

УДК 534.131.1:534.231.2

М.И. Романюк, О.Н. Петрищев, д.-р.тех.наук

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
ул. Политехническая, 16, корпус 12, г. Киев, 03056, Украина.

Расчет передаточных характеристик пьезоэлектрического преобразователя в режиме приема ультразвуковых волн. Часть 1. Математическая модель процесса регистрации волн Лэмба электроакустическим преобразователем с дисковым элементом

В работе дано определение передаточной характеристики ультразвукового пьезоэлектрического преобразователя в режиме регистрации ультразвуковых волн. Впервые в практике математического моделирования передаточных характеристик пьезоэлектрических преобразователей учтены конечные размеры активного пьезоэлектрического элемента и реальные значения электрической нагрузки.

Показано, что электрический сигнал на выходе приемника формируется исключительно осесимметричной составляющей поля аксиальных смещений материальных частиц металлического листа в области механического контакта, а так же, что электрический сигнал на выходе пьезоэлектрического приемника определяется усредненными по толщине и радиусу значениями компонентов вектора смещения материальных частиц пьезокерамического диска. Библи. 21, рис. 1.

Ключевые слова: передаточные характеристики, режим приема, пьезокерамический диск, волны Лэмба.

Введение

Необходимость повышения качества продукции, вызванная возрастающей конкуренцией и экономией материальных ресурсов, требует совершенствования имеющихся и создания новых методов расчета преобразователей для контроля металлопроката, одного из основных продуктов металлургического производства.

Разработчики, руководствуясь рекомендациями и прогнозами теоретических расчетов (простых для инженерной реализации), способны создавать аппаратуру высокой надежности и точности. С этой целью начиная с 1929 года [1] непрерывно идет развитие и улучшение как параметров [2, 3] так и методов расчета [4, 5] преобразователей контактного типа для контроля поверхности металлопроката – основного кон-

струкционного материала металлургического производства.

Создания преобразователей, отвечающих высоким требованиям надежности и точности, ставит важной задачей совершенствование расчетных методов анализа их характеристик. Чтобы достичь этой цели необходимо создание математических моделей, которые позволят описать работу преобразователей как единого целого, а не отдельного набора конструктивных элементов.

Для построения замкнутой математической модели ультразвукового тракта с применением пьезоэлектрического преобразователя (ПЭП) необходимо глубокое понимание закономерностей процессов возбуждения, распространения и регистрации (приема) упругих волн в металлической пластине в заданном диапазоне частот. В ходе решения поставленных задач необходимо учитывать все параметры преобразователей (приемного и излучающего), а также все элементы тракта, так как ультразвуковой тракт вносит весьма заметные возмущения в результаты измерения [6, 7].

Несмотря на это, в ряде работ посвященных расчету характеристик ПЭП в режиме приема ультразвуковых волн применяется упрощенная схема, не учитывающая такие конструктивные параметры ПЭП как слой согласующей жидкости и тыловая нагрузка (демпфер) [8]. Также отсутствуют работы, в которых представляется расчет пьезоэлектрического приемника, учитывающего реальный режим электронной схемы в измерительном механизме. В основном для этой цели рассматривается метод эквивалентных схем [9], применяется расчет ПЭП в режиме холостого хода или режиме короткого замыкания [10 - 12], что не позволяет в полной мере учесть физически реализуемое включение. Трудность заключается еще в том, что множество работ посвященных ультразвуковым ПЭП рассматривают работу ультразвукового приемника и все происходящие в нем физические

преобразования, идентично излучателю, используя так называемый принцип взаимности [13]. Однако в режиме излучения и приема механизмы преобразования и физические процессы в преобразователе отличаются.

Что же касается математического описания работы ПЭП в режиме приема, то здесь как и в случае с режимом излучения используется модель преобразователя, где входящие в его состав элементы рассматриваются в виде бесконечно протяженных слоев (одномерные модели) [14]. Главным недостатком таких моделей есть невозможность расчета ПЭП с произвольными (реальными) геометрическими размерами. Так же одномерные постановки по определению исключают влияние слоя согласующей жидкости.

Развитие компьютерных технологий дало толчок для широкого использования в целях моделирования таких численных методов как метод конечных элементов или метод граничных элементов [15, 16]. Следует, однако, помнить, что использование любых численных методов требует предварительной аналитической оценки для сокращения вычислений и удешевления программного продукта [17].

Таким образом, актуальным и востребованным и по сей день остается вопрос о предварительном аналитическом описании всех физических процессов, происходящих в пьезоэлектри-

ческом приемнике и составление замкнутой математической модели, которая включает в себя все вышеописанные задачи, а главное правильное их решение. Ответам на поставленные выше вопросы и посвящена данная статья.

Расчетная схема типового преобразователя и определение его передаточных характеристик

Предположим, что в листовом металлопрокате от аксиальной оси, проходящей через точку O' (рис. 1.а) в срединной плоскости пластины, как из центра, распространяются осесимметричные цилиндрические волны Лэмба. Следуя результатам публикации [18], волновое поле смещений материальных частиц металлического листа можно описать с помощью гармонически изменяющегося во времени по закону $e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$, ω - заданная круговая частота; t - время) вектора, пространственно развитая амплитуда которого $\vec{U}(r, z)$ (r, θ, z - координатные линии цилиндрической системы координат с центром в точке O') определяется всего двумя компонентами - радиальный $U_r(r, z)$ и аксиальный $U_z(r, z)$.

