

Теорія та засоби обробки сигналів і зображень

УДК 621.3.037.37

DOI [10.20535/2312-1807.2017.22.3.105013](https://doi.org/10.20535/2312-1807.2017.22.3.105013)

Кратномасштабний аналіз дискретних функцій із заданою кількістю фільтрів

Ямненко Ю. С., д.т.н., проф., ORCID [0000-0002-9796-6420](https://orcid.org/0000-0002-9796-6420)e-mail petergerya@yahoo.comХижняк Т. А., к.т.н., доц., ORCID [0000-0002-5540-274x](https://orcid.org/0000-0002-5540-274x)e-mail tatjana.khizhnjak@gmail.comТерещенко Т. О., д.т.н., проф., ORCID [0000-0003-4009-2854](https://orcid.org/0000-0003-4009-2854)e-mail tereshchenko50.t.a@gmail.comЛевченко В. В., ORCID [0000-0001-7748-4670](https://orcid.org/0000-0001-7748-4670)e-mail useranonym@ukr.net

Національний технічний університет України

“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського” kpi.ua

Київ, Україна

Реферат—Розглянуто та узагальнено алгоритм побудови вейвлет-перетворень на базі функцій модульного аргументу, визначених на кінцевих інтервалах. Використання запропонованих вейвлет-перетворень з довільною кількістю височастотних фільтрів дозволяє збільшити об'єм даних про флуктуації сигналу та краще локалізувати його характерні ділянки. Показано сфери застосування нових методів вейвлет-перетворень з N базисними функціями (діагностика напівпровідникових перетворювачів, аналіз, обробка, прогнозування та передавання сигналів) та переваги в порівнянні з традиційними.

Бібл. 7, рис. 1, табл. 3.

Ключові слова — вейвлет-перетворення; кратномасштабний аналіз; дискретний сигнал; функція модульного аргументу; спектр.

I. ВСТУП

Протягом останніх двадцяти років для аналізу нестационарних процесів широкого застосування набуло вейвлет-перетворення [1-7], яке дозволяє отримати не лише частотну характеристику сигналу (розподіл енергії сигналу по частотних складових), але і відомості про локальні координати, на яких проявляються ті чи інші групи частотних складових, або відбуваються їх швидкі зміни. Даний математичний інструмент успішно застосовується в різних галузях для обробки і синтезу нестационарних сигналів, для вирішення завдань стиснення і кодування інформації, обробки зображень, в теорії і практиці розпізнавання образів, нерідко замінюючи і навіть перевищуючи за функціональністю традиційне перетворення Фур'є [8].

Значну кількість типів материнських вейвлетів і їх варіацій представлено в MathCAD®, Mathematica®,

Wavelet Toolbox (MATLAB®) та інших спеціалізованих додатках. Активне використання мікропроцесорної техніки обумовлює широке застосування дискретного вейвлет-перетворення (ДВП), яке базується на використанні ітераційних процедур розкладання початкової функції на окремі складові [9,10]. Функції, які використовуються як вейвлети, повинні мати наступні характеристики [11]:

- 3) властивість локальності, тобто обмежена область визначення;
- 4) знакомінність, тобто середнє значення на інтервалі визначення має бути рівним 0;
- 5) ортогональність.

Цим вимогам відповідають базисні функції ортогональних перетворень Уолша, Хартлі [12], симетричного перетворення на кінцевих інтервалах (СКИ) і перетворення в орієнтованому базисі (ОБ) [13].



Функції Уолша покладені в основу відомого ДВП Хара [4, 10], яке оперує з функціями, визначеними на інтервалі з кількістю дискретних відліків $N=2^n$, де n – позитивне ціле число, яке визначає номер найвищого рівня розкладання вейвлет-аналізу. Інший типовий вейвлет – ФНАТ (від «French Hat» - «французький капелюх» за формою базисної функції), дозволяє працювати з інтервалами, кратними 3, але при цьому оперує з дробовими числами [4].

Для простоти та зручності розрахунків в прикладних застосуваннях доцільно використовувати в якості вейвлетів такі функції, які мають довший інтервал визначення, цілочисельні значення та задовольняють всі інші вимоги, розглянуті вище.

