

УДК 534.14:535

DOI: [10.20535/2312-1807.2017.22.2.103748](https://doi.org/10.20535/2312-1807.2017.22.2.103748)Богданов О. В., к.т.н., OrcID [0000-0002-0911-5563](https://orcid.org/0000-0002-0911-5563),e-mail [ov.bogdanov@aae.kpi.ua](mailto:ov.bogdanov@aae.kpi.ua),

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

## АНАЛІЗ СУКУПНОГО ВПЛИВУ ПРУЖНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШАРУ НА ПРУЖНІ КОЛИВАННЯ ПРИ ФТА ПЕРЕТВОРЕННІ

Запропоноване дослідження залежності пружних коливань багат шарового пакету є логічним продовженням попередніх досліджень. В роботі представлено залежність амплітуди коливань границі тришарового пакету, при дії на нього амплітудно-модульованого лазерного випромінювання, в залежності від сукупної зміни модуля пружності та коефіцієнта Пуассона. Отримані результати показали суттєвий вклад в процес коливання саме коефіцієнта Пуассона. Модуль Юнга в той же час майже не впливає на амплітуду та фазу пружних коливань.

Бібл. 10, рис. 3.

**Ключові слова:** ФТА перетворення; коефіцієнт Пуассона; модуль Юнга; пружні коливання; пакет тришаровий

**Вступ.** Фототермоакустичне перетворення (ФТА) в сучасній техніці знайшло дуже широке застосування. Цей спосіб генерації пружних коливань застосовують не лише для дефектоскопії тонких матеріалів, але й у медицині [1], реставраційній справі [2].

Запропоновані в літературі способи використання ФТА перетворення, в основному, базуються на зміні амплітуди та фази пружних коливань у випадку відмінності параметрів матеріалу від референтних. Проте наразі відсутній детальний аналіз впливу на пружні коливання окремих характеристик матеріалу. В роботах [3], [4] проаналізовано залежність пружних термоакустичних коливань від зміни одного з пружних параметрів внутрішнього шару. Проте, оскільки така ситуація, коли змінюється лише один з пружних параметрів є гіпотетичною, пропонується проаналізувати пружні коливання при ФТА перетворення у випадку сукупної зміни коефіцієнта Пуассона та модуля Юнга.

**Постановка задачі.** Загальна постановка задачі вже наводилася [5], проте, для більш повного розуміння матеріалу, нагадаємо її. Математичному аналізу підлягає пружний тришаровий пакет (рис. 1) на який діє амплітудно-модульований оптичний (лазерний) потік. Шари 1 та 3 представляють один той самий матеріал, а шар 2 — будемо вважати «дефектним», відмінність якого (від шарів 1 та 3) полягає у відмінності модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона.

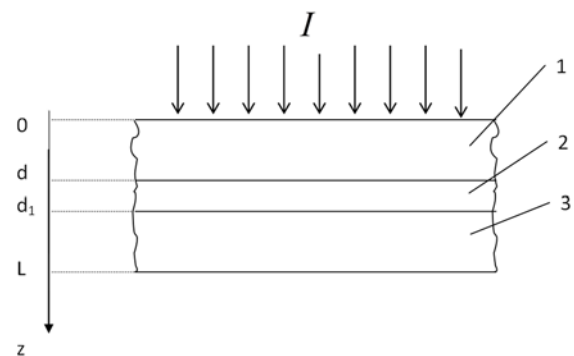


рис. 1 Схема структури багат шарового пакету

Під час поглинання модульованого лазерного випромінювання в матеріалі об'єкта виникає неоднорідне теплове розширення шарів. Це теплове розширення, в свою чергу, викликає збудження в середовищі пружних коливань. Падіння лазерного потоку вважалось нормальним до границі розподілу вакуум – пакет. Випромінювання було модульоване по інтенсивності

$$I = I_0 (1 + m \cos \omega t), \quad \omega = 2\pi f,$$

де  $m$  – коефіцієнт амплітудної модуляції (дорівнює 1),  $f$  – частота амплітудної модуляції.

