

УДК 534.3

Приём звуку сферичним електропружним перетворювачем з повністю електродованою поверхнею, який розміщено в замкненому пружному шарі

О.В. Коржик, д-р техн. наук

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут",
пр. Перемоги, 37, Київ-56, 03056, Україна.

На основі електропружної моделі сферичного п'єзокерамічного перетворювача у вигляді тонкої п'єзокерамічної оболонки, яку розміщено в перехідному шарі пружного матеріалу, розв'язана задача про прийом звукових хвиль для випадку повного електродування активної поверхні перетворювача.

Виконано постановку задачі прийому та отримано аналітичний розв'язок для основних фізичних полів з врахуванням звязаності системи "робоче середовище – шар – оболонка".

Ключові слова: прийом звукових хвиль, сферична оболонка, п'єзокерамічний перетворювач, наскрізна задача, метод часткових об'ємів, хвильовий пружний шар.

Вступ

Застосування в практичній гідроакустиці систем перетворення акустичної та електричної енергії пов'язано з необхідністю введення в їх конструкцію узгоджувачів та технологічних елементів у вигляді перехідних пружних шарів. При цьому на цей час існуючий "наскрізний підхід" до розв'язку задачі прийому звуку дозволяє дослідити особливості взаємовпливу та зв'язаності акустичних, механічних та електричних полів (а також врахувати наявність вказаних шарів) лише для циліндричних перетворювачів (наприклад, роботи [6, 10, 11]).

Застосування пружних перехідних хвильових шарів вимагає визначення ступеню звукопрозорості обраних матеріалів та конструкцій в заданих умовах електричного та акустичного навантаження. Отже, використання вказаних пасивних елементів певним чином пов'язано з ефективністю передачі звукової енергії з робочого середовища через пружний шар до активного елемента перетворювача та визначення відповідної "електричної реакції" перетворювача або кіл його навантаження на задане зовнішнє акустичне збурення.

Зазначимо, що клас задач "наскрізного" типу на сьогодні в основному розвинуто в частині ви-

користання перетворювачів та їх систем, що навантажені на робоче середовище безпосередньо робочою поверхнею без проміжкових конструктивних елементів (наприклад, робота [7]). З іншого боку, відомі джерела, що присвячені суто хвильовим особливостям роботи перетворювачів, які розміщені в пружних шарах і не використовують практику "наскрізних" постановок (наприклад, [2]). Таким чином, доцільним є поєднання моделей та підходів традиційної хвильової акустики [2-4, 12] та наскрізних підходів [6, 7, 9-11].

Отже, метою роботи, що пропонується, є постановка і розв'язання стаціонарної наскрізної задачі прийому звуку сферичним п'єзокерамічним перетворювачем при роботі в шарі пружного перехідного матеріалу. Як вихідний, пропонується випадок повного електродування робочої сферичної поверхні, що, очевидно, визначатиме активацію не електричному боці перетворювача лише нульової форми коливань.

При цьому визначенню підлягають аналітичні співвідношення - як результат розв'язку "наскрізної задачі прийому" звуку сферичним перетворювачем, а також, власне, шлях і спосіб розв'язку.

Постановка і розв'язок задачі

Розглядається задача про прийом звуку тонкостінним сферичним перетворювачем через замкнений кільцевий однорідний шар в наскрізній постановці, яка належить до класу задач стаціонарної гідроелектропружності.

Передбачається, що в ідеальній рідині з густиною ρ і швидкістю звуку c розташовано коливальну систему, що складається з поодинокого п'єзокерамічного сферичного перетворювача, розміщеного в замкненому пружному шарі, який є перехідним між робочим середовищем та активним елементом перетворювача. Сам перетворювач подано сферичною електропружною радіально поляризованою оболонкою довільного радіусу

R_0 з товщиною стінки h_0 (рис.1), пезоматеріал якої має густину ρ_M , та швидкість звуку c_M .

Внутрішній простір перетворювача – вакуумовано. На зовнішню і внутрішню поверхні перетворювача нанесено суцільні електроди, які повністю покривають поверхні перетворювача та підключені до довільного електричного навантаження Z_H . Електрична напруга $U_{внх}$, що виникає на навантаженні Z_H і є шуканою.

Товщини електродів вважаємо малими та такими, що не впливають на електромеханічні характеристики перетворювача і не вимагають залучення додаткових умов по механічному та електричному полю.

На сферичний перетворювач з безкінечності вздовж променя, що визначається в просторі вектором \mathbf{n} та кутами ϑ_0, φ_0 (рис. 1), падає плоска звукова хвиля p_0 одиничної амплітуди p_0^* :

$$p_0 = p_0^* e^{j\omega t} \quad (1)$$

Отже, прийом звуку відбувається через замкнений однорідний та ізотропний шар радіуса R_1 та товщиною h_{sh} , в якому в свою чергу формується суперпозиція хвиль, що рухаються назустріч одна одній. Вважаємо, що матеріал шару не опирається деформаціям зсуву (отже, напруження зсуву відсутні) та характеризується густиною ρ_{sh} і швидкістю звуку c_{sh} .

Математично робота вказаної коливальної системи описується з використанням:

- рівнянь стану для п'єзокераміки, які лінійно пов'язують між собою компоненти механічних напружень, деформації, електричну напруженість та індукцію;
- рівнянь руху елемента механічної коливальної системи перетворювача;
- співвідношень Коши, що пов'язують компоненти тензору деформацій та вектору переміщення;
- рівнянь вимушеної електростатики.

Сумісний розв'язок вказаних рівнянь дозволяє визначити характеристики перетворювача з врахуванням зв'язаності трьох основних полів – електричного, механічного та акустичного. Розв'язок відбувається за допомогою методу часткових областей [3,4] з використанням методу Фур'є та властивостей повноти і ортогональності приєднаних функцій Лежандра та тригонометричних функцій на інтервалах $\vartheta \in [0; \pi]$, $\varphi \in [0; 2\pi]$.

Таким чином, задача зводиться до відшукування невідомих коефіцієнтів розкладень для акустичних, механічних та електричних полів запропонованої коливальної системи “ робоче середовище

– хвильовий шар – перетворювач” як системи з розподіленими параметрами.

Введемо наступні координатні системи (рис.1):

- загальну прямокутну систему координат O, X_1, X_2, X_3 , яка розташована так, що вісі OX_1 та OX_2 лежать в площині широтного перетину перетворювача, а вісь OX_3 - в площині його меридіанального перетину;

– сферичну систему координат O, r, φ, ϑ , центр якої співпадає з центром координат прямокутної системи.