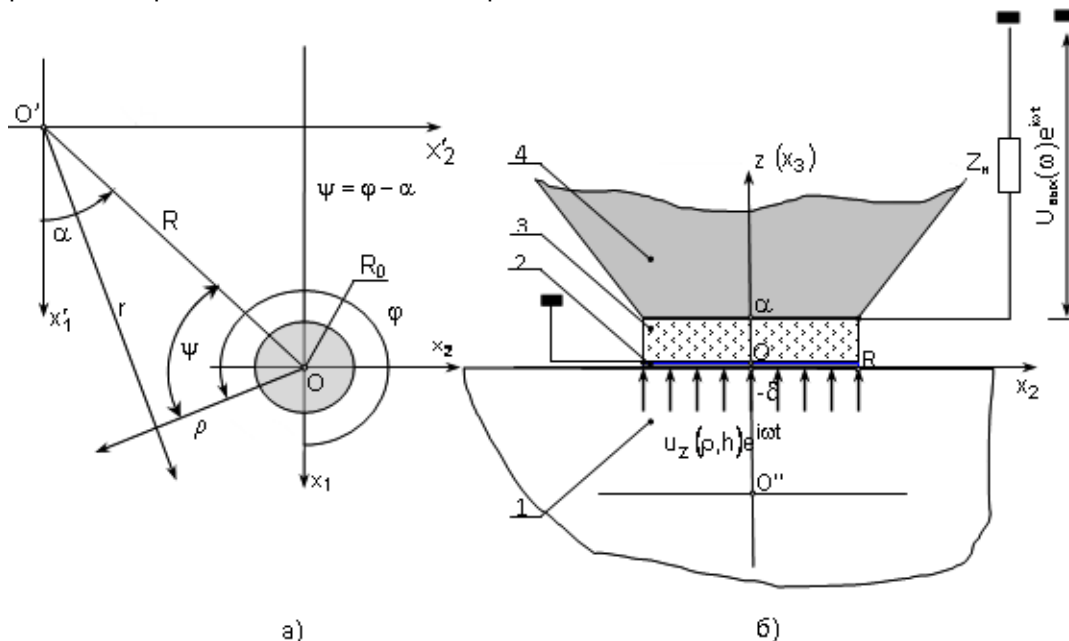


Рис.1. К определению передаточных характеристик пьезоэлектрического преобразователя в режиме регистрации ультразвуковых волн

При этом

$$\begin{aligned}
 U_r(r, z) &= \sum_{n=1}^N U_r^{SL}(z, \gamma_n) H_1^{(2)}(\gamma_n r) + \\
 &+ \sum_{m=1}^M U_r^{AL}(z, \gamma_m) H_1^{(2)}(\gamma_m r), \\
 U_z(r, z) &= \sum_{n=1}^N U_z^{SL}(z, \gamma_n) H_0^{(2)}(\gamma_n r) + \\
 &+ \sum_{m=1}^M U_z^{AL}(z, \gamma_m) H_0^{(2)}(\gamma_m r),
 \end{aligned} \quad (1)$$

где N и M - числа распространяющихся на данной частоте симметричных (верхний индекс SL) и антисимметричных (верхний индекс AL) волн Лэмба; γ_n и γ_m волновые числа распространяющихся волн; $U_\beta^{SL}(z, \gamma_m)$ и $U_\beta^{AL}(z, \gamma_m)$ ($\beta = z, r$) – собственные функции (нормальные волны) однородной граничной задачи; $H_j^{(2)}(\gamma r)$ ($j = 0, 1; \gamma = \gamma_n; \gamma_m$) функции Ханкеля второго рода.

Осесимметрично распространяющиеся волны Лэмба достигают области механического контакта (круг в точке с центром O на рис. 1 а на оси, проходящей через точку O' в срединной плоскости пластины) пьезокерамического (ПК) приемника ультразвуковых волн, схематическая конструкция которого показана на рис. 1 б.

При прохождении упругих волн под приемником в слое согласующей жидкости (позиция 2 на рис. 1 б) возникают упругие колебания. В результате проявления инерционных свойств материальных частиц в слое согласующей жидкости, возникают избыточные давления $\Delta P(\rho, z) e^{i\omega t}$ (ρ, φ, z - координатные линии цилиндрической системы координат с центром в точке O (рис. 1 а)), которые инициируют упругие деформации $\varepsilon_{kl}(\rho, t) e^{i\omega t}$ ПК диска (позиция 3 на рис. 1 б; позициями 1 и 4 обозначены металлическая пластина, в которой распространяются волны Лэмба и тыловая акустическая нагрузка ПЭП соответственно). В результате деформирования ПК диска, в его объеме возникают поляризационные заряды $Q(\rho, t) e^{i\omega t}$, которые своими электрическими полями приводят в движение свободные носители электричества (электроны), находящиеся в электродированных поверхностях ПК диска и в проводниках электрического тока, с которыми диск соединяется с электронной схемой. Электронная схема

(это, как правило, усилитель) обозначение на рис. 1 б как электрическая нагрузка Z_H .