В випадку генерації акустичних хвиль в тришаровому пакеті, 1 та 3 шари (рис. 1) контактують з повітрям, передбачається що немає відтоку тепла з поверхонь зазначених шарів, а теплообмін протікає лише між шарами пакету, причому при переході тепла з одного шару в інший немає стрибків температури. Також було прийнято, що процес, який збуджується, змінюється

в часі по гармонійному закону, а при його описі виправдано використання рівнянь теорії незв'язаної термопружності. [6], [7]

Підсумовуючи усе раніш сказане, математичні рівняння, які описують процеси в пакеті, а також крайові умови для кожної з границь можна записати у вигляді наведено нижче. При зроблених допущеннях вихідна система включає в себе рівняння незв'язаної теплопровідності та рівняння руху кожного з пружних шарів ( $j = 1 - 3$ )

$$\frac{\partial^2 \theta_j}{\partial z^2} - \frac{1}{\chi_j} \frac{\partial \theta_j}{\partial t} = -\frac{\beta_j G_j}{2\kappa_j} I_0 \exp(i\omega t - \beta_j z), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial z^2} - \frac{1}{v_j^2} \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = \eta_j \alpha_j \frac{\partial \theta_j}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\sigma_j = C_j^T \frac{\partial u_j}{\partial z} - \alpha B_j^* \theta_j \quad (3)$$

В приведених диференціальних рівняннях прийняті наступні позначення:  $\theta_j$  – різниця між температурою речовини в збудженому стані та температурою в стані спокою;  $\chi_j$ ,  $\kappa_j$ ,  $\beta_j$  – коефіцієнти теплопровідності, теплопровідності та оптичного поглинання, відповідно;  $G_1=1$ ,  $G_2 = \exp(-[\beta_1 - \beta_2]d)$ ,  $G_3 = \exp\left(\begin{matrix} -[\beta_1 - \beta_2]d - \\ -[\beta_2 - \beta_3]d_1 \end{matrix}\right)$

– коефіцієнти для вирівнювання температурного поля (щоб на границях не було стрибків температури);  $\omega = 2\pi f$ ;  $u$  – виникаючі в шарі переміщення;  $v_j = \sqrt{\frac{\lambda_j + 2\mu_j}{\rho_j}}$  – швидкість розповсюдження пружних поздовжніх хвиль ( $\lambda_j$  та  $\mu_j$  – коефіцієнти Ламе,  $\rho_j$  – густина шару);  $\alpha_j$  – коефіцієнти лінійного теплового розширення матеріалу;  $\eta_j = \frac{B_j^*}{C_j^T}$ ,  $B_j^* = 3\lambda_j + 2\mu_j$ ,  $C_j^T = \lambda_j + 2\mu_j$ .

Крайові умови запишуться в наступному вигляді:  
на границі  $z = 0$

$$\kappa_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z} = 0, \quad \sigma_1 = 0; \quad (4)$$

на границі  $z = d$

$$\theta_1 = \theta_2, \quad \kappa_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z} = \kappa_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial z}, \quad (5)$$

$$u_1 = u_2, \quad \sigma_1 = \sigma_2;$$

на границі  $z = d_1$

$$\theta_2 = \theta_3, \quad \kappa_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial z} = \kappa_3 \frac{\partial \theta_3}{\partial z}, \quad (6)$$

$$u_2 = u_3, \quad \sigma_2 = \sigma_3;$$

на границі  $z = L$

$$\kappa_3 \frac{\partial \theta_3}{\partial z} = 0, \quad \sigma_3 = 0. \quad (7)$$