Застосуємо метод часткових областей. Для цього розіб'ємо область існування акустичного поля на ряд областей I, II, III (рис.1) так, що внутрішня область I ($0 \leq r \leq R_0 - h_{0s}$, $\varphi \in [0; 2\pi]$, $\vartheta \in [0; 2\pi]$), враховуючи тонкостінність облонки, відповідає замкнутому простору внутрішнього об'єму перетворювача, область II ($R_0 \leq r \leq R_1$, $\varphi \in [0; 2\pi]$, $\vartheta \in [0; 2\pi]$) – означеному вище пружному хвильовому перехідному шару, а область III ($R_1 \leq r \leq \infty$, $\varphi \in [0; 2\pi]$, $\vartheta \in [0; 2\pi]$) – зовнішньому простору. Внаслідок умови вакуумізації внутрішнього об'єму, акустичне поле в області I вважаємо відсутнім (в подальшому $p_I = 0$).

Акустичні поля

Поле в області III у відповідності до класичної постановки задачі прийому [3,4] представимо суперпозицією виду:

$$p_{III} = p_0(r, \varphi, \vartheta) + p_s(r, \varphi, \vartheta) \quad (2)$$

де $p_s(r, \varphi, \vartheta)$ – поле розсіяної на перешкоді-сфері хвилі.

У відповідності до [2,3] та з врахуванням позначення $j = -i$, розкладення плоскої хвилі $p_0(r, \varphi, \vartheta)$ по сферичним функціям матиме вигляд:

$$p_0(r, \varphi, \vartheta) = j\omega p_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n j^n \frac{2-\delta_{0m}}{N_{nm}} J_n(kr) \times P_n^m(\cos \vartheta_0) P_n^m(\cos \vartheta) \cos(m(\varphi - \varphi_0)) \quad (3)$$

де δ_{0m} - символ Кронекера, для якого:

$$\delta_{km} = \delta_{0m} = \begin{cases} 1, & m = k = 0 \\ 0, & m \neq k \end{cases};$$

$$N_{nm} = \frac{2}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!};$$

$J_n(kr)$ -сферична функція Бесселя цілого n -го порядку, $n = 0; 1; 2; 3; \dots$;

$P_n^m(\dots)$ -приєднана функція Лежандра першого роду ступеня n та порядку m , $m = 0; 1; 2; 3; \dots$.

Розсіяне поле запишемо як

$$\rho_s(r, \varphi, \vartheta) = j\omega\rho \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \tilde{C}_{nm} P_n^m(\cos\vartheta) h_n^{(2)}(kr) \times \cos(m\varphi) \quad (4)$$

де $h_n^{(2)}(kr)$ - сферична функція Ханкеля другого роду n -го порядку;

\tilde{C}_{nm} - невідомі коефіцієнти розкладення.

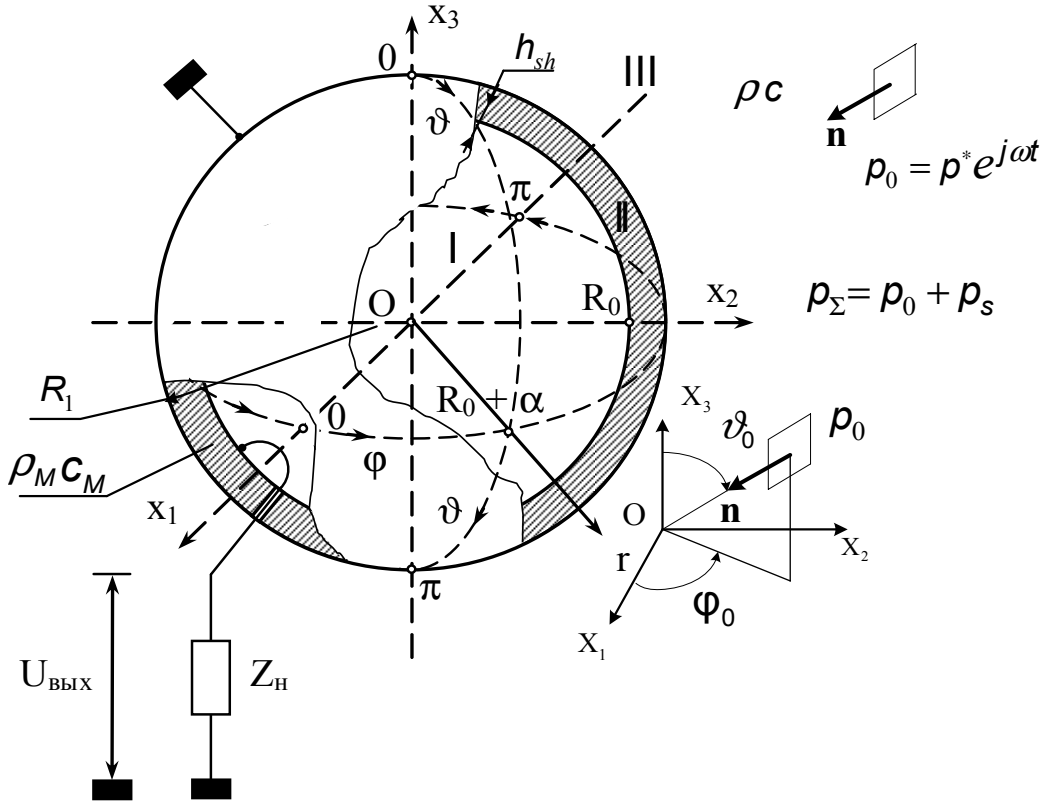


Рис. 1. Сферичний перетворювач в замкнутому шарі

Таким чином, в області III для довільного напрямку падіння плоскої хвилі ϑ_0, φ_0 повне поле $\rho_{III} = \rho_{III}(r, \varphi, \vartheta)$, що визначається виразом (2), матиме вигляд [4,8]:

$$\rho_{III}(r, \varphi, \vartheta) = j\omega\rho \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (2j^n \frac{2-\delta_{0m}}{N_{nm}} J_n(kr) \times P_n^m(\cos\vartheta_0) P_n^m(\cos\vartheta) \cos(m(\varphi-\varphi_0))) + \tilde{C}_{nm} P_n^m(\cos\vartheta) h_n^{(2)}(kr) \cos(m\varphi) \quad (5)$$

При цьому зовнішнє навантаження перетворювача системи "перехідний шар – оболонка" - $\rho_{II} = \rho_{II}(r, \varphi, \vartheta)$ подається у вигляді:

$$\rho_{II}(r, \varphi, \vartheta) = j\omega\rho_{sh} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (A_{nm} J_n(k_{sh}r) + B_{nm} n_n(k_{sh}r)) P_n^m(\cos\vartheta) \cos(m\varphi) \right) \quad (6)$$

де A_n, B_n - невідомі коефіцієнти розкладення;

$n_n(k_{sh}r)$ - сферична функція Неймана порядку n .