Протекающий по проводнику электрический ток $I e^{i\omega t}$ формирует на электрической нагрузке разность электрических потенциалов

$U_{\text{вблх}}(\omega) e^{i\omega t} = Z_H I e^{i\omega t}$. Таким образом, алгоритм преобразования сигналов при контактном способе регистрации ультразвуковых волн можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 U_z(r, h) e^{i\omega t} &\Rightarrow \Delta P(\rho, \varphi, z) e^{i\omega t} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \varepsilon_{kl}(\rho, \varphi, z) e^{i\omega t} \Rightarrow Q(\rho, z) e^{i\omega t} \Rightarrow I e^{i\omega t} \Rightarrow (2) \\
 &\Rightarrow U_{\text{вблх}}(\omega) e^{i\omega t}
 \end{aligned}$$

В алгоритме (2) в качестве воздействия фигурирует аксиальный компонент вектора смещения материальных частиц $U_z(r, h) e^{i\omega t}$ поверхности $z = h$ металлического листа. Этим фактически утверждается, что касательные напряжения в слое согласующей жидкости которые возникают из-за динамической вязкости, существенно меньше избыточного гидростатического давления, которое возникает из-за аксиальных перемещений материальных точек поверхности металлического листа.

В цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) , связанной с центром площадки механического контакта (рис. 1 а) ультразвукового преобразователя с металлическим листом аксиальная компонента вектора смещения в симметричной и антисимметричной волне Лэмба определяются следующим образом [19]:

$$\begin{aligned}
 U_z^{\beta L}(\rho, \varphi, h) &= U_z^{\beta L}(h, \gamma_k) H_0^{(2)} \times \\
 &\times \left(\gamma_k \sqrt{\rho^2 + R_0^2 - 2Rr \cos \psi} \right) = \\
 &= U_z^{\beta L}(h, \gamma_k) \left\{ H_0^{(2)}(\gamma_k R_0) J_0(\gamma_k \rho) + \right. \\
 &\left. + 2 \sum_{q=1}^{\infty} J_q(\gamma_k \rho) H_q^{(2)}(\gamma_k R_0) \cos q\psi \right\} \quad (3)
 \end{aligned}$$

где $\beta = S, A$; $k = n, m$; ρ и r - радиальные координаты в новой и старой (рис. 1 а) системах координат; $J_q(\gamma_k \rho)$ ($q = 0, 1, 2$) функция Бесселя порядка q ; $\psi = \varphi - \pi - 2$; φ - окружная координата в новой цилиндрической системе координат.

Учитывая, что

$$\cos q\psi = (-1)^q (\cos q\alpha \cos q\varphi + \sin q\alpha \sin q\varphi)$$

выражение (2) можно записать в следующем виде

$$U_z^{\beta L}(\rho, \phi, h) = U_z^{\beta L}(h, \gamma_k) \left\{ H_0^{(2)}(\gamma_k R_0) J_0(\gamma_k \rho) + 2 \sum_{q=1}^{\infty} (-1)^q \begin{Bmatrix} \cos q\alpha \\ \sin q\alpha \end{Bmatrix} H_q^{(2)}(q_k R_0) J_q(\gamma_k \rho) \begin{Bmatrix} \cos q\phi \\ \sin q\phi \end{Bmatrix} \right\} \quad (4)$$

На границе раздела слой согласующей жидкости - металлический лист ($z = -\delta$ рис.1 б), должно выполняться условие кинематического сопряжения элементов границы, которое записывается в следующем виде

$$u_z^* (\rho, \phi, -\delta) = \sum_{n,m=1}^{N,M} U_z^{\beta L}(\rho, \phi, h) \quad (5)$$

где $u_z^* (\rho, \phi, -\delta)$ - аксиальный компонент вектора смещения материальных частиц согласующей жидкости; $U_z^{\beta L}(\rho, \phi, h)$ ($\beta = A, S$) определены как (4)

Из равенства (4) следует, что движение материальных частиц жидкости не обладают симметрий относительно оси, проходящей через точку O (рис. 1 б). Неосесимметричные движения частиц слоя согласующей жидкости создают неосесимметричные избыточные давления в плоскости механического контакта с ПК диском, т. е в плоскости $z = 0$. Амплитудные значения этого избыточного давления, в общем случае можно представить следующим образом

$$\Delta P(\rho, \phi, 0) = \Delta P^{(0)}(\rho, 0) + \sum_{q=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} \Delta P_c^{(q)}(\rho, 0) \\ \Delta P_s^{(q)}(\rho, 0) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos q\phi \\ \sin q\phi \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Очевидно, что избыточные давления $\Delta P(\rho, \phi, 0)$ создают неосесимметричные деформации в объеме ПК диска, амплитудные значения которых можно определить подобно выражению (5)

