

УДК 534.213 – 8

В. В. Карпусь, О. Н. Петрищев, д-р. техн. наукНациональный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
ул. Политехническая, 16, корпус 12, г. Киев, 03056, Украина.

Исследование закономерностей формирования волновых полей в упругом стержне источниками шумов акустической эмиссии. Часть 2. Функция Грина осесимметричной составляющей шумов акустической эмиссии в упругих стержнях

Впервые получены выражения для расчета амплитудных множителей нормальных волн, которые возбуждаются в изотропных цилиндрах кругового поперечного сечения точечным источником с частотным спектром $1/f$. Эти выражения имеют смысл функции Грина для соответствующей нормальной волны. Выполнена оценка частотно зависимого изменения функций Грина для первых пяти нормальных волн. Показано, что функция Грина первой нормальной волны более чем на порядок превышает уровни абсолютных значений функций Грина второй и последующих по номеру нормальных волн. Высказано аргументированное предположение о том, что сигналы акустической эмиссии практически полностью формируются первой нормальной волной, которая в области высоких частот по своим кинематическим характеристикам практически не отличается от поверхностной волны Рэлея. Библ. 3, рис. 3.

Ключевые слова: акустическая эмиссия, цилиндр, точечный источник, нормальные волны, функция Грина.

Введение

В работе [1] обоснована необходимость изучения модальной структуры волнового поля шумов акустической эмиссии в стержнях кругового поперечного сечения и выполнены оценки влияния линейных размеров полей когерентных источников на спектральный состав регистрируемых сигналов акустической эмиссии. Показано, что увеличение линейного размера (длины) области существования когерентных источников шумов акустической эмиссии сопровождается смещением в область низких частот спектра регистрируемых сигналов акустической эмиссии. Вопрос о влиянии радиальных размеров поля когерентных источников на спектральные характеристики регистрируемых сигналов в настоящее время является абсолютно не изученным феноменом. В настоящей статье пред-

принята попытка восполнения этого существенного пробела в методологии мониторинга шумов акустической эмиссии.

1. Возбуждение осесимметричных продольных волн точечным пульсирующим источником

Как известно, шумы акустической эмиссии генерируются в результате изменения структуры кристаллической решетки. Это означает, что размеры единичного источника шумов акустической эмиссии имеют порядок расстояния между атомами в узлах кристаллической решетки, что на несколько порядков меньше длин упругих волн, которые могут быть зафиксированы современными электроакустическими преобразователями в реальном эксперименте. Из этого следует, что под единичным источником шумов акустической эмиссии можно и нужно понимать кластер из достаточно большого числа кристаллических решеток, максимальные размеры которого существенно меньше длины упругой волны, соответствующей верхней границе частотного диапазона, в пределах которого происходит регистрация ультразвуковых волн современными электроакустическими преобразователями. При этом, естественно, форма источника не оказывает никакого влияния на характеристики созданного им волнового поля. По этой причине, будем полагать, что единичный источник шумов акустической эмиссии имеет сферическую форму, причем радиус сферы стремится к нулю.

Предположим, что в объеме упругого изотропного цилиндра бесконечной длины находится сферический пульсирующий источник. Центр пульсирующей сферы находится в точке с координатами R_0, z_0 (ρ, φ, z - координатные линии цилиндрической системы координат, которая сопряжена с декартовой системой координат x_1, x_2, x_3 так, как это показано на рис. 1).

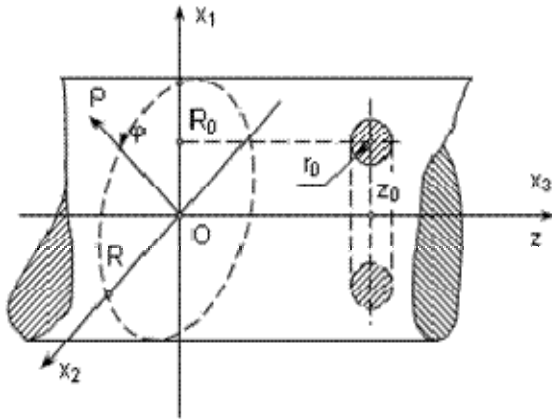


Рис. 1. Расчетная схема задачи о возбуждении нормальных волн в стержнях кругового поперечного сечения

Радиус сферы r_0 . Сферический пульсирующий источник, спектральная плотность которого обратно пропорциональна частоте, т. е. $1/f$ (f - циклическая частота) формирует радиально ориентированные силы с объемной плотностью

$$f_r(t) = f_r^*(f)e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где $f_r^*(f) = f_0^*/(k_s r_0)$; $f_0^* = 3F_0/(4\pi r_0^3)$ - объемная плотность силы F_0 сферического источника; $k_s = \omega/v_s$ - волновое число волн сдвига; ω - круговая частота; $v_s = \sqrt{G/\rho_0}$ - скорость волн сдвига; G и ρ_0 - модуль сдвига и плотность материала стержня; $i = \sqrt{-1}$; t - время.