Акусто-механічні граничні умови

Розглянемо граничні умови на поверхнях системи.

Вважаємо, що на зовнішній поверхні шару, що межує з робочим середовищем мають виконуватися силові і кінематичні умови спряження областей II та III, що складають наступну систему функціональних рівнянь:

$$\begin{cases} \rho_{II} = \rho_{III}; \\ v_{rII} = v_{rsh}; \end{cases} \quad r = R_1, \quad \varphi \in [0; 2\pi], \quad \vartheta \in [0; \pi], \quad (7)$$

$$v_{rII}|_{r=R_1} = v_{rIII}|_{r=R_1} \Rightarrow \frac{1}{i\rho_{sh}c_{sh}} \frac{\partial \rho_{II}}{\partial (k_{sh}r)} \Big|_{r=R_1} =$$

$$= \frac{1}{i\rho c} \frac{\partial \rho_{III}}{\partial (kr)} \Big|_{r=R_1}$$

v_{rII} - радіальна складова коливань точок зовнішньої поверхні шару;

v_{rIII} - радіальні складові коливаальних швидкостей часток середовища.

Для зовнішньої поверхні оболонки (внутрішньої поверхні шару) $r = R_0$, $\varphi \in [0; 2\pi]$, $\vartheta \in [0; \pi]$ запишемо наступну граничну умову:

$$\frac{1}{i\rho_{sh}c_{sh}} \frac{\partial \rho_{II}}{\partial (k_{sh}r)} \Big|_{r=R_0} = v_{rII}|_{r=R_0} = v_r|_{r=R_0} =$$

$$= j\omega u_r, \quad r \in [R_0, R_1], \quad (8)$$

$$\rho_{II}|_{r=R_0} = \sigma_{rr},$$

де v_r - радіальна складова коливальної швидкості матеріальних часток поверхні оболонки;

u_r - радіальна складова переміщень матеріальних часток поверхні оболонки;

σ_{rr} - радіальна компонента тензору результуючих механічних напружень.

Коливання оболонки

Рівняння коливань оболонки визначатимемо, виходячи з загальних умов руху, що наведені в роботах [5,6,10]:

$$\sigma_{rr} = c_{11}^E \varepsilon_{rr} + c_{12}^E \varepsilon_{\varphi\varphi} + c_{12}^E \varepsilon_{\vartheta\vartheta} - e_{11} E_r, \quad (9)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = c_{12}^E \varepsilon_{rr} + c_{22}^E \varepsilon_{\varphi\varphi} + c_{12}^E \varepsilon_{\vartheta\vartheta} - e_{12} E_r, \quad (10)$$

$$\sigma_{\vartheta\vartheta} = c_{12}^E \varepsilon_{rr} + c_{12}^E \varepsilon_{\varphi\varphi} + c_{22}^E \varepsilon_{\vartheta\vartheta} - e_{12} E_r, \quad (11)$$

$$\sigma_{\varphi\vartheta} = 2c_{44}^E \varepsilon_{\varphi\vartheta},$$

$$\sigma_{r\vartheta} = 2c_{55}^E \varepsilon_{r\vartheta} - e_{26} E_{\vartheta}, \quad (12)$$

$$\sigma_{r\varphi} = 2c_{55}^E \varepsilon_{r\varphi} - e_{26} E_{\varphi}.$$

де $c_{11}^E, c_{12}^E, c_{22}^E, c_{44}^E, c_{55}^E$ - компоненти тензору модулів пружності (радіальна вісь сфери співпадає з віссю OX_1);

$\sigma_{\varphi\varphi}, \sigma_{\vartheta\vartheta}, \sigma_{\varphi\vartheta}, \sigma_{r\varphi}, \sigma_{r\vartheta}$ - компоненти тензору результуючих механічних напружень;

e_{11}, e_{12}, e_{26} - пьезомодулі;

$\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\varphi\varphi}, \varepsilon_{\vartheta\vartheta}, \varepsilon_{r\varphi}, \varepsilon_{r\vartheta}, \varepsilon_{\varphi\vartheta}$ - компоненти тензору деформацій;

$E_r, E_{\varphi}, E_{\vartheta}$ - компоненти вектору напруженості електричного поля в п'єзокераміці.

Компоненти вектору електричної індукції відповідають рівнянню

$$D_m = e_{mij} \varepsilon_{ij} + \chi_{mn} E_n, \quad (13)$$

де D_m - m - компонентний вектор електричної індукції, який визначається алгебраїчною сумою "електричної поляризації" $D_m^d = e_{mij} \varepsilon_{ij}$ (що обумовлено механічними деформаціями ε_{ij} - тобто, динамічна

складова) та "кулонівської" складової $D_m^s = \chi_{mn} E_n$, яка обумовлена попередньою поляризацією кераміки (статична складова);

χ_{mn} - компоненти тензору діелектричної проникливості.

Далі, реалізуючи умову задовільнення коливань перетворювача другому закону Ньютона в диференційній формі, запишемо рівняння руху сфери відносно механічних напружень та зміщень матеріальних часток оболонки:

$$\frac{1}{R_0} (2\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{\vartheta\vartheta}) + \rho_M \omega^2 u_r = 0, \quad (14)$$

$$\frac{1}{R_0 \sin \vartheta} \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{R_0} \frac{\partial \sigma_{\varphi\vartheta}}{\partial \vartheta} + \frac{2\sigma_{\varphi\vartheta}}{R_0} \operatorname{ctg} \vartheta + \rho_M \omega^2 u_{\varphi} = 0$$

$$\frac{1}{R_0 \sin \vartheta} \frac{\partial \sigma_{\varphi\vartheta}}{\partial \varphi} + \frac{1}{R_0} \frac{\partial \sigma_{\vartheta\vartheta}}{\partial \vartheta} + \frac{1}{R_0} (\sigma_{\vartheta\vartheta} - \sigma_{\varphi\varphi}) \times$$

$$\times \operatorname{ctg} \vartheta + \rho_M \omega^2 u_{\vartheta} = 0,$$

де $u_{\varphi}, u_{\vartheta}$ - кутові компоненти вектору зміщень матеріальних часток деформівної сферичної оболонки.

