якщо в цій області частинні похідні по координатах системи обмежені, то збурений рух є стійким при постійно діючих збуреннях [9].

Тому функцію Ляпунова $V(t, x, \dots)$, яка задовольняє обмеженню відносно деякої наперед заданої поверхні рівня $\max_{V=V_0} (dV/dt \cdot V^{-1}) = -2\Delta$ ($\Delta > 0$) [10], будемо шукати у вигляді наступної квадратичної форми з невідомими довільними параметрами $M_{11}, \dots, M_{44} \neq 0, M_{34} \neq 0$:

$$V = \frac{1}{2} (M_{11} I_1^2 + M_{22} U_1^2 + M_{33} U_2^2 + M_{44} I_n^2) + M_{34} U_2 I_n. \quad (11)$$

Тоді її повна похідна, записана на підставі системи рівнянь (10) з урахуванням обмеження 2Δ , матиме вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= M_{11} (d_{11} + \Delta) I_1^2 + M_{22} (d_{22} + \Delta) U_1^2 + \\ &+ (M_{34} d_{43} + M_{33} (d_{33} + \Delta)) U_2^2 + \\ &+ (M_{34} d_{44} + M_{44} (d_{44} + \Delta)) I_n^2 + \\ &+ (M_{11} d_{13} + M_{33} d_{31} + M_{34} d_{41}) I_1 U_2 + \\ &+ (M_{22} d_{23} + M_{33} d_{32} + M_{34} d_{42}) U_1 U_2 + \\ &+ (M_{11} d_{12} + M_{22} d_{21}) I_1 U_1 + \\ &+ (M_{22} d_{24} + M_{34} (d_{32} + \Delta) + M_{44} d_{42}) U_1 I_n + \\ &+ (M_{33} d_{34} + M_{44} d_{43}) I_n U_2 + \\ &+ M_{34} (d_{44} + d_{23} + \Delta) I_n U_2 + \\ &+ (M_{11} d_{14} + M_{34} d_{31} + M_{44} d_{41}) I_1 I_n. \end{aligned} \quad (12)$$

Умова $M_{11} > 0$ дає можливість одразу визначити C_1 за допомогою коефіцієнтів при I_1^2 з виразу $M_{11}(d_{11} + C_1 + \Delta) < 0 \Rightarrow C_1 < -R_f/L_f - \Delta$.

Прирівняємо до нуля коефіцієнти при добутках у виразі (11). Тоді з рівнянь

$$\begin{aligned} M_{11} d_{12} + M_{22} d_{21} &= 0, \quad M_{11} d_{13} + M_{34} d_{31} + M_{34} d_{41} = 0, \\ M_{11} d_{14} + M_{34} d_{31} + M_{44} d_{41} &= 0 \end{aligned}$$

можна визначити коефіцієнти зворотнього зв'язку $C_2 \dots C_4$:

$$\begin{aligned} C_2 &= -d_2 - \frac{M_{22} d_{21}}{M_{11}}, \\ C_3 &= -\frac{M_{33} d_{31}}{M_{11}}, \\ C_4 &= -\frac{M_{34} d_{31}}{M_{11}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Розглянувши останні три інші рівняння:

$$\begin{aligned} M_{22} d_{23} + M_{33} d_{32} + M_{34} d_{42} &= 0, \\ M_{22} d_{24} + M_{34} (d_{32} + \Delta) + M_{44} d_{42} &= 0, \\ M_{33} d_{34} + M_{44} d_{43} + M_{34} (d_{44} + d_{33} + \Delta) &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

можемо визначити коефіцієнти M_{22}, M_{33}, M_{34} :



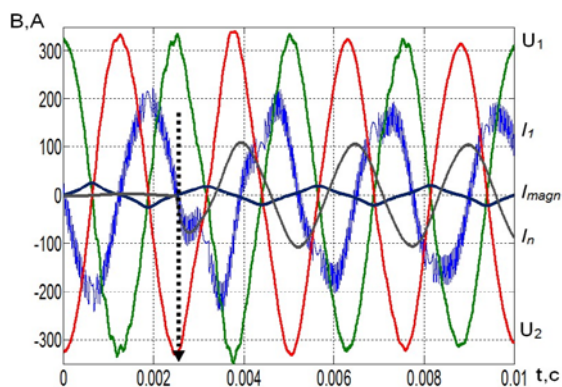


Рис. 15 Діаграми напруг та струмів

$$\begin{pmatrix} M_{22} \\ M_{33} \\ M_{34} \end{pmatrix} = -\frac{M_{44}d_{43}}{\det[d]} \begin{pmatrix} d_{32}(\Delta + d_{32}) \\ -d_{23}(d_{32} + \Delta) \\ d_{24}d_{32} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

де $\det[d] = -d_{23}(\Delta + d_{32})d_{34} - d_{32}d_{24}(d_{33} + d_{44} + \Delta)$, вибором яких можна забезпечити умову $V(t, x, \dots) > 0$ функції Ляпунова. Зауважимо, що довільний вибір власне величин $M_{11}, M_{44} > 0$ не впливає на стійкість системи, проте визначатиме характеристики перехідного процесу.

