

УДК 681.5.01 (075.8)

**А.В. Исламов, Н.Б. Репникова**, канд.техн.наук

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,  
ул. Политехническая, 41, корпус 18, г. Киев, 03056, Украина.

## Синтез нелинейной системы управления с неизвестным вектором состояния

*В данной статье решается задача разработки нелинейного наблюдающего устройства для объекта, заданного системой нелинейных дифференциальных уравнений определенного вида.*

*Разработанное наблюдающее устройство восстанавливает полную информацию о переменных состояния объекта управления. В результате экспериментальных исследований были предложены рекомендации для выбора коэффициентов обратной связи наблюдающего устройства.*

*На базе полученного наблюдающего устройства выполнен синтез нелинейной системы управления с помощью регулятора на основе метода «backstepping».*

*Для проверки аналитических выражений разработаны модели систем управления с помощью программного пакета Matlab/Simulink. Библ.1, рис.8.*

**Ключевые слова:** нелинейное дифференциальное уравнение, нелинейное наблюдающее устройство, backstepping, обратные связи, моделирование, Matlab.

### Введение

Для реализации алгоритмов управления динамическими объектами с помощью обратных связей по состоянию, необходимо иметь полную информацию о переменных состояния объекта управления.

В настоящее время существуют различные методы построения наблюдающих устройств, которые восстанавливают вектор состояний.

Однако большинство этих методов решают задачу наблюдения для линейных объектов управления и мало примеров реализации нелинейных наблюдающих устройств.

В данной статье решается задача разработки нелинейного наблюдающего устройства и на его базе синтез нелинейной системы управления.

### Постановка задачи

Объект управления, заданно системой нелинейных дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t)) + k_1 \cdot x_2(t); \\ \dot{x}_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t)) + k_2 \cdot x_3(t); \\ \dots \\ \dot{x}_n(t) = f_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) + k_n \cdot u(t); \end{cases} \quad (1)$$

где  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$  – переменные состояния,  $f_1, f_2, \dots, f_n$  – заранее известные функции,  $k_1, k_2, \dots, k_n$  – константы,  $u(t)$  – управляющее воздействие на объект управления. Необходимо синтезировать структуру и параметры наблюдающего устройства, которое восстанавливает полную информацию о переменных состояния объекта управления.

Рассмотрим систему (1) второго порядка:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t)) + k_1 \cdot x_2(t); \\ \dot{x}_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t)) + k_2 \cdot u(t); \end{cases} \quad (2)$$

Для оценки переменных состояния объекта воспользуемся эталонной моделью (рис. 1).