**Розв'язок задачі.** Характер динамічного процесу змінюється в часі за гармонійним законом. Враховуючи те, що лазерне випромінювання генерує в середовищі пружні хвилі з частотою, рівною частоті амплітудної модуляції випромінювання [5], будемо шукати рішення у вигляді:

$$\theta(z, t) = \Theta(z) \cdot e^{i\omega t},$$

$$u(z, t) = U(z) \cdot e^{i\omega t}. \quad (8)$$

Розв'язуючи диференціальні рівняння (1), з урахуванням крайових умов (4) – (7), отримаємо наступні розв'язки для температурного поля в тришаровому пакеті

$$\Theta_j = \left( \begin{matrix} C_{4j-3} \cdot \exp[-\rho_{1j} z] + \\ + C_{4j-2} \cdot \exp[\rho_{1j} z] \end{matrix} \right) + S_{1j} \cdot \exp[-\beta_j z], \quad (9)$$

де  $C_1 - C_{14}$  постійні інтегрування,  $\rho_{1j} = \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_j}} (1+i)$ ,  $S_{1j} = \frac{\beta_j G_j I_0}{2\kappa_j (\rho_{1j}^2 - \beta_j^2)}$ . Підста-

вляючи (9) в рівняння (2) - (3) знаходимо розв'язок для переміщень пружного тришарового пакету:

$$U_j = \left( \begin{matrix} -C_{4j-3} \cdot \exp[-\rho_{1j} z] + \\ + C_{4j-2} \cdot \exp[\rho_{1j} z] \end{matrix} \right) \cdot M_{1j} +$$

$$+ \left( \begin{matrix} C_{4j-1} \cdot \exp[-\rho_{2j} z] + \\ + C_{4j} \cdot \exp[\rho_{2j} z] \end{matrix} \right) - S_{2j} \cdot \exp[-\beta_j z], \quad (10)$$

де  $M_{1j} = \frac{\alpha_j \eta_j \cdot \rho_{1j}}{\rho_{1j}^2 - \rho_{2j}^2}$ ,  $\rho_{2j} = \frac{i\omega}{v_j}$ ,

$S_{2j} = \frac{\alpha_j \beta_j \eta_j \cdot S_{1j}}{\beta_j^2 - \rho_{2j}^2}$ . Використовуючи отримані

результати (9) та (10) знайдемо формули які описують теплові потоки та механічні напруги в шарах тришарового пружного пакету, підставляючи (9) та (10) в (3):

$$\kappa_j \frac{\partial \Theta_j}{\partial z} = \begin{pmatrix} -C_{4j-3} \cdot \exp[-p_{1j}z] + \\ +C_{4j-2} \cdot \exp[p_{1j}z] \end{pmatrix} \cdot M_{2j} - S_{3j} \cdot \exp[-\beta_j z],$$

$$\sigma_j^{\omega} = \begin{pmatrix} C_{4j-3} \cdot \exp[-p_{1j}z] + \\ +C_{4j-2} \cdot \exp[p_{1j}z] \end{pmatrix} \cdot M_{3j} - \begin{pmatrix} C_{4j-1} \cdot \exp[-p_{2j}z] - \\ -C_{4j} \cdot \exp[p_{2j}z] \end{pmatrix} \cdot M_{4j} + S_{4j} \cdot \exp[-\beta_j z],$$

$$\begin{aligned} M_{2j} &= \kappa_j \cdot p_{1j}, & S_{3j} &= \beta_j \kappa_j \cdot S_{1j}, \\ M_{3j} &= -\alpha_j B_j^* \frac{p_{2j}^2}{p_{2j}^2 - p_{1j}^2}, & M_{4j} &= C_j^T \cdot p_{2j}, \\ S_{4j} &= \frac{\alpha_j B_j^* p_{2j}^2}{p_{2j}^2 - \beta_j^2} \cdot S_{1j}. \end{aligned} \quad [5]$$

Наведені вище вирази дозволяють розраховувати механічні та теплові поля в середині пружного багатшарового пакету без застосування чисельних методів.