На рис. 2 наведено результати цифрового моделювання для таких параметрів автономної системи живлення, показаної на рис. 1:

- напруга U_d сонячної батареї на вході однофазного інвертора еквівалентна випрямленій 3ф з 220В;
- завдання вихідної напруги $U_{2ref} = 220$ В (RMS) з частотою $f_2 = 400$ Гц;
- перший фільтр з дроселем індуктивністю $L_f = 0.384$ мГн, активним опором $R_f = 0.098$ Ом та ємністю $C_{f1} = 16.6$ мкФ має власну частоту $\omega_0 \approx 12500$ рад/с, ємність на виході трансформатора $C_{f2} = 33$ мкФ;
- однофазний трансформатор (осердя – сталь 3408) типу ОСВМ 4,0-0,4 з $L_k \approx 67.5$ мГн, $R_k \approx 0.137$ Ом;
- параметри номінального RL -навантаження – $R^* = 7.75$ Ом, $L^* = 1.5$ мГн.

На рис. 2 наведено результати, отримані при цифровому експерименті при стабілізації вихідної напруги для випадку $M_{11} = 0.7459$, $M_{22} = M_{33} = 0.000161$, $M_{44} = 1.6$, $M_{34} = 1.1e-05$, $C_1 = R_f/L_f$, $\Delta = 2100$. На діаграмі перший відрізок часу відповідає роботі системи при мінімальному, а другий – при номінальному струмі навантаження (відмітка часу 0.025с). Відношення миттєвого значення відхилення вихідної напруги від еталонної не перевищує 4%. Форма вхідного струму фільтра показує значний вплив нелінійності намагнічування при малих навантаженнях. Також при малих навантаженнях погіршується спектральний склад вихідної напруги за рахунок збільшення амплітуд

непарних гармонік, виникнення яких обумовлено характером нелінійності типу „насичення”.

В реальній системі не можна довільно вибрати амплітуду модуля керування, якому відповідає амплітудне значення вихідної напруги ПЧ $|U_{FC}|$ та яке повністю визначається величиною U_d . Для високої швидкодії в процесі керування величина $|U_{FC}|$ має бути досить великою в порівнянні з напругою U_d сонячної батареї. Єдиного рішення задачі пошуку коефіцієнтів у випадку, який розглядається (в аналітичному вигляді), на жаль, не існує, тому коефіцієнти функції Ляпунова, які визначають коефіцієнти зворотнього зв'язку C_i , можна визначити шляхом цифрового експерименту, порівнюючи отриману похибку вихідної напруги з наперед заданим допустимим значенням.

ВИСНОВКИ

Показано можливість формування вихідної напруги автономного джерела живлення, яке описано нелінійною сингулярно-збуреною системою диференціальних рівнянь з достатнім рівнем точності. Встановлена відповідність коефіцієнтів зворотнього зв'язку коефіцієнтам функції Ляпунова для системи диференціальних рівнянь пониженого порядку, яку отримано шляхом редукції початкової нелінійної сингулярно-збуреної системи. Така однозначна відповідність дозволяє спростити пошук необхідної комбінації коефіцієнтів зворотнього зв'язку, оскільки не потребує окремого аналізу стійкості системи ДР після кожної ітерації. Показано можливість зниження впливу стрибків навантаження на форму вихідної напруги з урахуванням обмежень, характерних для реальних систем.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] J. W. Kolar; G. I. Ortiz, "Solid State Transformer Concepts in Traction and Smart Grid Application," Swiss Federal Inst. of Technology (ETH) Zurich, 2012. [Online]. Available: https://www.pes.ee.ethz.ch/uploads/tx_ethpublications/ECC_Europe_SST_Tutorial_FINAL_as_corrected_extended_ater_ECCE_12_130912.pdf.
- [2] R. Ramesh; John A. Dhanaseely; P. Pughazendiran, "Single Phase Transformer Based Inverter For Nonlinear Load Application Using PI Controller," *International Journal of Engineering Research and Applications*, vol. 4, no. 3 (Version 6), pp. 86-90, Marh 2014. URL: [http://www.ijera.com/pages/v4no3\(v6\).html](http://www.ijera.com/pages/v4no3(v6).html)
- [3] V. M. Mikhal'skiy, *Zasobi pidvishchennya yakosti yelektroyenergiї na vkhodї ta vikhodї peretvoryuvachїv chastoti ta naprugi z shirotno-їmpul'snoyu modulyatsiєyu xMeans for improving the quality of electricity at inputs and outputs of frequency and voltage transformers with*, Kyiv: Institut elektrodinamiki NAN Ukraїni, 2013. ISBN: 978-966-02-6727-5
- [4] V. Í. Pan'kiv; Ye. M. Tankevich; M. M. Lutchin, «Aproximatsiya kharakteristik namagnichuvannya transformatoriv strumu [Approximation of magnetization characteristics of current transformers],» *Pratsi Instytutu elektrodinamiki Natsional'noi akademii nauk Ukraїni*, vol. 37, pp. 82-90, 2014. URL: <http://ied.org.ua/ansborn/ansb37.s15.html>
- [5] Arif J. Abbas; Khalaf S. Gaeid; Ibrahim K. Salih, "Modeling and Control of the Saturation's Transformer," *Tikrit Journal of Eng. Sciences*, vol. 17, no. 1, pp. 16-27, 2010. URL: <http://www.tj-es.com/index.php/tjes/article/view/161>