II. ОРТОГОНАЛЬНИЙ КРАТНОМАСШТАБНИЙ АНАЛІЗ З ВИКОРИСТАННЯМ N ФІЛЬТРІВ.

Принцип ортогонального кратномасштабного аналізу (КМА), або алгоритму Малла [9] полягає у використанні масштабованих за значенням та зсунених у часі функцій, що називаються скейлінг-функціями $\varphi(x)$. У [10] наведено основні співвідношення і властивості кратномасштабного аналізу для

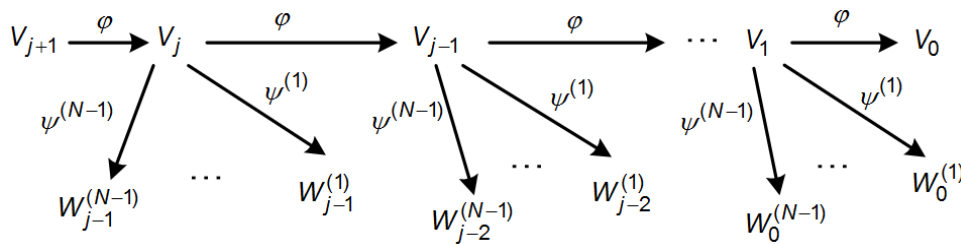


Рис. 1. Блок-схема алгоритму Малла для N фільтрів

випадку масштабування за ступенями двійки, коли використовуються два фільтри – низькочастотний і високочастотний. Модифікуємо алгоритм Малла для масштабування за ступенями будь-якого цілого числа для простору дійсних функцій $l^2(R)$ [14]. Узагальнена блок-схема алгоритму Малла для випадку використання N фільтрів наведена на рис. 1.

В якості кінцевих імпульсних характеристик фільтрів використовується N різних функцій $\psi^{(1)}(x), \dots, \psi^{(N-1)}(x)$ (материнських вейвлетів) та скейлінг-функція $\varphi(x)$. Коефіцієнти, отримані при застосуванні до сигналу скейлінг-функції, є коефіцієнтами усереднення або апроксимації $s_{j,k}$, а отримані при застосуванні материнських вейвлетів – коефіцієнтами деталізації $d_{j,k}^{(i)}$, де j – рівень розкладання (масштаб), k – номер інтервалу розглядання на даному рівні, i – номер материнського вейвлету.

ТАБЛИЦЯ 1 БАЗИСНІ ФУНКЦІЇ СПЕКТРАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Перетворення, інтервал визначення функцій N	Формули для розрахунку базисних функцій
Симетричне перетворення на кінцевих інтервалах (СКИ) $N=m^n$ Хартлі $N=m^l$	$\varphi(v, x) = \cos\left(\frac{2\pi}{m} \cdot \sum_{s=1}^n v^{(s)} x^{(s)}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{m} \cdot \sum_{s=1}^n v^{(s)} x^{(s)}\right)$
Перетворення в орієнтованому базисі (ОБ) $N=m^n$, $\alpha = 2\pi i / p$, $i = \overline{1, m-1}$	$\varphi_d(v, x) = \cos\left(\frac{2\pi}{m} \cdot \sum_{s=1}^n v^{(s)} \cdot x^{(s)}\right) + tg \alpha \sin\left(\frac{2\pi}{m} \cdot \sum_{s=1}^n v^{(s)} \cdot x^{(s)}\right),$ $\varphi_r(v, x) = \cos\left(\frac{2\pi}{p} \cdot \sum_{s=1}^n v^{(s)} \cdot x^{(s)}\right) + ctg \alpha \sin\left(\frac{2\pi}{p} \cdot \sum_{s=1}^n v^{(s)} \cdot x^{(s)}\right),$
Узагальнене СКИ $N = m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2} \cdot \dots \cdot m_L^{n_L}$	$\varphi(v, x) = \cos\left[2\pi \cdot \left(\sum_{s=1}^{n_1} \frac{v^{(s)} x^{(s)}}{m_1} + \sum_{s=1}^{n_2} \frac{v^{(s)} x^{(s)}}{m_2} + \dots + \sum_{s=1}^{n_L} \frac{v^{(s)} x^{(s)}}{m_L}\right)\right] +$ $+ \sin\left[2\pi \cdot \left(\sum_{s=1}^{n_1} \frac{v^{(s)} x^{(s)}}{m_1} + \sum_{s=1}^{n_2} \frac{v^{(s)} x^{(s)}}{m_2} + \dots + \sum_{s=1}^{n_L} \frac{v^{(s)} x^{(s)}}{m_L}\right)\right]$