**Чисельні дослідження.** Фізичні властивості шарів 1 та 3 (рис. 1) обираємо рівними властивостям кремнію, оскільки саме цей матеріал є базовим для побудови сучасних мікросхем:  $\alpha = 2,33 \cdot 10^{-6}$  м/град,  $\kappa = 156$  Вт/м,  $\beta = 1,2 \cdot 10^6$  м<sup>-1</sup>,  $\chi = 8,8 \cdot 10^{-5}$  град/с,  $\nu = 8,43 \cdot 10^3$  м/с,  $Y = 10^{11}$  Па – модуль Юнга,  $\nu = 0,27$  – коефіцієнт Пуассона [8]. Значення модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона використовуються в роботі для розрахунку коефіцієнтів Ламе по відомим співвідношенням [9].

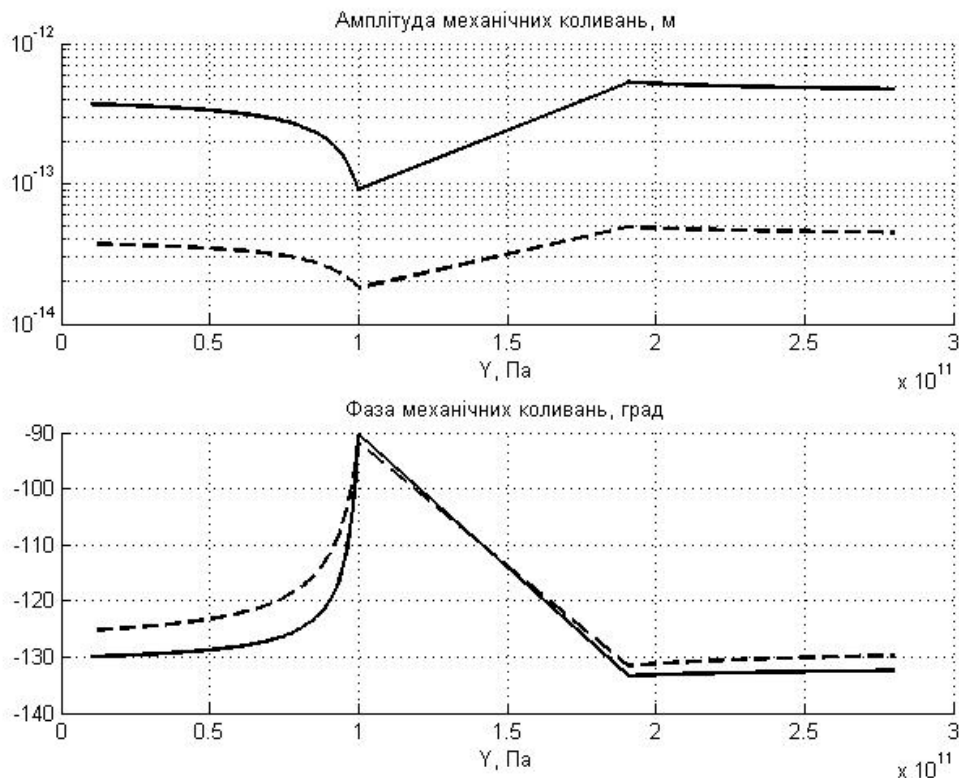


рис. 2 Залежність амплітуди та фази механічних коливань «тіньової» поверхні тришарового пакету від модуля пружності при частотах амплітудної модуляції оптичного випромінювання «-» – 100 Гц та «- -» – 500 Гц

Враховуючи, що реальний модуль пружності та коефіцієнт Пуассона є величинами залежними і не можуть довільно змінювати свої значення окремо один від одного [9]. Для математичного моделювання було обрано випадок, коли модуль Юнга другого шару може відрізнятись на порядок, як в меншу сторону, так і в більшу сторону.

Єдине припущення, в межах даного аналізу, вважалось що модуль зсуву залишався не змінним.

Результати чисельного дослідження для амплітудної модуляції оптичного випромінювання з частотами 100 Гц та 500 Гц представлені на (рис. 2); та на (рис. 3) частоти амплітудної модуляції становили 1 кГц та 5 кГц.