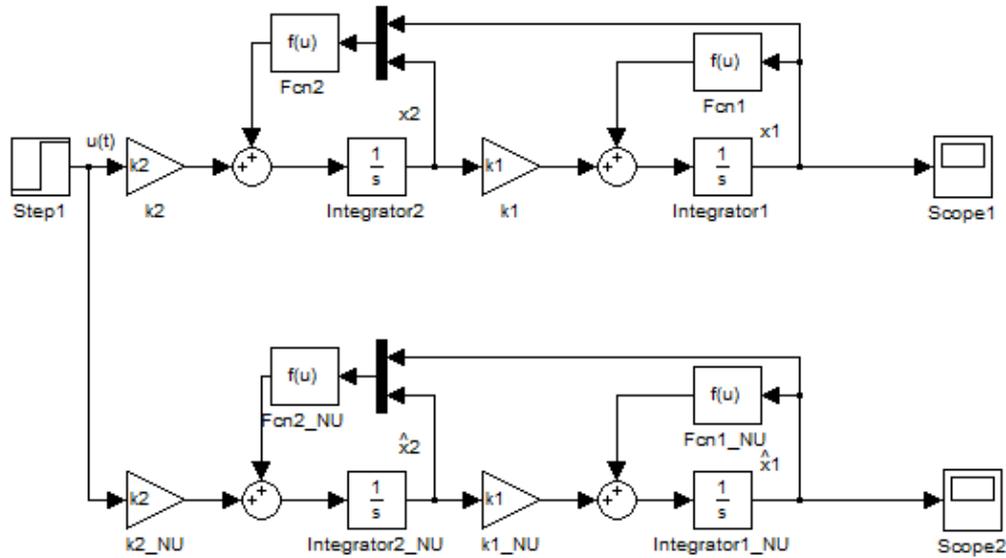


Рис. 1. Модель системы в Matlab уравнения (2) с эталонной моделью

Сигнал  $u(t)$  подается на вход объекта управления и на вход эталонной модели. Таким образом, переменные состояния  $\hat{x}_1(t)$ ,  $\hat{x}_2(t)$ , ...,  $\hat{x}_n(t)$  эталонной модели будут полностью повторять переменные состояния объекта управления при условии, что начальное состояние обоих объектов (объекта управления и эталонной модели) будут одинаковы, то есть  $\hat{x}_1(0) = x_1(0)$ ,  $\hat{x}_2(0) = x_2(0)$ , ...,  $\hat{x}_n(0) = x_n(0)$ .

Недостаток такого наблюдающего устройства состоит в том, что оно работает по разомкну-

тому циклу. И если начальные состояния объекта управления и наблюдающего устройства не совпадают, то есть  $\hat{x}_1(0) \neq x_1(0)$ ,  $\hat{x}_2(0) \neq x_2(0)$ , ...,  $\hat{x}_n(0) \neq x_n(0)$ , или структура объекта управления изменится, то наблюдающее устройство будет выдавать неточные значения переменных состояния и управление объектом станет невозможным.

Для устранения этого недостатка введем в систему ошибку между выходным сигналом объекта управления и выходным сигналом эталонной модели (рис. 2).