$$\varepsilon_{kl}(\rho, \phi, z) = \varepsilon_{kl}^{(0)}(\rho, z) + \sum_{q=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{kl}^{(q,c)} \\ \varepsilon_{kl}^{(q,s)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos q\phi \\ \sin q\phi \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Электрический заряд $Q_0 e^{i\omega t}$ на электродированной поверхности $z = \alpha$ ПК диска определяется интегралом по поверхности круга (т.е. по поверхности электрода) радиуса R_0 от аксиального компонента вектора электрической индукции $\vec{D}(\rho, \phi, z) e^{i\omega t}$. Для диска, поляризованого по толщине, амплитудное значение $D_z(\rho, \phi, z)$ аксиального компонента вектора электрической индукции записывается в следующем виде:

$$D_z(\rho, \phi, z) = e_{31} [\varepsilon_{\rho\rho}(\rho, \phi, z) + \varepsilon_{\phi\phi}(\rho, \phi, z)] + e_{33} \varepsilon_{zz}(\rho, \phi, z) + \chi_3^{\varepsilon} E_z(\rho, \phi, z) \quad (7)$$

где e_{31} , e_{33} и χ_3^{ε} пьезоэлектрические модули пьезокерамики и диэлектрическая проницаемость в направлении поляризации; $\varepsilon_{\rho\rho}(\rho, \phi, z)$, $\varepsilon_{\phi\phi}(\rho, \phi, z)$, $\varepsilon_{zz}(\rho, \phi, z)$ - деформация сжатия-растяжения в направлении координатных линий с центром в точке O (рис. 1 б), $E_z(\rho, \phi, z)$ - напряженность электрического поля в объеме деформируемого пьезоэлектрика. $D_z(\rho, \phi, z)$ можно представить подобно (6), т.е.

$$D_z(\rho, \phi, z) = D_z^{(0)}(\rho, z) + \sum_{q=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} D_z^{(q,c)} \\ D_z^{(q,s)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos q\phi \\ \sin q\phi \end{Bmatrix} \quad (8)$$

где

$$D_z^{(0)}(\rho, z) = e_{31} [\varepsilon_{\rho\rho}^{(0)}(\rho, z) + \varepsilon_{\phi\phi}^{(0)}(\rho, z)] + e_{33} \varepsilon_{zz}^{(0)}(\rho, z) + \chi_3^{\varepsilon} E_z^{(0)}(\rho, z), \quad (9)$$

$$D_z^{(q,\rho)}(\rho, z) = e_{31} [\varepsilon_{\rho\rho}^{(q,\rho)}(\rho, z) + \varepsilon_{\phi\phi}^{(q,\rho)}(\rho, z)] + e_{33} \varepsilon_{zz}^{(q,\rho)}(\rho, z) + \chi_3^{\varepsilon} E_z^{(q,\rho)}(\rho, z),$$

$$\rho = c, s.$$

Подставляя выражение (8) в интеграл по поверхности по $z = \alpha$ кругового электрода, получаем

$$\Phi_0 = \int_0^{2\pi} \int_0^{R_0} \rho D_z(\rho, \phi, \alpha) d\phi d\rho = 2\pi \int_0^{R_0} \rho D_z^{(0)}(\rho, \alpha) d\rho. \quad (10)$$

Таким образом, неосесимметричные составляющие аксиального компонента вектора электрической индукции не формируют электрических зарядов на сплошном круговом электроде.

Прежде чем продолжать вычисления по формуле (10), выполним качественный анализ вектора $\vec{D}^{(0)}(\rho, z)$ электрической индукции в общем случае определяется радиальным $D_\rho^0(\rho, z)$ и аксиальным $D_z^0(\rho, z)$ компонентами. Радиальный компонент $D_\rho^0(\rho, z)$ равен нулю на электродированных поверхностях $z = 0$, $z = \alpha$ и на оси $\rho = 0$ ПК диска.

В работе [20] показано, что на границе раздела пьезокерамика - вакуум нормальная этой границе составляющая вектора электрической индукции практически равна нулю из-за чрезвы-

чайного больших значений диэлектрической проницаемости пьезокерамики.

Следовательно, компонента $D_p^0(\rho, z)$ обращается в нуль на границе $\rho = R_0$. Если, к тому же, соединением ПК диска (позиция 3 на рис. 1 б) и тыловой акустической нагрузке допускает проскальзывание (клеевое соединение), то радиальный компонент $D_p^0(\rho, z)$ приобретает гарантированные нулевые значения позволяет предположить, что равенство $D_p^0(\rho, z) = 0 \quad \forall (\rho, z) \in V$ (V - объем ПК диска) не повлечет за собой существенных количественных погрешностей при определении напряженно-деформированного состояния ПК диска.

Таким образом, вектор $\vec{D}_p^0(\rho, z)$ в первом приближении определяется аксиальной составляющей $D_p^0(\rho, z)$.

Из условия ($div \vec{D} = 0$) отсутствия свободных носителей электричества в объеме пьезоэлектрического диска следует, что $div \vec{D}(\rho, z) = 0$. Последнее условие эквивалентно тому, что аксиальный компонент осесимметричной составляющей вектора электрической индукции не зависит от значений координаты z . Этим обстоятельством можно воспользоваться для определения электрического состояния деформируемого ПК диска.