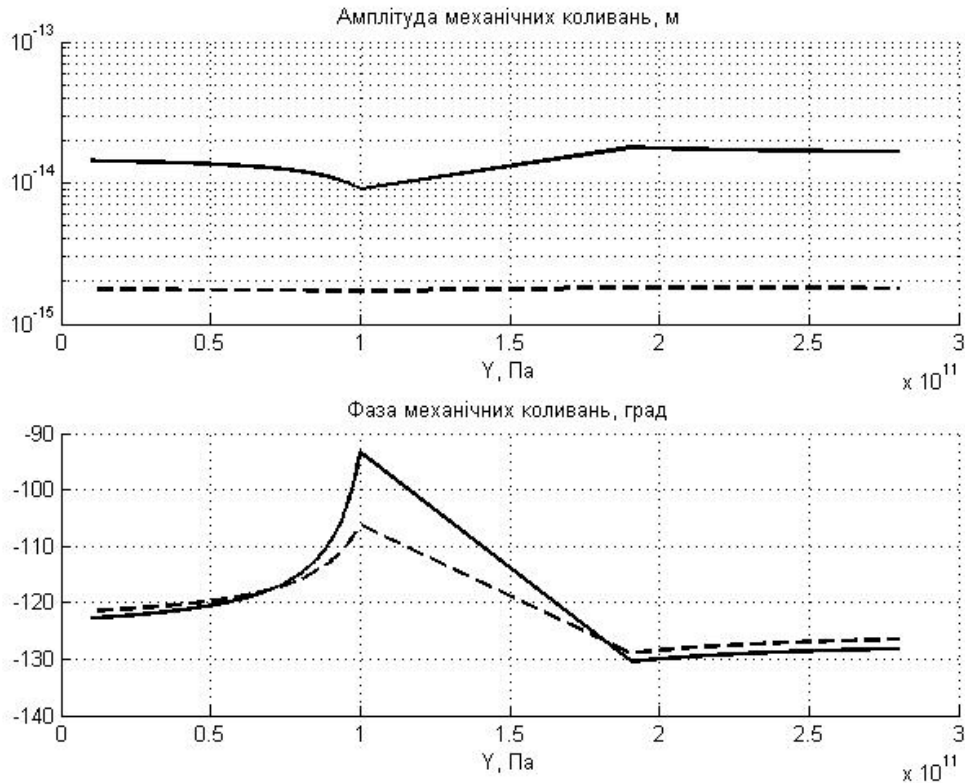


рис. 3 Залежність амплітуди та фази механічних коливань «тіньової» поверхні тришарового пакета від модуля пружності при частотах амплітудної модуляції оптичного випромінювання «-» – 1 кГц та «- -» – 5 кГц

Результати представлені на обох рисунках показують, що збільшення значення модуля пружності в межах від 1 до 1,8 разів (по відношенню до початкового значення) призводить до лінійного збільшення пружних коливань. Подальше збільшення модуля пружності супроводжується вже нелінійною зміною амплітуди та фази коливань границі пружного пакету.

На противагу, процес зменшення модуля пружності відразу веде до нелінійного характеру зміни амплітуди та фази пружних коливань.

Аналізуючи отримані результати та результати, які було отримано в попередніх дослідженнях [3], [4] бачимо, що пружні параметри вносять суттєво нелінійний вклад в форму пружних коливань пакету. В залежності від ступеня зміни модуля Юнга спостерігаємо або лінійну зміну амплітуди пружних коливань, або нелінійний характер. Зони переходу лінійної залежності в нелінійну чітко співпадають з зміною фазової

компоненти. Крім того отримані результати показують, що основний вклад характер зміни пружних коливань вносить саме коефіцієнт Пуассона. Модуль Юнга, на противагу, не несе суттєвого внеску в зміну амплітуди та фази пружних коливань.

Таким чином, при проведенні досліджень багатошарових конструкцій слід будувати алгоритм розрахунку пружних властивостей саме на коефіцієнті Пуассона, маючи на увазі його пропорційний зв'язок з модулем Юнга.