Виходячи з рівнянь п'єзоефекту (9)-(12), які доповнені компонентами вектору $D_m (D_r, D_{\varphi}, D_{\vartheta})$ у вигляді:

$$D_r = e_{11} \varepsilon_{rr} + e_{12} (\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{\vartheta\vartheta}) + \chi_{11}^E E_r, \quad (17)$$

$$D_{\varphi} = 2e_{26} \varepsilon_{r\varphi} + \chi_{22}^E E_{\varphi}, \quad (18)$$

$$D_{\vartheta} = 2e_{26} \varepsilon_{r\vartheta} + \chi_{22}^E E_{\vartheta}, \quad (19)$$

враховуюче повне електродування поверхонь та відповідну рівність $D_{\varphi} = D_{\vartheta} = 0$, а також співвідношення Коши для зміщень і деформацій [4,6]

$$u_{\varphi} = \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi}, \quad u_{\vartheta} = \frac{\partial u_r}{\partial \vartheta}, \quad (20)$$

$$\varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{1}{R_0} \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{u_{\vartheta}}{R_0} \operatorname{ctg} \vartheta + \frac{u_r}{R_0}, \quad (21)$$

$$\varepsilon_{\vartheta\vartheta} = \frac{1}{R_0} \frac{\partial u_{\vartheta}}{\partial \vartheta} + \frac{u_r}{R_0}, \quad (22)$$

підставляючи (20)-(23) в (9)-(12), (17)-(19) і далі - в рівняння руху (14)-(16), можна побудувати систему коливань тонкої п'єзокерамічної сферичної радіально поляризованої оболонки.

Крім того, знаючи про рівність тиску $p_{II} = p_{II}(r, \varphi, \vartheta)$ нормальній складовій механічних напружень з умови (8) - σ_{rr} , для $r = R_0$ відносно компоненти тензору деформацій ε_{rr} - можна записати :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{p_{III}}{c_{11}^E} - \frac{c_{12}^E}{c_{11}^E} (\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{\vartheta\vartheta}) + \frac{e_{11}}{c_{11}^E} E_r. \quad (23)$$

Підставляючи вираз (23) в рівняння (10),(11) також маємо:

$$\sigma_{\varphi\varphi} = c_{22}^* \varepsilon_{\varphi\varphi} + c_{12}^* \varepsilon_{\vartheta\vartheta} - e_{12}^* E_r + \frac{c_{12}^E}{c_{11}^E} p_{III}, \quad (24)$$

$$\sigma_{\vartheta\vartheta} = c_{22}^* \varepsilon_{\varphi\varphi} + c_{12}^* \varepsilon_{\vartheta\vartheta} - e_{12}^* E_r + \frac{c_{12}^E}{c_{11}^E} p_{III}, \quad (25)$$

$$\text{де} \quad c_{12}^* = c_{12}^E \left(1 - \frac{c_{12}^E}{c_{11}^E} \right),$$

$c_{22}^* = c_{22}^E - \left(\frac{c_{12}^E}{c_{11}^E} \right)^2 / c_{11}^E$ - ефективні модулі пружності деформівної оболонки; $e_{12}^* = e_{12} - e_{11} c_{12}^E / c_{11}^E$ - п'єзоелектричний модуль, який відповідає існуючому в сферичній оболонці напружено-деформівному стану.

Після проведення ряду пертворень рівняння руху (14) відносно u_r з використанням (24), (25), а також з врахуванням співвідношень Коши (20) - (22), отримуємо відносно радіальної компоненти зміщення u_r рівняння:

$$\frac{c_{12}^{**}}{R_0^2} \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \varphi^2} + \frac{c_{12}^{**}}{R_0^2} \operatorname{ctg} \vartheta \frac{\partial u_r}{\partial \vartheta} + \frac{c_{12}^{**}}{R_0^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \vartheta^2} + \left[\frac{2c_{12}^{**}}{R_0^2} + \rho_M \omega^2 \right] u_r + \frac{c_{11}^{**}}{R_0} p_{II} - \frac{e_{11}^{**}}{R_0} E_r = 0 \quad (26)$$

$$\text{де} \quad c_{11}^{**} = \frac{2(c_{12}^E - c_{22}^E)}{c_{11}^E}, \quad (27)$$

$$c_{12}^{**} = -2 \left(1 - \frac{(c_{12}^E)^2}{c_{11}^E} \right) + (c_{12}^E - c_{22}^E), \quad (28)$$

$$e_{11}^{**} = 2(e_{11} - e_{12}). \quad (29)$$

Проведемо ряд пертворень, переписавши рівняння (26) як

$$\frac{c_{12}^{**}}{R_0^2} \left[\frac{\partial^2 u_r}{\partial \vartheta^2} + \operatorname{ctg} \vartheta \frac{\partial u_r}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \varphi^2} + 2u_r \right] + \left[\rho_M \omega^2 \right] u_r + \frac{c_{11}^{**}}{R_0} p_{II} - \frac{e_{11}^{**}}{R_0} E_r = 0 \quad (30)$$

Вважатимемо, що компоненту u_r можна представити рядом

$$u_r(\varphi, \vartheta) = \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{m=0}^v C_{vm} P_v^m(\cos \vartheta) \cos(m\varphi), \quad (31)$$

де $v = 0; 1; 2; \dots$;

C_{vm} - невідомий коефіцієнт розкладення.

Далі доповнюємо вираз (30) сумою $v(v+1) - v(v+1)$,

беремо похідну по φ та вносимо за дужки тригонометричний множник $\cos(m\varphi)$. При цьому отримуємо рівняння для приєднаних функцій Лежандра, яке відповідає ситуації виключення з розв'язку особливих точок (тобто, записане для цілих значень v):

$$\frac{c_{12}^{**}}{R_0^2} \left[\frac{\partial^2 u_r}{\partial \vartheta^2} + \operatorname{ctg} \vartheta \frac{\partial u_r}{\partial \vartheta} + \left(v(v+1) - \frac{m^2}{\sin^2 \vartheta} \right) u_r \right] + \left[\frac{c_{12}^{**}}{R_0^2} (2 - v(v+1)) + \rho_M \omega^2 \right] u_r + \frac{c_{11}^{**}}{R_0} p_{II} - \frac{e_{11}^{**}}{R_0} E_r = 0$$

Таким чином, в останній формулі перші квадратні дужки можна прирівняти нулю. В результаті рівняння (30) суттєво спрощується до наступної форми:

$$a_v u_r + \frac{c_{11}^{**}}{R_0} p_{II} - \frac{e_{11}^{**}}{R_0} E_r = 0, \quad (32)$$

$$\text{де} \quad a_v = \frac{c_{12}^{**}}{R_0^2} (2 - v(v+1)) + \rho_M \omega^2,$$

$u_r = u_r(\varphi, \vartheta)$ і відповідає рівності (31), а p_{II} визначається розкладенням (6) при $r = R_0$.