Посмотрим подробнее выражение (9). В квазистатическом приближении из уравнений Максвелла следует, что $rot \vec{E} = 0$. Это позволяет ввести скалярный потенциал Φ , электрического поля такой, что $\vec{E} = -grad \Phi$. Для осесимметричной составляющей вектора напряженности электрического поля в объеме деформируемого ПК диска последнее соотношение записываем в виде $\vec{E}^0 = -grad \Phi^0(\rho, z)$, где $\Phi^0(\rho, z)$ - осесимметричная составляющая скалярного потенциала. Очевидно, что

$$E^0(\rho, z) = -\frac{\partial \Phi^0(\rho, z)}{\partial z}. \quad (11)$$

Осесимметричные составляющие $\varepsilon_{\rho\rho}^{(0)}$, $\varepsilon_{\phi\phi}^{(0)}$, $\varepsilon_{zz}^{(0)}$ тензора деформаций определяются следующим образом [21]

$$\varepsilon_{\rho\rho}^{(0)} = -\frac{\partial u_p^{(0)}(\rho, z)}{\partial \rho}, \quad \varepsilon_{\phi\phi}^{(0)} = \frac{1}{\rho} u_p^{(0)}(\rho, z), \quad (12)$$

$$\varepsilon_{zz}^{(0)} = -\frac{\partial u_z^{(0)}(\rho, z)}{\partial z}.$$

где $u_p^{(0)}$ и $u_z^{(0)}$ - радиальный и аксиальный компоненты осесимметричной составляющей вектора смещения материальных частиц деформируемого ПК диска.

С учетом определений (11) и (12) выражение (9) можно записать в следующем виде:

$$D_z^{(0)}(\rho, z) = e_{31} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} [\rho u_p^{(0)}(\rho, z)] + e_{33} \frac{\partial u_z^{(0)}(\rho, z)}{\partial z} - \chi_3^\varepsilon \frac{\partial \Phi^{(0)}(\rho, z)}{\partial z}. \quad (13)$$

Проинтегрируем левую и правую части выражения (13) по координате z в пределах от нуля до α . Так как $D_z^{(0)}(\rho, z) \equiv D_z^{(0)}(\rho)$, результат интегрирования имеет следующий вид

$$\alpha D_z^{(0)}(\rho, z) = e_{31} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \int_0^\alpha u_p^{(0)}(\rho, z) dz \right] + e_{33} \left[u_z^{(0)}(\rho, \alpha) - u_z^{(0)}(\rho, 0) \right] - \chi_3^\varepsilon \left[\Phi^{(0)}(\rho, \alpha) - \Phi^{(0)}(\rho, 0) \right]. \quad (14)$$

Введем обозначение

$$u_p^{(0z)}(\rho) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha u_p^{(0)}(\rho, z) dz \quad (15)$$

И будем называть $u_p^{(0z)}(\rho)$ усредненным по толщине ПК диска радиальным компонентом вектора осесимметричных смещений материальных частиц.

Так как $\Phi^{(0)}(\rho, \alpha) - \Phi^{(0)}(\rho, 0) = U_{ввix}$ (см. рис. 1 б), то, учитывая определение (15), можно записать, что

$$D_z^{(0)}(\rho) = e_{31} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} [\rho u_p^{(0z)}(\rho)] + e_{33} \left[u_z^{(0)}(\rho, \alpha) - u_z^{(0)}(\rho, 0) \right] - \chi_3^\varepsilon \frac{U_{ввix}}{\alpha} \quad (16)$$

подставляя выражение (16) в формулу (10) для определения амплитудного значения электрического заряда Q_0 , получаем

$$Q_0 = 2\pi e_{31} R_0 u_p^{(0z)}(R_0) + \frac{2\pi e_{33}}{\alpha} \times R_0 \int_0^{R_0} \rho \left[u_z^{(0)}(\rho, \alpha) - u_z^{(0)}(\rho, 0) \right] d\rho - C_3^\varepsilon U_{ввix} \quad (17)$$

где $C_0^\varepsilon = \pi R^2 \chi_3^\varepsilon / \alpha$ - статическая электрическая емкость электродированного ПК диска

Введем обозначение

$$u_z^{(0\rho)}(z) = \frac{2}{R^2} \int_0^{R_0} \rho u_z^{(0)}(\rho, z) d\rho \quad (18)$$

И будем называть эту величину усредненным значением по площади диска аксиальным компонентом, осесимметричной составляющей вектора смещения материальных частиц деформируемого ПК диска. Принимая во внимание определение (18), выражение (17) можем представить в следующем виде

$$Q_0 = C_3^\varepsilon \left\{ \frac{2\alpha e_{31}}{R_0 \chi_3^\varepsilon} u_\rho^{(0z)}(R_0) + \frac{e_{33}}{\alpha \chi_3^\varepsilon} \left[u_z^{(0\rho)}(\alpha) - u_z^{(0\rho)}(0) \right] \right\} - C_0^\varepsilon U_{\text{внх}} \quad (19)$$