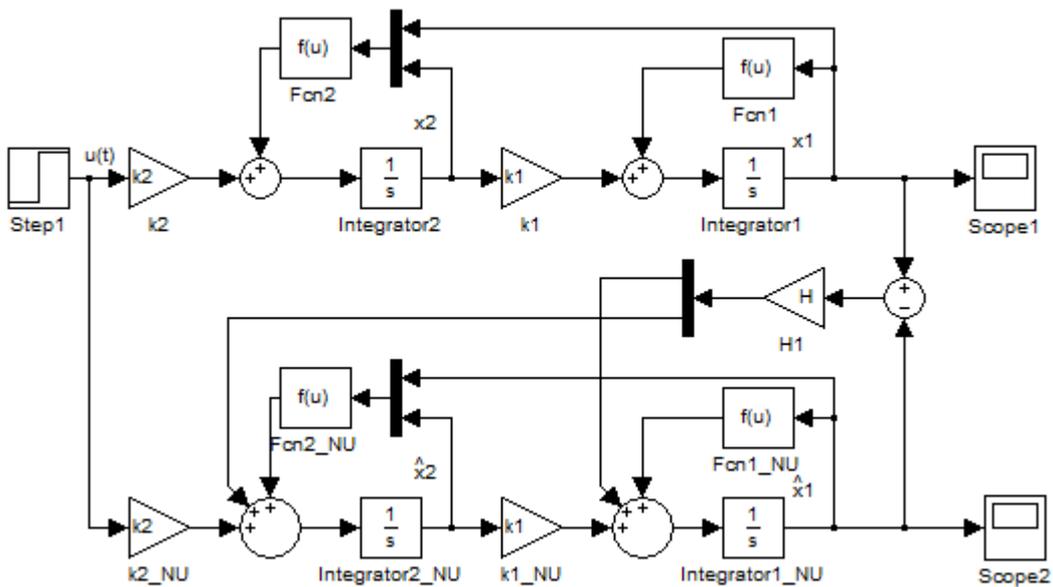


Рис. 2. Модель системы, заданной выражением (2) с наблюдающим устройством

В данном случае сигнал  $u(t)$  также подается на вход объекта управления и на вход эталонной модели. Однако в системе еще присутствует сумматор, который рассчитывает текущее значение ошибки между выходным сигналом объекта управления и выходным сигналом эталонной модели. Далее эта ошибка умножается на вектор  $H$ , который представляет собой вектор коэффициентов обратной связи наблюдающего устройства –  $h_1(t), h_2(t), \dots, h_n(t)$ , и поступает на соответственные сумматоры каждого из состояний. Так как исследуемая система нелинейная, нельзя в общем виде аналитически получить зависимость коэффициентов  $h_1(t), h_2(t), \dots, h_n(t)$  от параметров исходной системы. Однако в результате экспериментальных исследований было установлено, что коэффициенты  $h_1(t), h_2(t), \dots, h_n(t)$  нужно выбирать довольно большие, в диапазоне от 100 до 1000. Это обеспечит корректировку системы даже при незначительной ошибке наблюдающего устройства, что в случае нелинейных систем очень важно.

### Пример.

Рассмотрим объект управления, заданный системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = 0,8x_1^3 + 3x_1^2 + 5x_2; \\ \dot{x}_2(t) = 0,5x_1 \cdot x_2^2 + 2u; \end{cases} \quad (3)$$

Необходимо синтезировать структуру и параметры регулятора и наблюдающего устройства.

С помощью метода "backstepping" для системы было найдено управляющее воздействие вида [1]:

$$\begin{aligned} u(t) = & -0,192x_1^5 - 1,2x_1^4 - 2,36x_1^3 - 2,1x_1^2 - \\ & - 1,125x_1 - 1,2x_1^2 \cdot x_2 - 0,25x_1 \cdot x_2^2 - \\ & - 3x_1 \cdot x_2 - 3,5x_2 \end{aligned} \quad (4)$$

и поправочный коэффициент  $K^* = 1,125$ .

Модель системы управления, построенной в Matlab/Simulink изображена на рис. 3. Параметры блоков Fnc1, Fnc2 и Reg модели изображены на рис. 4 – 6.