Отже, в рівнянні (32) треба визначитися з напруженістю електричного поля E_r . Для цього розглянемо граничні умови по електричному полю.

Електричні граничні умови

Не складно помітити, що підставляючи значення деформації стиснення-розтягнення оболонки виду (23) в рівняння (17), можна визначити радіальну компоненту D_r вектору електричної індукції як :

$$D_r = e_{12}^* (\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{\vartheta\vartheta}) + \chi_{11}^* E_r + \frac{e_{12}}{c_{12}^E} p_{II}, \quad (33)$$

$$\text{де} \quad \chi_{11}^* = \chi_{11}^E - e_{11} e_{12} / c_{11}^E.$$

Вбачаючи малість по товщині самої оболонки ($h_0 \ll R_0$), вважаємо, що електрична поляризація деформівної п'езокерамічної оболонки повністю визначатиметься компонентом (33). При цьому електричний заряд Q , який формується на електродованих поверхнях вільними носіями електричного струму в результаті впливу на них поляризаційних зарядів деформівного пезокерамічного елемента, а також враховуючи [5] - запишемо у вигляді :

$$Q = - \int_S D_r dS = - R_0^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi D_r(\varphi, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi, \quad (34)$$

де $D_r(\varphi, \vartheta)$ відповідає рівнянню (33), а S - площа електроду, $dS = R_0^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$.

Струм I_H через навантаження електроду Z_H як швидкість змінення заряду Q , визначатиметься похідною за часом :

$$I_H = - \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_S D_r dS \right). \quad (35)$$

Електрична напруга між електродами зовнішньої та внутрішньої поверхонь пезоелементу запишеться як

$$U_{вух} = - \int_{-\frac{h_0}{2}}^{\frac{h_0}{2}} E_r dh. \quad (36)$$

До того ж за законом Ома для ділянки кола напругу на навантаженні Z_H знайдемо як:

$$U_H = U_{вух} = I_H Z_H, \quad (37)$$

для довільного за властивостями опору $Z_H = R_H + jX_H$.

Таким чином, рівняння (34)-(37) утворюють систему граничних умов по електричному полю при прийомі звуку з врахуванням площі електродування S .

Отже, використовуючи (33), струм визначатиметься за виразом :

$$I_H = -j\omega R_0^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(e_{12}^* (\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{\vartheta\vartheta}) + \chi_{11}^* E_r + \frac{e_{12}}{c_{12}^E} p_{II} \right) \times \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \frac{E_r h_0}{Z_H}. \quad (38)$$

Розглянемо суму $(\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{\vartheta\vartheta})$, що використовується в рівняннях (33), (38).

З врахуванням співвідношень Коши для деформацій $\varepsilon_{\varphi\varphi}$, $\varepsilon_{\vartheta\vartheta}$ та зміщень u_r , u_φ , u_ϑ (див. (20)-(22)) та застосувавши підхід щодо спрощення рівняння (26) за допомогою представлення (31), беремо похідну по φ , виносимо за дужки тригонометричний множник $\cos(m\varphi)$ та після перетворень отримаємо:

- для електричної індукції D_r

$$D_r = \frac{e_{12}^*}{R_0} C_{vm} P_v^m (\cos \vartheta) \cos m\varphi \left(1 - \frac{v(v+1)}{R_0} \right) + \chi_{11}^* E_r + \frac{e_{12}}{c_{12}^E} p_{II}, \quad (39)$$

- для струму I_H

$$I_H = j\omega \left(1 - \frac{v(v+1)}{R_0} \right) R_0 \times \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(e_{12}^* C_{vm} P_v^m (\cos \vartheta) \cos m\varphi + \chi_{11}^* E_r + \frac{e_{12}}{c_{12}^E} p_{II} \right) \times \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \frac{E_r h_0}{Z_H}. \quad (40)$$

До рівняння (40) застосуємо властивості ортогональності приєднаних функцій Лежандра та тригонометричних функцій $\cos m\varphi$, $\sin m\varphi$. Для цього - введемо позначення:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(e_{12}^* C_{vm} P_v^m (\cos \vartheta) \cos m\varphi \right) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = I;$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\chi_{11}^* E_r \right) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = II;$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{e_{12}}{c_{12}^E} p_{II} \right) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = III.$$

Таким чином, для інтегралу I , спираючись на [1], можна записати:

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(e_{12}^* C_{vm} P_v^m (\cos \vartheta) \cos m\varphi \right) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = e_{12}^* C_{vm} \int_0^{2\pi} \cos m\varphi d\varphi \int_0^\pi P_v^m (\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta,$$

$$\int_0^\pi P_v^m(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = - \int_{-1}^1 P_v^{m'}(x) P_v^m(x) dx = \begin{cases} 0, & m' = 0, v' \neq 0 \\ 2, & m' = 0, v' = 0 \end{cases} \quad (41)$$

де $x = \cos \vartheta, dx = -\sin \vartheta d\vartheta, v', m' = 0; 1; 2; 3; \dots i$

$$I = -2e_{12}^* C_{00} \int_0^{2\pi} \cos m\varphi d\varphi = -2e_{12}^* C_{00} \begin{cases} 0, & m \neq 0 \\ 2\pi, & m = 0. \end{cases}$$

$$I = -4\pi e_{12}^* C_{00}.$$

Для інтегралів II і III відповідно отримаємо:

$$II = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\chi_{11}^* E_r) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \chi_{11}^* E_r \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \chi_{11}^* E_r \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta = 2\chi_{11}^* E_r \int_0^{2\pi} d\varphi = 4\pi \chi_{11}^* E_r, \quad (42)$$

$$III = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{e_{12}}{c_{12}} p_{II} \right) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \frac{e_{12}}{c_{12}} \{ A_n J_n(k_{sh} R_0) + B_n n_n(k_{sh} R_0) \} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_n^m(\cos \vartheta) \cos m\varphi \sin \vartheta d\vartheta d\varphi,$$

що з врахуванням розв'язку (41) дає :

$$III = -2\pi \frac{e_{12}}{c_{12}} \{ A_0 J_0(k_{sh} R_0) + B_0 n_0(k_{sh} R_0) \}, \quad (43)$$

Таким чином, умова (40) може бути зведена до рівняння :

$$\frac{E_r h_0}{Z_H} = -j\omega R_0 4\pi \left(e_{12}^* \tilde{C}_{00} + \chi_{11}^* E_r + \frac{e_{12}}{c_{12}} \{ A_0 J_0(k_{sh} R_0) + B_0 n_0(k_{sh} R_0) \} \right),$$