До переваг КМА відносяться наступні: обробку та вейвлет-аналіз сигналу можна здійснювати послідовно, використовуючи таку кількість рівнів розкладання, яка потрібна для конкретної задачі з урахуванням необхідного рівня подібності стисненого та оригінального сигналу; більша кількість рівнів розкладання призводить до більшого ступеня стиснення, але одночасно до більш «грубої» усередненої форми стисненого сигналу. Отже, в кожному конкретному випадку потрібно знаходити компроміс між простотою обчислень і обсягом пам'яті, необхідним для зберігання стисненого сигналу, з одного боку, та точністю реконструкції – з іншого.

III. ПОБУДОВА ДВП НА ОСНОВІ ФУНКЦІЙ, ВИЗНАЧЕНИХ НА КІНЦЕВИХ ІНТЕРВАЛАХ

З метою підвищення швидкодії та збільшення обсягу інформації про досліджуваний сигнал було досліджено можливості застосування спектральних перетворень дискретних функцій з модульним аргументом (табл.1) як базису вейвлет-аналізу [14,15]. Системи базисних функцій, представлених в табл.1, є ортогональними на інтервалі визначення N , а отже, можуть бути використані для побудови базисів просторів V_j, W_j [10].

Серед розглянутих методів найбільше переваг має перетворення в орієнтованому базисі (ОБ-перетворення), розроблене на кафедрі промислової електроніки КПІ ім. Ігоря Сікорського. Цей метод оперує з функціями модульного аргументу та створює можливість цілочисельних обчислень для окремих випадків інтервалів визначення сигналів. Це дає переваги у практичній реалізації обробки та аналізу сигналів в реальному часі з використанням комп'ютерної та мікропроцесорної техніки.

В табл. 1 використано наступні позначення: $v^{(s)}, x^{(s)}$ – розрядні компоненти при представленні чисел v і x у m -ічній системі числення; інтервал зміни коефіцієнтів – $v = \overline{0, N}, x = \overline{0, N}; \alpha = \frac{2\pi i}{p}$, $i = \overline{1, m-1}$ – кут орієнтації вісі ОБ-перетворення; $\varphi_d(v, x), \varphi_r(v, x)$ – базисні функції відповідно прямого й зворотного ОБ-перетворення; m_i, n_i – цілі числа.

Базисні ОБ-функції відповідають всім вимогам до вейвлетів. Крім того, вони дають можливість отримати більше інформації про початковий сигнал за рахунок використання більшої кількості типів фільтрів в порівнянні з традиційними вейвлетами, які на кожному рівні розкладання використовують лише два типи фільтрів – високої та низької частоти.

Отже, з'являється можливість сконструювати новий метод вейвлет-перетворення – ОБ-вейвлет [13]. При цьому нульова базисна функція ОБ-перетворення $\varphi(x) = \varphi(0, x)$ приймається скейлінг-функцією ОБ-вейвлета, а інші $(N-1)$ базисних функцій

$\psi^{(i)}(x) = \varphi(i, x), i = 1, \dots, N-1$ – материнськими вейвлетами.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \varphi(x) \\ \psi^{(1)}(x) \\ \psi^{(2)}(x) \\ \dots \\ \psi^{(N-1)}(x) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Формули прямого та зворотного вейвлет-перетворень дискретного сигналу із застосуванням функцій (1) наведені в табл.2.

В табл.2 позначено: \mathbf{S}_j – вектор-колонка коефіцієнтів розкладання (середніх значень сигналу) на j -му рівні аналізу; \mathbf{D} – вектор-колонка коефіцієнтів розкладання на $(j-1)$ -му рівні аналізу.

Необхідно відзначити, що коефіцієнти деталізації $d_{j,k}^{(1)}, d_{j,k}^{(2)}, \dots, d_{j,k}^{(N-1)}$ розраховуються, починаючи з $(p-1)$ -го рівня аналізу. Для рівня $j_{\max}=p$ розраховуються тільки коефіцієнти усереднення $s_{p,k}$ [14]:

$$s_{p,k} = \frac{f(x/K)}{N^{p/2}},$$

де $f(x/K)$ – значення сигналу в точці x на інтервалі визначення $K = N^p$.