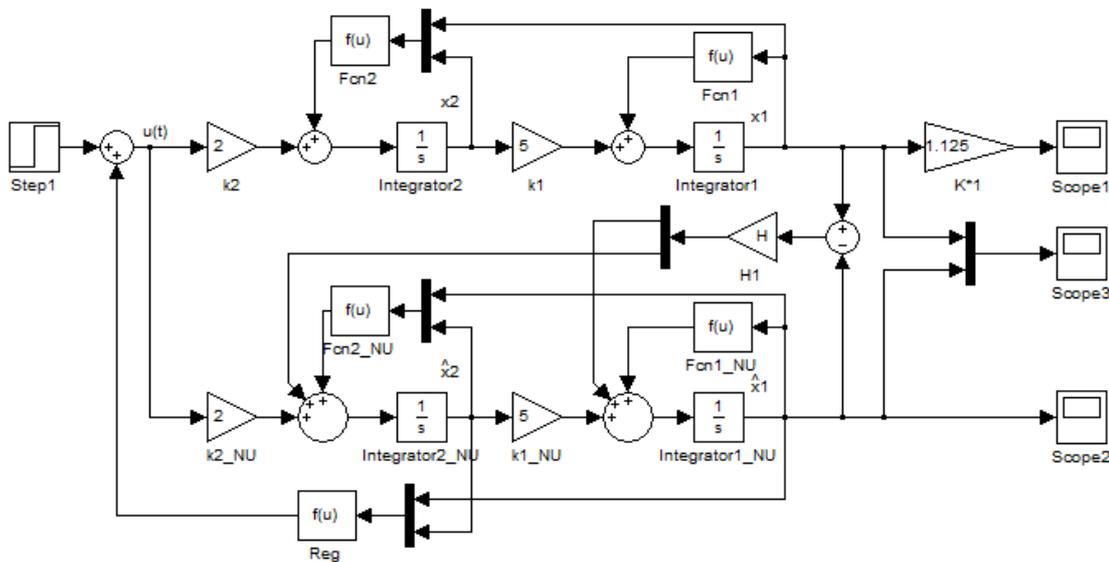


Рис. 3. Модель системы, заданной выражением (6) с наблюдающим устройством

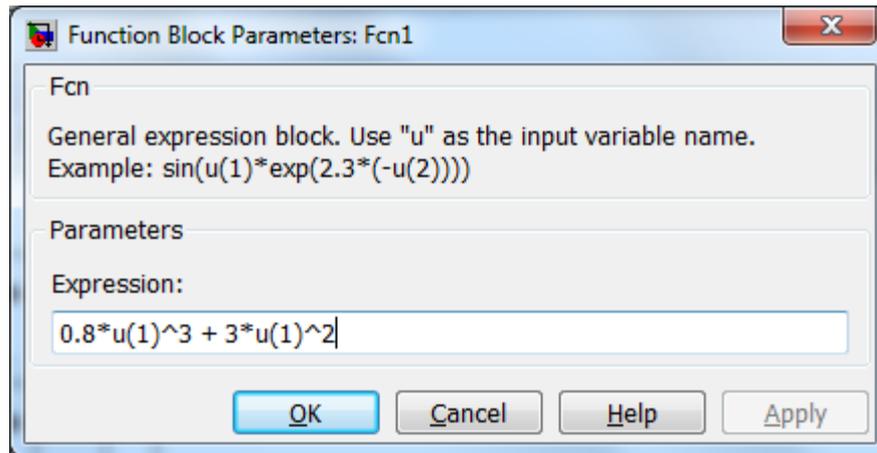


Рис. 4. Параметры блока Fcn1

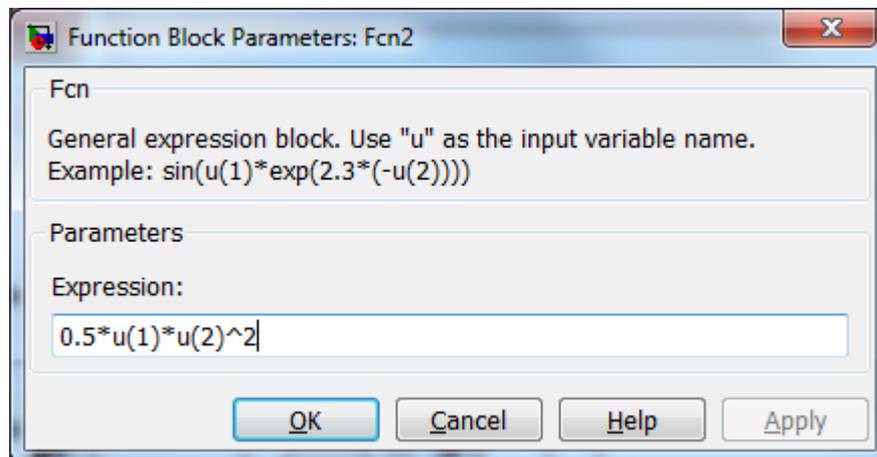


Рис. 5. Параметры блока Fcn2

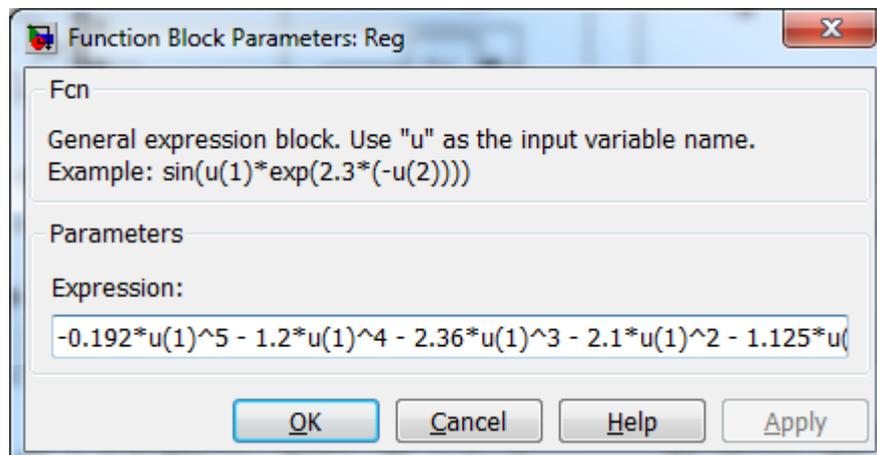


Рис. 6. Параметры блока Reg

Переходной процесс состояний системы управления изображен на рис. 7:

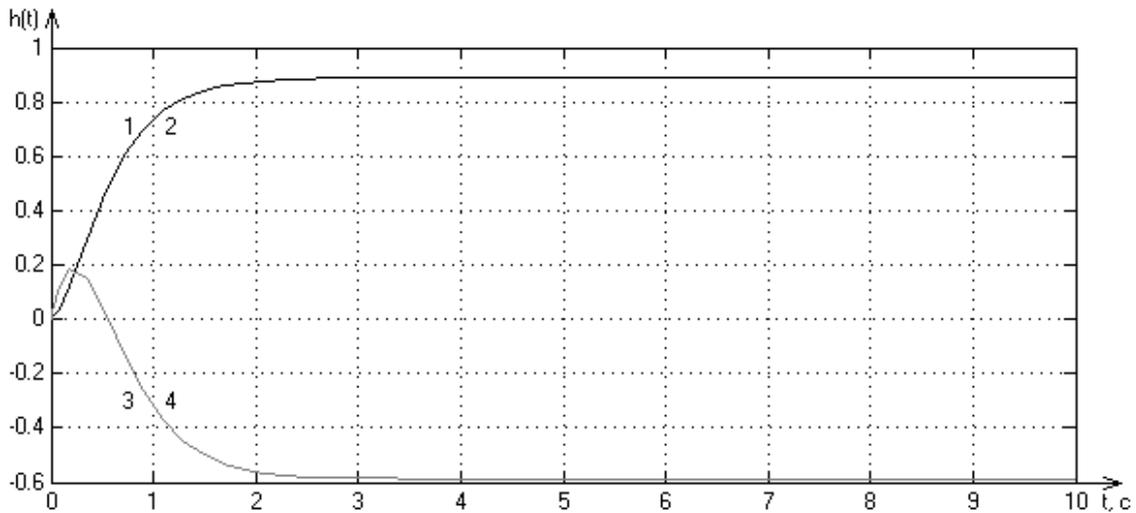


Рис. 7. Графики переходного процесса состояний системы управления: 1 – реальное состояние  $x_1(t)$ , 2 – восстановленное состояние  $\hat{x}_1(t)$ , 3 – реальное состояние  $x_2(t)$ , 4 – восстановленное состояние  $\hat{x}_2(t)$

На рис. 7 видно, что реальные значения переменных состояния объекта управления и восстановленные с помощью наблюдающего устройства полностью совпадают. Это означает, что для управления системой можно использо-

вать регуляторы на основе обратных связей.

На рис. 8 изображено переходной процесс системы управления с нелинейным наблюдающим устройством и регулятором, построенным на основе метода «backstepping».