звідки знаходимо напруженість електричного поля E_r , що, по суті, визначатиме вихідну електричну напругу U_H :

$$E_r = E_r^{(0)} = \frac{e_{12}^* C_{00} - \frac{e_{12}}{c_{12}} \{ A_0 J_0(k_{sh} R_0) + B_0 n_0(k_{sh} R_0) \}}{\left(\chi_{11}^* - \frac{1}{4\pi j \omega Z_H R_0} \frac{h_0}{R_0} \right)}, \quad (44)$$

Рівняння (44) враховує як тип електродування поверхні сферичного перетворювача так і спосіб його електричного навантаження. Очеви-

дним є те, що для випадку повністю електродованих поверхонь перетворювача електричний заряд, змінюваний у часі по гармонічному закону з амплітудою Q , формується виключно центрально симетричними складовими фізичних полів (див., наприклад, коефіцієнт C_{00} з формули (44)).

Результуюча система рівнянь та коефіцієнти розкладень

Виконуючи умови на границях (7),(8) та електричні умови (35)-(37) приходимо до системи рівнянь:

$$a_v u_r(\varphi, \vartheta) + \frac{c_{11}^*}{R_0} p_{II}(\varphi, \vartheta) - \frac{e_{11}^*}{R_0} E_r = 0, \quad (45)$$

$$j\omega \rho_{sh} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (A_{nm} J_n(k_{sh} R_1) + B_{nm} \times n_n(k_{sh} R_1)) P_n^m(\cos \vartheta) \cos(m\varphi) \right) = j\omega \rho \left(\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n 2j^n \frac{2 - \delta_{0m}}{N_{nm}} J_n(kR_1) \times P_n^m(\cos \vartheta_0) P_n^m(\cos \vartheta) \cos(m(\varphi - \varphi_0)) + \tilde{C}_{nm} P_n^m(\cos \vartheta) h_n^{(2)}(kR_1) \cos(m\varphi) \right) \quad (46)$$

$$\frac{1}{j c_{sh} \rho_{sh}} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (A_{nm} J_n'(k_{sh} R_1) + B_{nm} \times n_n'(k_{sh} R_1)) P_n^m(\cos \vartheta) \cos(m\varphi) \right) = \frac{1}{j c \rho} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n 2j^n \frac{2 - \delta_{0m}}{N_{nm}} J_n'(kR_1) \times P_n^m(\cos \vartheta_0) P_n^m(\cos \vartheta) \cos(m(\varphi - \varphi_0)) + \tilde{C}_{nm} P_n^m(\cos \vartheta) h_n^{(2)'}(kR_1) \cos(m\varphi) \right) \quad (47)$$

$$j\omega u_r(\varphi, \vartheta) = \frac{(-1)}{j \rho_{sh} c_{sh}} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (A_{nm} J_n'(k_{sh} R_0) + B_{nm} n_n'(k_{sh} R_0)) P_n^m(\cos \vartheta) \cos(m\varphi) \right) \quad (48)$$

яка доповнюється виразом для напруженості (44) та розкладенням (31).

Далі, з (48) та з урахуванням (31) знайдемо вираз для коефіцієнта C_{nm} :

$$C_{nm} = \frac{(-1)}{j c_{sh} \rho_{sh}} (A_{nm} J_n'(k_{sh} R_0) + B_{nm} n_n'(k_{sh} R_0)) \quad (49)$$

та зазначимо, що п'ять рівнянь ((44)-(48)) містять п'ять невідомих коефіцієнтів C_{nm}, \tilde{C}_{nm} ,

A_{nm} , B_{nm} , E_r , які можуть бути визначені шляхом використання властивостей повноти і ортогональності сферичних та тригонометричних функцій з подальшим сумісним розв'язком вказаних рівнянь відносно шуканих коефіцієнтів розкладень.

При цьому для відшукування E_r можливим є початкове визначення центрально симетричних складових розкладень полів відносно невідомих коефіцієнтів C_{00} , \tilde{C}_{00} , A_{00} , B_{00} , що після виконання алгебраїчних перетворень приведе до наступних виразів:

$$C_{00} = a_{10}(\omega)(A_{00}J_0(k_{sh}R_0) + B_{00}n_0(k_{sh}R_0)), \quad (50)$$

$$\text{де } a_0(\omega) = \frac{c_{12}^{**}}{R_0}(2 + \rho_M \omega^2);$$

$$\gamma^{(0)} = \chi_{11}^* - \frac{1}{4\pi j \omega Z_H} \frac{h_0}{R_0},$$

$$B_{00} = \frac{\xi_{R1}^{(0)}(\omega)}{\alpha_{R1}^{(0)}(\omega) - \gamma_{R1}^{(0)}(\omega)}, \quad A_{00} = -B_{00}\gamma_{R1}^{(0)}(\omega), \quad (51)$$

де

$$\xi_{R1}^{(0)}(\omega) = \frac{\frac{\omega}{c} J_0(kR_1)h_0^{(2)\gamma}(kR_1) - \frac{\omega}{c} J_0'(kR_1)h_0^{(2)}(kR_1)}{\frac{j\omega\rho_{sh}}{j\rho c} J_0(kR_1)h_0^{(2)\gamma}(kR_1) - \frac{j\omega\rho}{j\rho_{sh}c_{sh}} J_0'(kR_1)h_0^{(2)}(kR_1)}$$

$$\alpha_{R1}^{(0)}(\omega) = \frac{\frac{j\omega\rho_{sh}}{j\rho c} n_0(k_{sh}R_1)h_0^{(2)\gamma}(kR_1) - \frac{j\omega\rho}{j\rho_{sh}c_{sh}} n_0'(k_{sh}R_1)h_0^{(2)}(kR_1)}{\frac{j\omega\rho_{sh}}{j\rho c} J_0(k_{sh}R_1)h_0^{(2)\gamma}(kR_1) - \frac{j\omega\rho}{j\rho_{sh}c_{sh}} J_0'(k_{sh}R_1)h_0^{(2)}(kR_1)}$$

$$\gamma_{R1}^{(0)}(\omega) = \frac{1}{\frac{j\rho_{sh}c_{sh}}{j\rho c} n_0'(k_{sh}R_0) + a_{10}(\omega)n_0(k_{sh}R_0)},$$

$$\gamma_{R1}^{(0)}(\omega) = \frac{j\omega\rho_{sh} J_0'(k_{sh}R_0) + a_{10}(\omega)J_0(k_{sh}R_0)}{j\rho c}$$

$$\tilde{C}_{00} = \frac{(j\omega\rho_{sh})(A_{00}J_0(k_{sh}R_1) + B_{00}n_0(k_{sh}R_1))}{(j\omega\rho)h_0^{(2)}(kR_1)} - \frac{(j\omega\rho)J_0(kR_1)}{(j\omega\rho)h_0^{(2)}(kR_1)}. \quad (52)$$