- [6] V. V. Strygin; V. A. Sobolev; E. J. Gorlova; E. J. Fridman, «Integralnyje mnoogoobrazija singularno-vozmuschennykh system I ikh primenenija [Integral manifolds of singularly perturbed systems and their applications],» *Differencialnija uravnenija*, vol. XXI, no. 10, pp. 1723-1726, 1985.
- [7] Y. A. Barbashin, *Vvedeniye v teoriyu ustoychivosti [Introduction to the theory of stability]*, Moscow: Nauka, 1967.
- [8] R. C. Volyans'kiy; O. B. Sadovoy, «Konstruyuvannya funktsionaliv yakosti dlya sistem keruvannya linijnimi ob'ektami z neviznachenimi parametrami [Designing quality functionality for linear object control systems with uncertain parameters],» *Visnik Vinnits'kogo politekhnichnogo institutu*, no. 6, pp. 110-115, 2015. URL: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1859>
- [9] I. G. Malkin, «Ustoychivost' pri postoyanno deystvuyushchikh vozmushcheniyakh [Stability with constantly acting excitations],» *Prikladnaya matematika i mekhanika*, vol. 8, no. 3, pp. 241-245, 1944.
- [10] O. G. Antonovskaya; V. I. Goryunov, «O vybere parametrov kvadrachnoy funktsii Lyapunova pri reshenii dinamicheskikh zadach [On the choice of the parameters of the quadratic Lyapunov function for solving dynamical problems],» *Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*, no. 3 (1), pp. 103-108, 2014.

Надійшла до редакції 24 травня 2017 р.

УДК 621.314.58

Синтез контура управления выходным напряжением нелинейного твердотельного трансформатора

Мысак Т. В., к.т.н., ORCID [0000-0003-3192-6757](https://orcid.org/0000-0003-3192-6757)

e-mail taras.tsdrive@gmail.com

Институт электродинамики НАНУ
Киев, Украина

Реферат—Объектом исследования является автономный источник синусоидального напряжения, который состоит из мостового преобразователя частоты с ШИМ, выходным LC-фильтром и однофазным нелинейным выходным трансформатором с конденсатором на выходе. Получено математическое описание нелинейной сингулярно-возмущенной системы дифференциальных уравнений, для которой проведена редукция. Нелинейность приведена к виду, который позволил выполнить синтез закона управления с использованием метода функций Ляпунова. Приведены результаты моделирования, проведенного с учетом ограничений, влияющих на возможность технической реализации полученного закона управления.

Библ.10, рис.2

Ключевые слова — Solid State Transformer; преобразователь частоты; выходной LC-фильтр; нелинейный однофазный трансформатор; сингулярно-возмущенная система; метод функций Ляпунова.

UDC 621.314.58

Synthesis of the output voltage control loop of a nonlinear Solid State Transformer

T. V. Mysak, PhD, ORCID [0000-0003-3192-6757](https://orcid.org/0000-0003-3192-6757)

e-mail taras.tsdrive@gmail.com

Institute of Electrodynamics of the NASU
Kyiv, Ukraine



Abstract—The object of the study is an autonomous source of sinusoidal voltage, which consists of a bridge frequency converter with PWM, equipped with an output LC filter and a single-phase nonlinear output transformer with an additional filter capacitor, which is connected to the output of the secondary winding. The factors hindering the technical implementation of the control of this object are analyzed. The nonlinearity of the transformer's magnetic system is approximated by a power series along with odd exponents. The substitution of variables made possible to develop a mathematical description of the circuit in the form of a nonlinear singularly perturbed system of differential equations. It is assumed that there is an attractive invariant surface, which makes it possible to reduce the order of the original system of equations. An analytical form of the equations of this surface in the form of a series in powers of a small parameter is obtained. A local region of state space is defined in which a nonlinearity can be transformed to a form that allows the fulfillment of the conditions of the Poincaré-Lyapunov theorem for a nonlinear system of differential equations. A system of lower-order differential equations is obtained that is equivalent in some region to the original nonlinear singularly perturbed system. The possibility of replacing a nonlinear system of a reduced order by its first approximation for the construction of a control law is substantiated. The control law is synthesized using the Lyapunov function method for the first-approximation system of equations. The control law is a linear combination of the variables of the reduced system of equations. The choice of the Lyapunov function in the form allowing to establish an unambiguous relationship between the coefficients of this function and the scale coefficients of the control law equation is proposed. Analytical expressions for calculating these scale factors are obtained. The results of digital simulation are presented. The simulation was performed taking into account the limitations inherent in the real object of power electronics and affecting the possibility of technical implementation of the obtained control law.

Bibl.10, Fig.2

Keywords — Solid State Transformer; frequency converter; output LC-filter; one phase nonlinear transformer; singularly perturbed system; Lyapunov functions method.