**Висновки.** Пружні коливання багатошарової конструкції при ФТА перетворені є процесом який залежить від багатьох змінних. В роботі проаналізовано сукупний вплив модуля пружності Юнга та коефіцієнта Пуассона на амплітуду та фазу пружних коливань. Отримані результати показали, що основним джерелом впливу є саме коефіцієнт Пуассона.

Таким чином при проведенні аналізу цілосності матеріалу (наявності всередині інородного матеріалу або шарів з відмінними механічними властивостями властивостями) відхилення амплітуди та фази коливань від базових дозволить

визначити відхилення коефіцієнту Пуассона і таким чином вказати на можливий тип матеріалу внутрішнього шару.

Отримані результати дозволяють доповнити інформацію про властивості ФТА перетворення для твердих тіл поряд з дослідженнями для рідин та тонких плівок, наприклад [10].

Надійшла до редакцію 30.03.2017 р.

УДК 534.14:535

Богданов А. В., к.т.н., OrcID [0000-0002-0911-5563](https://orcid.org/0000-0002-0911-5563),

e-mail [ov.bogdanov@aae.kpi.ua](mailto:ov.bogdanov@aae.kpi.ua),

Национальный технический университет Украины

«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

## АНАЛИЗ СОВМЕСТНОГО ВЛИЯНИЯ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОЯ НА УПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ ПРИ ФТА ПРЕОБРАЗОВАНИИ

*Предложенное исследование зависимости упругих колебаний многослойного пакета является логическим продолжением предыдущих исследований. В работе представлены зависимость амплитуды колебаний границы трехслойного пакета, при воздействии на него амплитудно-модулированного лазерного излучения, в зависимости от совокупного изменения модуля упругости и коэффициента Пуассона. Полученные результаты показали существенный вклад в процесс колебания именно коэффициента Пуассона. Модуль Юнга в то же время почти не влияет на амплитуду и фазу упругих колебаний.*

Библ. 10, рис. 3.

**Ключевые слова:** ФТА преобразования; коэффициент Пуассона; модуль Юнга; упругие колебания; пакет трехслойный

UDC 534.14:535

O. V. Bogdanov, PhD, OrcID [0000-0002-0911-5563](https://orcid.org/0000-0002-0911-5563),

e-mail [ov.bogdanov@aae.kpi.ua](mailto:ov.bogdanov@aae.kpi.ua),

National technical university of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv polytechnic institute"

## ANALYSIS OF THE COMBINED EFFECTS OF THE ELASTIC CHARACTERISTICS OF LAYER ELASTIC VIBRATIONS IN THE PTA TRANSFORMATION

*PTA conversion is one of the modern methods of generating elastic vibrations not only solids, but also liquids and biological objects. This method allows you to generate elastic load without contact, and in materials of low thickness. The only requirement for effective PTA transformation, transparency material - the transparent material the lower the efficiency of the method. Modern research methods based on numerical computer simulation. These methods make it difficult to analyze individual parameters of the sample to oscillatory process. The article describes the study of elastic waves using three-layer package full analytical expressions. Such an approach not only carry out numerical calculations, but analytically analyze the degree of influence on the elastic parameters of the material fluctuations. The analytical results describing the harmonic oscillations within the linear theory of thermoelasticity.*

*The proposed study of elastic waves depending multilayer package is a logical continuation of previous studies. In previous studies have already examined the dependence of amplitude and phase fluctuations apart from the change of the elastic modulus and Poisson's ratio of separately. The paper presents the dependence of the amplitude of three-layer packet boundaries, the action on it amplitude-modulated laser radiation, depending on the total change in the elastic modulus and Poisson's ratio.*