Амплитуда тока I в проводниках определяется скоростью изменения электрического заряда Q_0 , т.е. $I = -i\omega Q_0$. Так как $U_{\text{внх}} = IZ_H$, то умножая левую и правую части выражения (19) на $-i\omega Z_H$, то получаем следующее соотношение:

$$U_{\text{внх}} = -\frac{i\omega C_3^\varepsilon Z_H}{1 - i\omega C_3^\varepsilon Z_H} \times \left\{ \frac{2\alpha e_{31}}{R_0 \chi_3^\varepsilon} u_\rho^{(0z)}(R_0) + \frac{e_{33}}{\chi_3^\varepsilon} \left[u_z^{(0\rho)}(\alpha) - u_z^{(0\rho)}(0) \right] \right\} \quad (20)$$

Выражение (20) имеет смысл математической модели процесса регистрации ультразвуковых волн дисковым ПЭП. Первый множитель выражения (20) можно называть функцией включения ПЭП в электронную схему.

$$f_e(\omega\tau_H) = -\frac{i\omega C_3^\varepsilon Z_H}{1 - i\omega C_3^\varepsilon Z_H}$$

При этом выражение (20) принимает следующую форму записи

$$U_{\text{внх}} = f_e(\omega\tau_H) \frac{e_{33}}{\chi_3^\varepsilon} \times \left\{ \frac{2\alpha e_{31}}{R_0 \chi_3^\varepsilon} u_\rho^{(0z)}(R_0) + \left[u_z^{(0\rho)}(\alpha) - u_z^{(0\rho)}(0) \right] \right\} \quad (21)$$

Очевидно, что при $\omega = 0$ $f_e(\omega\tau_H) = 0$ и при $\omega \rightarrow \infty$ функция $f_e(\omega\tau_H) \rightarrow 1$. Это означает, что пьезоэлектрический преобразователь не регистрирует статистические деформации твердого тела.

Из формулы (20) следует, в частности, что при $\alpha/R_0 \rightarrow 0$ (бесконечно тонкий ПК диск) разность электрических потенциалов $U_{\text{внх}}$ определяется исключительно аксиальным смещением $u_z^{(0\rho)}(z)$ материальных частиц. Самое существенное заключается в том, отклик пьезоэлектрического приемника, т.е. разность электрических потенциалов $U_{\text{внх}}$, определяется усредненными значениями компонентов осесимметричной составляющей вектора смещения материальных частиц ПК диска.

Для пьезоэлектрических керамик справедлива следующая оценка e_{31} и e_{33} : $e_{31} \approx -e_{33}/2$. Из этого следует, что вклад усредненного по толщине диска радиального компонента вектора смещения материальных частиц пьезокерамики прямо пропорционален отношению α/R_0 , взятому с обратным знаком. Поскольку отношение $\alpha/R_0 < 1$, то первое слагаемое в формуле (22) можно рассматривать как поправку, которая учитывает радиальные смещения поверхности $\rho = R_0$ ПК диска. В первом приближении смещением $u_\rho^{(0\rho)}(R_0)$ можно пренебречь. При этом погрешность в оценке величины $U_{\text{внх}}$ на частотах, не совпадающих с частотами радиальных резонансов, не будет превышать отношение α/R_0 . Сформулированные выше выводы определяют направление решения задачи о радиально распространяющихся ультразвуковых волн дисковым пьезоэлектрическим преобразователем. Эта задача распадается на две, последовательно решаемые части.

Первая частная задача заключается в определении кинематических и динамических параметров поля смещения материальных частиц слоя согласующей жидкости.

Вторая частная задача имеет своим содержанием определение величин $u_\rho^{(0z)}(R_0)$, $u_z^{(0\rho)}(\alpha)$, и $u_z^{(0\rho)}(0)$. Необходимо подчеркнуть условность этого деления, поскольку ни первая ни вторая части задачи не могут быть полностью решены по отдельности, т.е. независимо друг от друга. Решению перечисленных выше задач посвящена вторая часть статьи.

Выводы

Подводя итог вышеописанному можно сделать следующие выводы:

Впервые построена замкнутая математическая модель для приемника ультразвуковых

волн контактного типа. Которая учитывает конечные размеры пьезоэлектрического элемента и реальные значения электрической нагрузки (комплексное входное сопротивление электронной схемы, которая подключается к преобразователю).

Показано, что электрический сигнал на выходе приемника формируется исключительно осесимметричной составляющей поля аксиальных смещений материальных частиц поверхности контролируемого объекта (металлического листа) в области механического контакта

Так же показано, что электрический сигнал на выходе пьезоэлектрического приемника определяется усредненными по толщине и радиусу значениями компонентов вектора смещения материальных частиц ПК диска