На найбільшому масштабі, який відповідає $j=0$ і збігається з інтервалом K , сигнал представляється через коефіцієнти усереднення $s_{0,0}$ та коефіцієнти деталізації на всіх рівнях розкладання $d_{j,k}^{(i)}$:

$$f(x) = s_{0,0}\varphi_{0,0}(x) + \sum_{i=1}^{N-1} \left[d_{0,0}^{(i)}\psi_{0,0}^{(i)}(x) + \sum_{k=0}^{N-1} d_{1,k}^{(i)}\psi_{1,k}^{(i)}(x) + \sum_{k=0}^{N^j-1} d_{j,k}^{(i)}\psi_{j,k}^{(i)}(x) + \dots + \sum_{k=0}^{N^{(p-1)}-1} d_{p-1,k}^{(i)}\psi_{p-1,k}^{(i)}(x) \right].$$

Особливістю застосування функцій ОБ як базису вейвлет-перетворення є те, що материнськими вейвлетами для прямого перетворення будуть функції $\varphi_d(v, x)$, а для реконструкції сигналу – функції $\varphi_r(v, x)$ (див. табл.1).

Результати порівняльного аналізу вейвлет-перетворення на базі функцій Хаара, яке має широке застосування, та функцій, наведених в табл.1, свідчать про суттєве збільшення об'єму даних про сигнал в останньому випадку (табл.3).



ТАБЛИЦЯ 2 ФОРМУЛИ ПРЯМОГО ТА ЗВОРОТНОГО ДВП

Пряме вейвлет-перетворення	Зворотне вейвлет-перетворення
$s_{j-1,k} = \frac{1}{\sqrt{N}} \varphi(x) \cdot \mathbf{S}_j$	$s_{j,Nk} = \frac{1}{\sqrt{N}} \varphi(x) \cdot \mathbf{D}$
$d^{(1)}_{j-1,k} = \frac{1}{\sqrt{N}} \psi^{(1)}(x) \cdot \mathbf{S}_j$	$s_{j,Nk+1} = \frac{1}{\sqrt{N}} \psi^{(1)}(x) \cdot \mathbf{D}$
.....
$d^{(N-1)}_{j-1,k} = \frac{1}{\sqrt{N}} \psi^{(N-1)}(x) \cdot \mathbf{S}_j$	$s_{j,Nk+(N-1)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \psi^{(N-1)}(x) \cdot \mathbf{D}$
$\mathbf{S}_j = [s_{j,Nk} \quad s_{j,Nk+1} \quad \dots \quad s_{j,Nk+(N-1)}]^T$	$\mathbf{D} = [s_{j-1,k} \quad d^{(1)}_{j-1,k} \quad d^{(2)}_{j-1,k} \dots \quad d^{(N-1)}_{j-1,k}]^T$

ТАБЛИЦЯ 3 ПОРІВНЯННЯ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕНЬ

№	Характеристика	Вейвлет перетворення на основі		
		функцій Хаара	СКІ або ОБ-функцій	
			3	N
1	Кількість вейвлетів у базисі та інтервал визначення базисних функцій (N)	2	3	N
2	Кількість дискретних значень сигналу, що аналізується ($K = N^p$)			
	при p=2	4	9	N^2
	при p=3	8	27	N^3
3	Кількість типів коефіцієнтів деталізації	1	2	$N - 1$
4	Кількість коефіцієнтів деталізації ($N^p - 1$)			
	при p=2	3	8	$N^2 - 1$
	при p=3	7	26	$N^3 - 1$
5	Загальна кількість коефіцієнтів розкладання (N^p)			
	при p=2	4	9	N^2
	при p=3	8	27	N^3

IV. ЗАСТОСУВАННЯ ОБ-ВЕЙВЛЕТІВ

ОБ-вейвлет перетворення має ті самі сфери застосування, що і традиційні методи вейвлет-аналізу (зокрема, вейвлети Хаара), проте в ряді випадків має переваги.

В задачах прогнозування дискретних функцій за допомогою нейронних мереж важливою є попередня обробка числового ряду з метою фільтрації нестационарних складових, згладження та зменшення кількості відліків. Порівняльний аналіз вейвлет-перетворень Хаара, Добеші та ОБ [17] довів, що ОБ-перетворення має наступні переваги: швидше досягається заданий коефіцієнт подібності (два рівня розкладання замість трьох), а кількість операцій обчислення згладженої кривої електроспоживання зменшується на 23,7 %.