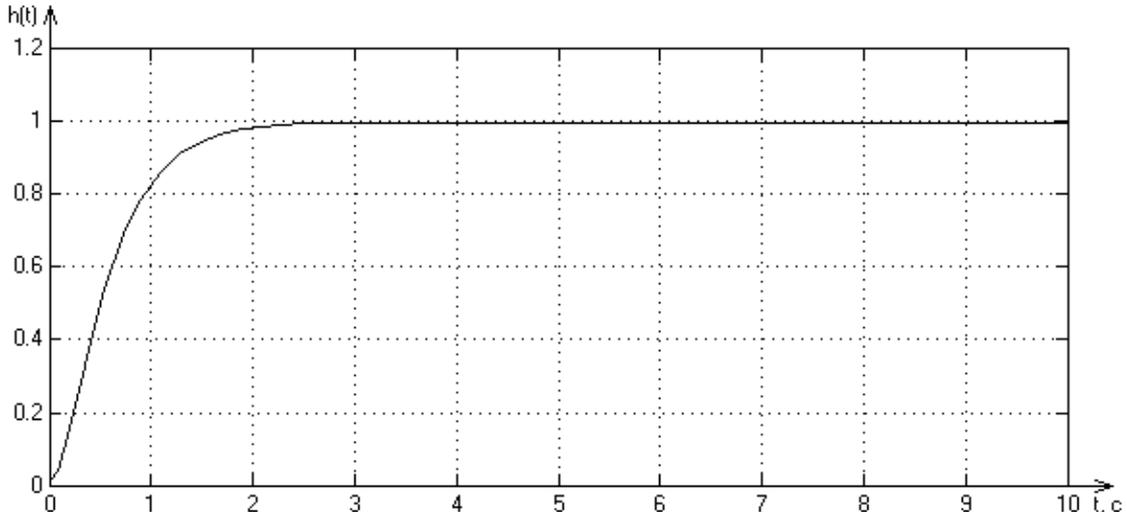


Рис. 8. Графики переходного процесса системы

На рис. 8 видно, что регулятор с наблюдающим устройством обеспечивают требуемое качество переходного процесса и нулевую установившуюся ошибку.

#### Вывод

Таким образом, в данной статье для системы управления, которая описывается нелиней-

ными дифференциальными уравнениями определенного вида, синтезировано нелинейное наблюдающее устройство без предварительной линеаризации исходных уравнений.

По результатам экспериментов, которые были проведены на разработанных с помощью программного пакета Matlab/Simulink моделях нелинейных систем, установлены рекомендо-

ванные значения коэффициентов обратной связи нелинейного наблюдающего устройства.

С использованием наблюдающего устройства разработан регулятор, который обеспечивает требуемое качество регулирования нелинейной системы.

#### Список использованных источников

1. Zhou J. Adaptive Backstepping Control of Uncertain System/ Jing Zhou, Changyun Wen. – Berlin: Springer, 2008. – 243 p.

Поступила в редакцию 18 марта 2014 г.

УДК 681.5.01 (075.8)

**А.В. Исламов, Н.Б. Репникова**, канд.техн.наук

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,  
вул. Політехнічна, 41, корпус 18, г. Київ, 03056, Україна.

### Синтез нелинейной системы керування з невідомим вектором станів

*У даній статті вирішується задача розробки нелинійного спостерегаючого пристрою для об'єкта, заданого системою нелинійних диференціальних рівнянь певного виду.*

*Розроблений спостерегаючий пристрій відновлює повну інформацію про змінні стану об'єкта управління. В результаті експериментальних досліджень були запропоновані рекомендації для вибору коефіцієнтів зворотного зв'язку спостерегаючого пристрою.*

*На базі отриманого спостерегаючого пристрою виконується синтез нелинійної системи управління за допомогою регулятора на основі методу «backstepping».*

*Для перевірки аналітичних виразів розроблені моделі систем управління за допомогою програмного пакету Matlab/Simulink. Бібл.1, рис. 8*

**Ключові слова:** нелинійне диференціальне рівняння, нелинійний спостерегаючий пристрій, backstepping, зворотні зв'язки, моделювання, Matlab.

UDC 681.5.01 (075.8)

**A.V. Islamov, N.B. Repnikova**, Ph.D.

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",  
st. Polytechnique, 41, Kiev, 03056, Ukraine.

### Synthesis of nonlinear control systems with an unknown state vector

*In this article, the problem of development of nonlinear state observer for an object defined by a system of nonlinear differential equations of a certain kind has been solved.*

*Obtained observer restores full information on the state variables of the control object. As a result of experimental research, guidelines for choosing the feedback coefficients of the observer have been proposed.*

*On the basis of obtained observer, synthesis of nonlinear control system using the controller based on the backstepping method has been made.*

*To verify the analytical expressions, models of control systems using the software package Matlab/Simulink have been developed. Reference 1, figures 8.*

**Keywords:** nonlinear differential equation, nonlinear observer, backstepping, feedback, modeling, Matlab.

#### References:

1. J. Zhou. (2008), «Adaptive Backstepping Control of Uncertain System», Berlin: «Springer», p. 243 (Eng)