Список использованных источников

1. Sokoloff S. Zur Frage der Fortpflanzung ultrakust. Schwingungen in verschiedench Korpern // *Electknachz. Techn.* – 1929. – В.6, – Н. 11. – 450-460 S.
2. Ананьева А. А. Керамические приемники звука. – Изд-во Академии наук СССР. – 1963. – 178 с.
3. Домаркас В. И., Кажис Р.-И. Ю. Оптимизация параметров пьезопреобразователей, работающих в импульсном режиме. // *Дефектоскопия.* – 1972. – №3. – с. 45 - 52.
4. Веревкин В. М., Паеврос С. К. Развитие ультразвуковых методов и средств автоматизированного контроля листового проката // *Известия ГЭТУ.* – 1997. – вып. 505. – с. 11-31.
5. Яровиков В. И., Баженов А. А. К вопросу расчета пьезоэлектрических ультразвуковых приемников на основе уравнений электроупругости при объемном напряженном состоянии // *Измерительная техника.* – 1998. – № 7. – с. 53-56.
6. Кулик А. А. Потери ультразвука на границах ввода и приема при контактной дефектоскопии металлов // *Дефектоскопия.* – 1973. – № 1 – с. 102 - 108.
7. Белл Дж. Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. В 2-х частях. Часть I. Малые деформации: Пер. с англ. / Под ред. А. П. Филина. М.: – Наука. Главная редакция физ. мат. литературы. – 1984. – 600 с.
8. Данилов В. Н. О влиянии размера пьезопластины прямого преобразователя на амплитуду принимаемого эхосигнала // *Дефектоскопия.* – 2006. – № 1. – с. 54-60.
9. Сапронов А. А., Зибров В. А. Электродинамическое моделирование пьезоэлектрического датчика для мониторинга магистральных водопроводных сетей [Электронный ресурс] // *Инженерный вестник Дона.* – 2012. – № 4. – часть 2.
10. Данилов В. Н., Изафатова Н. Ю. О влиянии параметров электрических схем возбуждения и приема упругих волн прямыми преобразователями на характеристики регистрируемых сигналов // *Дефектоскопия.* – 1997. – № 1, с. 25-31.
11. Коновалов С. И., Кузьменко А. Г. Влияние конструктивных параметров преобразователя на длительность акустического импульса, излучаемого в твердое тело // *Дефектоскопия.* – 2005. – N 6. – с. 3-10.
12. Кононенко В. С., Савичев В. В., Тиранин В. И. Акустический импеданс приемной пьезопластины, имеющей электрическую нагрузку, и его применение для расчетов // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* – 2009. – Т. 12. – № 4. – с. 102-106.
13. Белоусов Ю. И., Римский-Корсаков А. В. Принцип взаимности в акустике и его применение для расчета звуковых полей колеблющихся тел. Обзор. // *Акустический журнал.* – 1975. – Т. 21. – № 2. – с. 161-173.
14. Бархатов В. А. Электромеханическая модель пьезопреобразователя // *Дефектоскопия.* – 2012. – № 12. – с. 55-64.
15. Ивина Н. Ф. Численный анализ собственных колебаний круглых пьезокерамических пластин конечных размеров // *Акустический журнал.* – 1989. – № 35. – с. 667-673
16. Григорьев М. А., Толстиков А. В., Навроцкая Ю. Н. Коэффициент передачи многослойного пьезопреобразователя при прямом и обратном преобразовании // *Акустический журнал.* – № 48. – 2002 – с. 187-194.
17. Устинов Ю. А. Электроупругость. Некоторые вопросы математического моделирования // *Соровский образовательный журнал.* – № 9. – 1996. – с 122-127.
18. Петрищев О. Н., Романюк М. И. Методика расчета передаточных характеристики пьезокерамического преобразователя в режиме излучения ультразвуковых волн. Часть 2. // *Электроника и связь.* – № 5 (82)– 2014– 107-120 с. .
19. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. – М.: Наука, 1974. – 296 с.
20. Механика связанных полей в элементах конструкций: Издание в пяти томах / Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А. Под общей ред. А. Н. Гузя, Электроупругость, Т.5: К.: Наукова думка, 1989. - 280 с.
21. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 873 с.

Поступила в редакцию 15 сентября 2014 г.

УДК 534.131.1:534.231.2

М.И. Романюк, О.М. Петрищев, д.-р.тех.наук

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,
вул. Політехнічна, 16, корпус 12, м. Київ, 03056, Україна.

Розрахунок передатних характеристик п'єзоелектричного перетворювача в режимі прийому ультразвукових хвиль. Частина 1 математична модель процесу реєстрації хвиль Лемба електроакустичним перетворювачем з дисковими елементом

У роботі дано визначення передатної характеристики ультразвукового п'єзоелектричного перетворювача в режимі реєстрації ультразвукових хвиль. Вперше в практиці математичного моделювання передатних характеристик п'єзоелектричних перетворювачів враховані кінцеві розміри активного п'єзоелектричного елемента (диска) і реальні значення електричного навантаження.

Показано, що електричний сигнал на виході приймача формується виключно осесиметричною складовою поля аксіальних зміщень матеріальних часток металевого листа в області механічного контакту, а також, що електричний сигнал на виході п'єзоелектричного приймача визначається усередненими по товщині і радіусу значеннями компонентів вектора зміщення матеріальних часток п'єзокерамічного диску. Бібл.21, рис. 1.

Ключові слова: передатні характеристики, режим прийому, п'єзокерамічний диск, хвилі Лемба.

UDC 534.131.1:534.231.2

M.I Romanyuk, O.N. Petryshev, Dr.Sc.

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",
st. Polytechnichna, 16, Kyiv, 03056, Ukraine.

Calculation of the transmission characteristics of the piezoelectric transducer in ultrasonic waves receiving mode. Part 1. Mathematical model for registration process of Lamb wave by electroacoustic transducer with disc elements

Definition for transmission characteristic of ultrasonic piezoelectric transducer in registration mode of ultrasonic waves is given in article. For the first time in the practice of mathematical modeling of the piezoelectric transducers transmission characteristics is considered finite size of the active piezoelectric element (disk), and the real values of the electric load.