Особливий вигляд базисних функцій СКІ та ОБ-перетворень дозволяє їх використання для діагностики технічного стану електронних систем з перетворювачами, зокрема, інвертора струму [16].

Під час діагностики двигунів постійного струму наявність стаціонарної складової шуму свідчить про

несправність [18]. ОБ вейвлет перетворення має менший час обчислення у порівнянні з вейвлетом Хаара і може бути ефективно використане для поділу шумоподібної і регулярної складових у стаціонарному режимі, аналізу їх параметрів.

ВИСНОВКИ

Особливістю запропонованих вейвлет-перетворень на базі функцій СКІ та ОБ є використання декількох типів високочастотних фільтрів, що мають різні за формою та інтервалом визначення кінцеві імпульсні характеристики.

Сферою застосування таких перетворень є [16-19]:

- діагностика технічного стану електронних систем з перетворювачами;
- аналіз та прогнозування часових рядів;
- стиснення даних в процесі попередньої обробки часових рядів та навчальних вибірок перед наступним етапом обробки за допомогою нейронних мереж.



Отже, розроблений метод ОБ-вейвлет-перетворення суттєво розширює можливості традиційних методів вейвлет-аналізу, а за умови довжини інтервалу початкового сигналу, кратній трьом, має значні переваги за рахунок оперування виключно з цілими числами та відповідного спрощення технічної реалізації алгоритмів обробки сигналів.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] P. Kozlov and B. Chen, "Veyvlet-preobrazovaniye i analiz vremennykh ryadov [Wavelet transform and time series analysis]," *Herald of the Kyrgyz-Russian Slavic University*, vol. 2, no. 2, 2002. [Online serial]. Available: <http://www.krsu.edu.kg/vestnik/2002/v2/a15.html>.
- [2] A. I. Benilov and S. D. Pogoreliy, "Veyvlet-analiz i yego primeneniye dlya szhatiya mul'timediyonoy informatsii [Wavelet analysis and its application for multimedia data compression]," KNU named after T.G. Shevchenko, 2002. [Online]. Available: www.ipri.kiev.ua/fileadmin/XXXX/2003/1/Pogorelyi/article.doc.
- [3] E. Sakrutina and N. Bakhtadze, "Identifikatsiya sistem na osnove veyvlet-analiza [Identification of systems based on wavelet analysis]," in *Materials of the XII All-Russian Conference on Management Problems June 16-19, Moscow, 2004*. [Online]. Available: <http://vspu2014.ipu.ru/proceedings/prcdngs/2868.pdf>.
- [4] N. Astafeva, "Veyvlet-analiz: osnovy teorii i primery primeneniya [Wavelet analysis: the basis of the theory and examples of applications]," *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, vol. 166, no. 11, pp. 1145-1170, 1996. DOI: [10.3367/UFNr.0166.199611a.1145](https://doi.org/10.3367/UFNr.0166.199611a.1145)
- [5] V. Krutskii, S. Brovanov and S. Kharitonov, "Veyvlet-analiz iskazheniy sinusoidal'nogo napryazheniya [Wavelet analysis of sinusoidal voltage distortions]," *Technical electrodynamics. Special Issue Power Electronics and Energy Efficiency*, pp. 62-63, 2004.
- [6] K. Talukder and K. Harada, "A Scheme of Wavelet Based Compression of 2D Image," *Proc. IMECS*, pp. 531-536, 2006. [Online serial]. Available: http://www.iaeng.org/IJAM/issues_v36/issue_1/IJAM_36_1_9.pdf.
- [7] A. Grossman and J. Morlet, "Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape," *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, vol. 15, no. 4, pp. 723-736, 1984. DOI: [10.1137/0515056](https://doi.org/10.1137/0515056)
- [8] L. Zalmanson, *Preobrazovaniya Fur'ye, Uolsha, Khaara i ikh primeneniye v upravlenii, svyazi i drugikh oblastiakh [Transformations of Fourier, Walsh, Haar and their application in management, communications and other fields]*. Moscow: Science, Main edition of physical and mathematical literature, 1989.
- [9] S. Mallat, "Theory for multiresolutional signal decomposition: the wavelet representation," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, no. 7, pp. 674-693, 1989. DOI: [10.1109/34.192463](https://doi.org/10.1109/34.192463)