Після визначення напруженості E_r можуть бути знайдені коефіцієнти щодо вісесиметричних та невісесиметричних складових розкладень полів із застосуванням наступної системи:

$$a_n(\omega)C_{nm}\pi N_{nm} + \frac{c_{11}^{**}}{R_0}(A_{nm}J_n(k_{sh}R_0) + B_{nm}n_n'(k_{sh}R_0)) = -\frac{4\pi}{2n+1} \frac{e_{11}^{**}}{R_0} E_r^{(0)} \quad (53)$$

$$j\omega\rho_{sh}((A_{nm}J_n(k_{sh}R_1) + B_{nm}n_n(k_{sh}R_1))\pi N_{nm}) = j\omega\rho(2j^n \frac{2 - \delta_{0m}}{N_{nm}} J_n(kR_1)P_n^m(\cos\vartheta_0) \times \cos(m\varphi_0)\pi N_{nm}) + j\omega\rho(\tilde{C}_{nm}h_n^{(2)}(kR_1)\pi N_{nm}), \quad (54)$$

$$\frac{1}{j\rho_{sh}c_{sh}}((A_{nm}J_n'(k_{sh}R_1) + B_{nm}n_n'(k_{sh}R_1))\pi N_{nm}) = \frac{1}{j\rho c}(2j^n \frac{2 - \delta_{0m}}{N_{nm}} J_n'(kR_1)\pi N_{nm}P_n^m(\cos\vartheta_0) \times \cos(m\varphi_0)) + \frac{1}{j\rho c}(\tilde{C}_{nm}h_n^{(2)\gamma}(kR_1)\pi N_{nm}), \quad (55)$$

$$C_{nm} = \frac{(-1)}{\omega c_{sh}\rho_{sh}}(A_{nm}J_n'(k_{sh}R_0) + B_{nm}n_n'(k_{sh}R_0)). \quad (56)$$

Нехай

$$a_{nm}(\omega) = a_n(\omega)\pi N_{nm}, \quad c1 = \frac{c_{11}^{**}}{R_0}, \quad (57)$$

$$d_n = -\frac{e_{11}}{R_0} \frac{4\pi}{2n+1}, \quad E_m = d_n E_r$$

Далі, сумісно розв'язуючи алгебраїчні рівняння (53)-(56) відносно вказаних вище коефіцієнтів, отримаємо:

$$B_{nm} = -\frac{\delta'_{nm}\Delta_{nm}^0 \xi_{R1}^{(n)}(\omega) - \Psi_{nm}(\omega)}{\gamma_{nm}(\omega) - \alpha_{R1}^{(n)}(\omega)},$$

$$\delta'_{nm} = 2j^n \frac{2 - \delta'_{0n}}{N_{nm}} \frac{1}{N_{nm}}; \quad (58)$$

$$\Delta_{nm}^0 = P_n^m(\cos\vartheta_0)\cos m\varphi_0;$$

$$A_{nm} = -B_{nm}\alpha_{R1}^{(n)}(\omega) + \delta'_{nm}\Delta_{nm}^0 \xi_{R1}^{(n)}(\omega);$$

де

$$\Psi_{nm}(\omega) = \frac{E_m}{c1(j\omega\rho_{sh})J_n(k_{sh}R_0) + a_{nm}(\omega)J_n'(k_{sh}R_0)},$$

$$\alpha_{R1}^{(n)}(\omega) = \frac{\frac{j\omega\rho_{sh}}{j\rho c} n_n(k_{sh}R_1)h_n^{(2)\gamma}(kR_1) - \frac{j\omega\rho}{j\rho_{sh}c_{sh}} n_n'(k_{sh}R_1)h_n^{(2)}(kR_1)}{\frac{j\omega\rho_{sh}}{j\rho c} J_n(k_{sh}R_1)h_n^{(2)\gamma}(kR_1) - \frac{j\omega\rho}{j\rho_{sh}c_{sh}} J_n'(k_{sh}R_1)h_n^{(2)}(kR_1)}$$

$$\xi_{R1}^{(n)}(\omega) = \frac{\frac{\omega}{c} J_n(kR_1)h_n^{(2)\gamma}(kR_1) - \frac{\omega}{c} J_n'(kR_1)h_n^{(2)}(kR_1)}{\frac{j\omega\rho_{sh}}{j\rho c} J_n(k_{sh}R_1)h_n^{(2)\gamma}(kR_1) - \frac{j\omega\rho}{j\rho_{sh}c_{sh}} J_n'(k_{sh}R_1)h_n^{(2)}(kR_1)}$$

$$\gamma_{nm}(\omega) = \frac{c1(j\omega\rho_{sh})n_n(k_{sh}R_0) + a_{nm}(\omega)n_n'(k_{sh}R_0)}{c1(j\omega\rho_{sh})J_n(k_{sh}R_0) + a_{nm}(\omega)J_n'(k_{sh}R_0)}, \quad (59)$$

$$C_{nm} = \frac{j\omega p_{sh} A_{nm} J'_n(k_{sh} R_1) + B_{nm} n'_n(k_{sh} R_1)}{j\omega p \frac{h_n^{(2)}(k R_1)}{h_n^{(2)}(k R_1)}} - \frac{j\omega p \delta'_{nm} \Delta_{nm}^0 \frac{J_n(k R_1)}{h_n^{(2)}(k R_1)}}{j\omega p \frac{h_n^{(2)}(k R_1)}{h_n^{(2)}(k R_1)}}$$

Таким чином, застосування знайдених коефіцієнтів (50)-(59) дає можливість оцінити акустичні властивості перехідного сферичного хвильового шару, його вплив на формування акустичного поля в робочому середовищі, а також механічних та електричних полів перетворювача з врахуванням величини та виду його електричного навантаження.

Власне, використовуючи отримані аналітичні результати та застосовуючи співвідношення (5), (6), (20), (31), (38) визначаються польові характеристики задачі та особливості застосування вказаного сферичного перехідного пружного шару.

Висновки

В роботі поставлена та аналітично розв'язана задача прийому звукових хвиль підводним сферичним п'єзокерамічним електропружним перетворювачем з повністю електродованою поверхнею, який працює в замкненому перехідному сферичному пружному хвильовому шарі.