It is shown that the electrical output signal of the receiver formed only axisymmetric field component of the metal sheet material particles axial displacement in mechanical contact, and also that the electrical output signal of the piezoelectric receiver is averaged over the thickness and radius values of the components of the displacement vector of the piezoceramic disk material particles. Reference 21, figures 1

Key words: transmission characteristics, the receive mode, piezoceramic disk, Lamb waves.

References

1. Sokoloff S. (1929), "Zur Frage der Fortpflanzung ultra-akust. Schwingungen in verschieden Korpem". Elecknachz. Techn. B.6, H. 11. Pp. 450-460.(Germ.)
2. Ananyeva A. A. (1963), "Ceramic sound receivers. - Publishing House of the USSR Academy of Sciences". P. 178. (Rus)
3. Domarkas V. I., Kazhis R. Yu. (1972), "Optimization of piezoelectric transducers operating in pulse mode." Defectoscopy. No 3. Pp. 45 - 52. (Rus)
4. Veryovkin V. M, Pavros S. K. (1997), "Development of ultrasonic methods and tools for the automated control of sheet metal". Izvesiya GETU. Vol. 505. Pp. 11-31. (Rus)

5. *Yarovikov V. I., Bazhenov A. A.* (1998), "The issue of calculating piezoelectric ultrasonic receivers based on electrodynamic equations in a volume stress state". *Measuring equipment*. № 7. Pp. 53-56. (Rus)
6. *Kulik A. A.* (1973), "Loss of ultrasound on the borders of the input and the reception at the contact metal flaw inspection". *Defectoscopy*. № 1. Pp. 102 - 108. (Rus)
7. *Bell. J. F.* (1984), "Experimental foundations of mechanics of deformable solids. In 2 parts. Part I. Small deformations: Translated from English". Ed. A.P. Filin. M.: Science. Home Edition phys. math. literature. P.600. (Rus)
8. *Danilov V. N.* (2006), "On the influence of the size of the direct piezoelectric plate transducer on the amplitude of the received echo". *Defectoscopy*. № 1. Pp. 54-60. (Rus)
9. *Sapronov A. A Zibrov V. A.* (2012), "Electrodynamic modeling piezoelectric sensor for monitoring the main water supply networks [electronic resource]". *Engineering Don Herald*. № 4. Part 2. (Rus)
10. *Danilov V. N., Izafatova N. Y.* (1997), "On the influence of the parameters of electrical circuits excitation and reception of elastic waves by direct converters on the characteristics of the reception signals". *Defectoscopy*. № 1. Pp. 25-31. (Rus)
11. *Konovalov S. I., Kuz'menko A. G.* (2005), "Influence of design parameters of the converter on the duration of the acoustic pulse emitted into the solid". *Defectoscopy*. № 6. Pp. 3-10. (Rus)
12. *Kononenko V. S., Savitchev V. V., Tiranin V. I.* (2009), "Acoustic impedance of reception piezoceramic plates having an electrical load, and its application to calculations". *Physics of wave processes and radio systems*. Vol. 12. No 4. Pp. 102-106. (Rus)
13. *Belousov Y. I., Rimsky-Korsakov A. V.* (1975), "Reciprocity principle in acoustics and its use for the calculation of sound fields oscillating bodies. Overview". *Acoustic magazine*. Vol. 21. No2. Pp. 161-173. (Rus)
14. *Barhatov V. A.* (2012), "Electromechanical model of the piezoelectric transducer". *Defectoscopy*. No12. Pp. 55-64. (Rus)
15. *Ivina N. F.* (1989), "Numerical analysis of natural oscillations of the circular piezoceramic plates of finite dimensions". *Acoustic magazine*. № 35. Pp. 667-673. (Rus)
16. *Grigoriev M. A., Tolstikov A. V, Navrotskaya Yu. N.* (2002), "The transmission coefficient of multilayer piezoelectric transducer for both forward and reverse transformation". *Acoustic magazine*. No 48. Pp. 187-194. (Rus)
17. *Ustinov Yu. A.* (1996), "Electroelasticity. Some questions of mathematical modeling". *Sorovs Educational Journal*. No9. Pp. 122-127. (Rus)
18. *Petrishchev O. N., Romanyuk M. I.* (2014), "Method for calculation of piezo-ceramic transducer transmission characteristics in the mode of ultrasonic waves radiation. Part 2". *Electronics & Communications*. Vol 19. No 5(82), Pp 107-120. (Rus)
19. *Bateman H., Erdelyi A.* (1974), "Higher transcendental functions. Bessel functions, parabolic cylinder functions, orthogonal polynomials". M.: Science, Pp. 296. (Rus)
20. *Hrinchenko V. T., Ulitko A. F., Shul'ga N. A.* (1975), "Mechanics of related fields in structural elements: Publication in five volumes". Ed. A. N. Guz, *Electroelasticity*, V.5: K.: Naukova Dumka, 1989. P. 280 (Rus)
21. *V. Nowacky,* (1975), "Theory of Elasticity". M.: Mir, 1975. P. 873. (Rus)