- [10] I. Dremin, O. Ivanov and V. Nechitailo, "Veyvlety i ikh ispol'zovaniye [Wavelets and their use]," *Successes of physical sciences*, vol. 171, no. 5, pp. 465-501, 2001. DOI: [10.3367/UFNr.0171.200105a.0465](https://doi.org/10.3367/UFNr.0171.200105a.0465)
- [11] V. Vorobyov and V. Gribunin, "Teoriya i praktika veyvlet-preobrazovaniya [Theory and practice of wavelet transform]," St. Petersburg: VUS, 1999. [Online]. Available: <http://www.studfiles.ru/preview/3991391/>.
- [12] A. M. Trakhtman and V. A. Trakhtman, *Osnovy teorii diskretnykh signalov na konechnykh intervalakh [Fundamentals of the theory of discrete signals on finite intervals]*. Moscow: Sov. Radio, 1975.
- [13] V. Zhuykov, T. Tereshchenko and J. Petergerya, *Diskretnyye spektral'nyye preobrazovaniya na konechnykh intervalakh: uchebnoye posobiye [Discrete spectral transformations on finite intervals: a tutorial]*. Kiev, NTUU "KPI", 2010, pp. 244.
- [14] V. Zhukov, T. Tereshchenko and T. Khyzhnyak, "Pobudova veyvlet-peretvorenniya z vykorystanniam bazysnykh funktsiy SKI-peretvorenniya [Construction of wavelet transform basis functions using SKI-conversion]," *Electronics and communication*, no. 27, pp. 26-33, 2005. [Online]. Available: [http://old.elc.kpi.ua/images/pdf/Arhiv%201/Elc%20\(27\)%202005.pdf](http://old.elc.kpi.ua/images/pdf/Arhiv%201/Elc%20(27)%202005.pdf).
- [15] T. Khizhnyak and I. Khokhlov, "Vykorystannya funktsiy uzahal'nenoho SKI-peretvorenniya v yakosti bazysu veyvlet – peretvorenniya [Usage of generalized functions of SKI transformation as a basis wavelet-transformation]," *Technical electrodynamics, special issue "Power Electronics and Energy Efficiency"*, no. 3, pp. 79-84, 2005.
- [16] T. A. Tereshchenko and T. A. Khizhnyak, "Ispol'zovaniye SKI-veyvlet-preobrazovaniya dlya otsenki rezhimov raboty avtonomnogo invertora toka [The use of SKI wavelet transform to estimate the operation modes of an autonomous current inverter]," *Technical electrodynamics. Special issue "Power Electronics and Energy Efficiency"*, no. 3, pp. 79-84, 2005.
- [17] T. A. Tereshchenko, J. S. Petergerya and N. V. Kolotov, "Matematicheskiye osnovy prognoznoho upravleniya poluprovodnikovymi preobrazovatelyami [Mathematical foundations of predictive control of semiconductor converters]," *Technical electrodynamics. Special issue "Power Electronics and Energy Efficiency"*, no. 3, pp. 67-70, 2006.
- [18] E. A. Dmitirev and V.P. Malakhov, "Primeneniye preobrazovaniya Uolsha v sistemakh obrabotki diagnosticheskoy informatsii o sostoyanii rotornykh mashin [Application of the Walsh transform in diagnostic information systems on the state of rotary machines]," *Work of the Odessa polytechnic university*, vol. 1, pp. 135-137, 2001.

Надійшла до редакції 22 травня 2017 р.

УДК 621.3.037.37

Кратномасштабный анализ дискретных функций с заданным количеством фильтров



Ямненко Ю. С., д.т.н., проф., ORCID [0000-0002-9796-6420](https://orcid.org/0000-0002-9796-6420)

e-mail petergerya@yahoo.com

Хижняк Т. А., к.т.н., доц., ORCID [0000-0002-5540-274x](https://orcid.org/0000-0002-5540-274x)

e-mail tatjana.khizhnjak@gmail.com

Терещенко Т. А., д.т.н., проф., ORCID [0000-0003-4009-2854](https://orcid.org/0000-0003-4009-2854)

e-mail tereshchenko50.t.a@gmail.com

Левченко В. В., ORCID [0000-0001-7748-4670](https://orcid.org/0000-0001-7748-4670)

e-mail useranonym@ukr.net

Национальный технический университет Украины

"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского" kpi.ua

Киев, Украина

Реферат—Рассмотрен и обобщен алгоритм построения вейвлет-преобразований на базе функций модульного аргумента, определенных на конечных интервалах. Использование предложенных вейвлет-преобразований с произвольным количеством высокочастотных фильтров позволяет увеличить объем данных о флуктуациях сигнала и лучше локализовать его характерные участки. Показаны сферы применения новых методов вейвлет-преобразований с N базисными функциями (диагностика полупроводниковых преобразователей, анализ, обработка, прогнозирование и передача сигналов) и преимущества в сравнении с традиционными.