Obtained in the results showed a significant contribution to the process fluctuation is Poisson's ratio. Young's modulus while almost no effect on the amplitude and phase of elastic waves. In addition, it was found that there are areas dependent amplitude (phase) characteristics of elastic waves with linear material, as well as some parts of essentially nonlinear dependence. Go one form of dependence (linear to nonlinear, linear or nonlinear) is accompanied by a turning phase change - is seen in the work presented in the phase characteristics

If we compare the results with previous analysis of the combined effects of thermal parameters on elastic vibrations, we can say that the thermal performance more tied together than elastic. Therefore, the analysis of thermal parameters should pay attention to the speed of elastic waves amplitude and their phase. But when analyzing the elastic characteristics necessary to measure the Poisson ratio, followed by calculation of the elastic modulus

Ref. 10, Fig. 3.

**Key words:** PTA transformation; Poisson's ratio; Young's modulus; elastic vibrations; Three-layer package

#### References:

- [1]. M. Alaeian and H. R. B. Orlande, "Inverse Photoacoustic Technique for Parameter and Temperature Estimation in Tissues," *Heat Transf. Eng.*, vol. 38, no. 18, 2017.  
DOI: [10.1080/01457632.2016.1262721](https://doi.org/10.1080/01457632.2016.1262721)
- [2]. G. J. Tservelakis *et al.*, "Photoacoustic imaging reveals hidden underdrawings in paintings," *Sci. Rep.*, vol. 7, no. 1, 2017. DOI: [10.1038/s41598-017-00873-7](https://doi.org/10.1038/s41598-017-00873-7)
- [3]. O. V. Bogdanov, "Zalezhnist pruzhnykh kolyvan paketu vid modulua Yunha vnutrishnoho sharu pry fototermoakustychnomu peretvorenni [Dependence of elastic oscillations of the packet on the Young modulus of the inner layer under photothermoacoustic transformation]," *Inf. Process. Syst.*, no. 7, pp. 11–14, 2015. URL: <http://www.hups.mil.gov.ua/periodic-app/article/12348>
- [4]. O. V. Bogdanov, "Zalezhnist pruzhnykh kolyvan paketu vid koefitsiienta Puassona vnutrishnoho sharu pry FTA peretvorenni [The dependence of the elastic vibrations package of Poisson's ratio of the inner layer in the PTA transformation]," *Electron. Commun.*, vol. 20, no. 2 (85), pp. 107–111, 2015. DOI: [10.20535/2312-1807.2015.20.2.47784](https://doi.org/10.20535/2312-1807.2015.20.2.47784)
- [5]. A. E. Babaev, V. G. Savin, A. V. Bogdanov, and A. V. Sotnikov, "Termoopticheskoe vozvuzhdenie chetyrehsloinogo paketa, sodержashcheho elektroupruhii element [Thermo-optical excitation of a four-layer package containing an electroelastic element]," *Electron. Commun.*, vol. 17, no. 15, pp. 20–24, 2002.
- [6]. A. N. Guz and V. T. Golovchan, *Dyfraktsyya upruhykh voln v mnogosvyaznykh telakh [Diffraction of elastic waves in multiply connected bodies]*. Kyiv: Naukova dumka, 1972.
- [7]. A. D. Kovalenko, *Termoupruhost [Thermoelasticity]*. Kyiv: Vyscha shkola, 1975.
- [8]. I. K. Kikoin, Ed., *Tablitsyi fizicheskikh velichin. Spravochnik [Tables of physical quantities. Directory]*. Moskov: Atomizdat, 1976.
- [9]. K. A. Putilov, *Kurs fizyky. Tom I. Mekhanyka. Akustyka. Molekulyarnaya fizyka. Termodynamyka [Course of Physics. Volume I. Mechanics. Acoustics. Molecular physics. Thermodynamics]*. Moskov: GI FML, 1963.
- [10]. F. Gao *et al.*, "An analytical study of photoacoustic and thermoacoustic generation efficiency towards contrast agent and film design optimization," *Photoacoustics*, vol. 7, 2017.  
DOI: [10.1016/j.pacs.2017.05.001](https://doi.org/10.1016/j.pacs.2017.05.001)