Отримані вирази враховують фізичні особливості, що виникають за рахунок зв'язаності полів, які беруть участь в процесі перетворення акустичної енергії на електричну та дозволяють визначити всі просторово енергетичні характеристики вказаної прийомної системи..

Література

1. *Абрамовиц М.* Справочник по специальным функциям.-М.: Наука, 1979. 832 с.
2. *Глазанов В.Е.* Экранирование гидроакустических антенн. – Л.: Судостроение, 1986. – 148 с.
3. *Гринченко В.Т., Вовк И. В.* Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках. – К.: Наук.думка, 1986. – 240 с.
4. *Гринченко В.Т., Вовк И.В., Маципура В.Т.* Основы акустики. – К.: Наукова думка, 2007. – 640 с.
5. *Гринченко В.Т., Улитко А. Ф., Шульга Н.А.* Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5 т. / Отв. ред. А.Н. Гузь АН УССР. – К.: Наукова думка, 1989. – Т. 5: Электроупругость. – 280 с.
6. *Дидковский В.С., Климов А.Е., Лейко А.Г., Петрищев О.Н.* Радиальные колебания цилиндрической пьезокерамической оболочки // Электроника и связь.-2009.-№ 6(53). –С. 31-40.
7. *Дідковський В.С., Лейко О.Г., Савін В.Г.* Электроакустичні п'єзокерамічні перетворювачі (Розрахунок, проектування, конструювання): Навчальний посібник. – Кіровоград: "Імекс-ЛТД", 2006. – 448 с.
8. *Иванов Е.А.* Дифракция электромагнитных волн на двух телах. – Минск. Наука и техника, 1968. – 584 с.
9. *Моргун И.О., Савин В.Г.* Преобразование акустических импульсов в электрические сферической пьезокерамической оболочкой //Электроника и связь, –2006.– № 6. – С.36–42.
10. *Петрищев О.Н., Коржик А.В., Филиппова Н.Ю.* Осесимметричные колебания цилиндрической пьезокерамической оболочки конечной высоты // Электроника и связь. – 2011. – №6. – С. 33-39
11. *Филиппова Н.Ю., Коржик А.В.* Постановка и решение задачи о приеме звука цилиндрическим электроупругим преобразователем с полностью электродированной поверхностью, размещенным в замкнутом волновом слое // Электроника и связь. – 2012. – № 1. – С. 17-23.
12. *Шендеров Е.Л.* Впловые задачи гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1972. –352 с.

УДК 534.8

Прием звука сферическим электроупругим преобразователем с полностью электродированной поверхностью, который размещен в замкнутом упругом слое

А.В. Коржик, д-р техн. наук,

Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт",
пр. Победы, 37, Киев-56, 03056, Украина.

На основе электроупругой модели сферического пьезокерамического преобразователя в виде тонкой пьезокерамической оболочки, которая размещается в переходном слое упругого материала, решена задача приема звуковых волн для случая полного электродирования активной поверхности преобразователя.

Выполнена постановка задачи приема и получено аналитическое решение для основных физических полей с учетом связанности для системы "рабочая среда – слой – оболочка".
Библ. 12, рис. 1.

Ключевые слова: прием звуковых волн, сферическая оболочка, пьезокерамический преобразователь, сквозная задача, метод частичных областей, волновой упругий слой.

The receiving of sound waves by spherical electroelastic Audio transducer with full electroded surface in a closed-wave multimode based system

O.V. Korzhyk

National Technical University of Ukraine 'Kyiv Polytechnic Institute',
pr. Peremogy, 37, Kyiv-56, 03056, Ukraine.

The problem of receiving a spherical electroelastic audio transducer with full electroded surface, placed in a closed-wave multimode fiber based system is solved. Solution of the problem is occur with the method of partial domains, using the Fourier method, and the properties of completeness and orthogonality of the spherical wave functions for the conjugation of the fields on the boundaries of sub-domains. The expansion coefficients of sound, mechanical and electrical fields and the annular layer is found. Reference 12, figures 1.

Key words: problem of receiving, electroelastic, converter, closed-wave, multimode fiber based system.

1. Abramoviz M., I.A.Stigan. Handbook of mathematical function. – Moscow: Nauka, 1979. – 832 p. (Rus)
2. Glazanov V.E., Глазанов В.Е. Absorption and disabsorption elements of underwater transducer Array – Leningrad.: Sudostroenie, 1986. – 148 p. (Rus)
3. Grinchenko V.T., Vovk I.V. The waves-tasks of sound scattering by elastic shells – Kiyv.: Naukova dumka, 1986. – 240 p. (Rus)
4. Grinchenko V.T., Vovk I.V., Matsipura B.T. The principles of acoustics. – Kiyv.: Naukova dumka, 2007. – 640 p.(Ukr)
5. Grinchenko V.T., Ulitko A.F. , Shulga N.A. Te mechanics of connecting fields in construction elements: Monograph. – Kiyv.: Naukova dumka, 1989. – Vol. 5: Electroelastics. – 280 c. (Rus)
6. Didkovsky V.S., Klimov A.E., Leiko A.G., Petricshev O.N. Radial vibrations of cylindrical piezoceramic shell// Electronics and communications. – 2009. – № 6(53). – Pp. 31-40. (Rus)
7. Didkovsky V.S., Leiko A.G., Savin N.G. Electroacoustic piezoceramic Transducers (Numerical modeling, constructing): Study book. – Kirovograd: "Імекс-ЛТД", 2006. – 448 p. (Ukr)

8. *Ivanov E.A.* Diffraction of electromagnetic waves by two body. – Minsk. Nauka I tehnica, 1968. – 584 p. (Rus)
9. *Morgun I.O., Savin V.G.* The transformation of acoustical impulse to the electrical impulse by spherical electroelastic shell // Electronics and communications, – 2006. – № 6. – Pp.36–42. (Rus)
10. *Petricshchikov O.N., Korzhyk O.V., Filippova N.U.* Axial symmetrical vibrations of piezoceramics non-infinite shell // Electronics and communications. – 2011. – №6. – Pp. 33-39 (Rus)
11. *Filippova N.U., Korzhyk O.V.* The based and solution of problem of receiving a cylindrical electroelastic audio converter with full electroelastical surface, placed in a closed-wave multimode fiber // Electronics and communications. – 2012. – № 1. – Pp. 17-23 (Rus).
12. *Shenderov E.L.* The waves-tasks of hydroacoustic. – Leningrad.: Sudostroenie, 1972. – 352 p. (Rus)

Поступила в редакцию 08 января 2013 г.