Библ. 7, рис. 1, табл. 3.

Ключевые слова — вейвлет-преобразование; кратномасштабный анализ; дискретный сигнал; функция модульного аргумента; спектр.

UDC 621.3.037.37

Multiscale analysis of discrete functions with a given number of filters

Yu. S. Yamnenko, DrSc.(Eng.), Prof., ORCID [0000-0002-9796-6420](https://orcid.org/0000-0002-9796-6420)

e-mail <mailto:petergerya@yahoo.com>

T. A. Khyzhniak, PhD., ORCID [0000-0002-5540-274x](https://orcid.org/0000-0002-5540-274x)

e-mail <mailto:tatjana.khizhnjak@gmail.com>

T. O. Tereshchenko, DrSc.(Eng.), Prof., ORCID [0000-0003-4009-2854](https://orcid.org/0000-0003-4009-2854)

e-mail <mailto:tereshchenko50.t.a@gmail.com>

V. V. Levchenko, ORCID [0000-0001-7748-4670](https://orcid.org/0000-0001-7748-4670)

e-mail <mailto:useranonym@ukr.net>

National technical university of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv polytechnic institute" kpi.ua

Kyiv, Ukraine

Abstract—The method of discrete wavelet transforms at oriented basis that is constructed by use discrete spectral transform of the functions with modular argument is considered and generalized. Unlike traditional wavelet transforms (like classical Haar's wavelet) this mathematical approach allows getting more information about the details and behavior of original signal due to more amount of discrete filters that are used for its decomposition. In Haar's and other wavelet methods there are only two discrete filters are used to decompose initial signal – one low-frequency filter and one high-frequency filter. Low-frequency wavelet coefficients (marked as s-coefficients) give the compressed and approximated version of the initial signal (called trend), and high-frequency wavelet coefficients (marked as d-coefficients) give the high-frequency oscillations around the trend. Such decomposition and calculation of wavelet coefficients is realized at each level of wavelet analysis. While using wavelet transform at oriented basis, there are more than one type of high-frequency wavelet coefficients (marked as $d^{(1)}$ -, $d^{(2)}$ -, ..., $d^{(m)}$ -coefficients) where m is defined by the type of spectral transform at oriented basis



(dimension of the matrix of basic function). Number of decomposition levels is defined by the length of initial signal's interval. In the case of Haar's wavelet transform this length is determined as $N=2^n$, and in the case of wavelet transform at oriented basis this length is determined as $N=m^n$. While selecting the value m equal to three it gives some advantages in calculation volume and consequently, in the speed of wavelet analysis that could be very useful for the processing of the signals with large interval of definition and non-stationary signals. As an interesting example, time dependence of discrete function that describes electrical energy consumption in MicroGrid system could be considered as an object for compressing and removing of casual high-frequency oscillations with the help of wavelet analysis. The use of wavelet transforms with more than two high-frequency filters makes it possible to increase the quantity of data about signal fluctuations and to better localize its characteristic intervals compared with traditional discrete wavelets that operates with one low-frequency and one high-frequency filters. The principle of wavelet transform is based on a multiscale analysis. Basic functions are scaled and shifted along the time axis and by amplitude. A feature of the represented wavelet transform is the using of basic functions of new spectral transforms. These are functions of a symmetric transform on finite intervals and transform at oriented basis. The system of these functions is orthogonal and contains N^p discrete functions of different shapes. One of these functions is a low-pass filter, and all the others are high-pass filters. Sphere of application of wavelet transforms with N basic functions is diagnostics of semiconductor converters, predictive energy-efficient control of energy consumption, analysis of bio-telemetric signals, processing and transmission of images and video signals.

Ref. 7, fig. 1, tabl. 3.

Key words — Wavelet transform; multiscale analysis; discrete signal; function of modular argument; spectrum.