При разложении реального сферического источника в ряды по ортогональным функциям $\sin m\varphi$ или $\cos m\varphi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$ - элемент ряда натуральных чисел) сфера трансформируется в тор, контуры которого показаны на рис. 1 штриховыми линиями, с объемом $V_m = 2\pi^2 R_0 r_0^2$. Объемная плотность силы в торе достаточно сложным образом зависит от значка m , но для $m = 0$, т. е. в случае осевой симметрии определяется элементарно: $f_{r(m)}^*(f) = f_r^*(f)V_c/V_m$, где

$$A_n^{(\pm)}(\gamma_n) = \frac{2}{\gamma_n \Delta'(\chi_n)} \left\{ Q_1(\gamma_n) \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^R \rho \bar{f}^*(\rho, \vartheta, z) \cdot \bar{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) e^{\pm i\gamma_n z} d\rho d\vartheta dz + \right. \\ \left. + Q_2(\gamma_n) \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \sigma_{\rho\rho}^*(R, \vartheta, z) e^{\pm i\gamma_n z} d\vartheta dz \pm Q_3(\gamma_n) \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \sigma_{\rho z}^*(R, \vartheta, z) e^{\pm i\gamma_n z} d\vartheta dz \right\}, \quad (4)$$

где $\Delta'_0(\chi_n) = d\Delta_0(\chi_n)/d\chi_n$; $\chi_n \equiv \gamma_n^2$;

$V_c = 4\pi r_0^3/3$ - объем сферы. Очевидно, что радиально ориентированная сила, распределенная с плотностью

$$f_{r(m)}^*(f) = \frac{2f_0^*}{3\pi k_s R_0} \quad (2)$$

в объеме тороидального источника возбуждает в стержне кругового поперечного сечения осесимметричные продольные волны.

Будем полагать, что силовой источник линейно деформирует упругий цилиндр. В этом случае вектор смещения материальных частиц упругой среды $\bar{u}(\rho, z, t) = \bar{u}(\rho, z)e^{i\omega t}$, где $\bar{u}(\rho, z)$ - пространственно развитая амплитуда вектора смещения. Очевидно, что тороидальный источник генерирует волновые поля, которые распространяются вдоль оси стержня влево и вправо от источника. Обозначим смещения в волновом поле, которое распространяется в сторону возрастания координаты z символом $\bar{u}^{(-)}(\rho, z)$, а уходящие влево - символом $\bar{u}^{(+)}(\rho, z)$.

В работе [3] показано, что амплитуда вектора смещения материальных частиц стержня может быть определена следующим выражением

$$\bar{u}^{(\pm)}(\rho, z) = \frac{i}{8\pi G} \sum_{n=1}^N A_n^{(\pm)}(\gamma_n) \bar{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) e^{\pm i\gamma_n z}, \quad (3)$$

где N - число распространяющихся нормальных волн на данной частоте смены знака напряженно-деформированного состояния стержня; $A_n^{(\pm)}(\gamma_n)$ - амплитудный множитель n -ой распространяющейся нормальной волны; γ_n - волновое число n -ой моды; $\bar{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n)$ - собственный вектор однородной граничной задачи или вектор смещения в n -ой нормальной волне, уходящей влево (знак плюс) и вправо (знак минус) от источника упругих возмущений. Амплитудный множитель $A_n^{(\pm)}(\gamma_n)$ определяется расчетной формулой следующего вида

$\Delta_0(\chi_n) = 0$ - условие существования n -ой продольной волны на заданной частоте. Это

условие, которое, как правило, называют дисперсионным уравнением продольных осесим-

метричных волн, в развернутом виде имеет следующую форму записи

$$\Delta_0(\chi_n) = \frac{2\alpha_n k_s^2}{R} J_1(\alpha_n R) J_1(\beta_n R) - (\gamma_n^2 - \beta_n^2)^2 J_0(\alpha_n R) J_1(\beta_n R) - 4\gamma_n^2 \alpha_n \beta_n J_1(\alpha_n R) J_0(\beta_n R) = 0, \quad (5)$$

где α_n и β_n - волновые числа, проекции волновых векторов \vec{k}_ℓ и \vec{k}_s продольной и сдвиговой волны на радиальную ось, т. е. $\alpha_n^2 + \gamma_n^2 = k_\ell^2$ и $\beta_n^2 + \gamma_n^2 = k_s^2$; $k_\ell = \omega/v_\ell$; $v_\ell = \sqrt{(\lambda + 2G)/\rho_0}$ - скорость продольных волн в материале стержня; λ и G - модули упругости изотропного твердого тела; $J_\nu(x)$ ($\nu = 0; 1, x = \alpha_n R, \beta_n R$) функции Бесселя порядка ν . Символами $Q_k(\gamma_n)$ ($k = 1, 2, 3$) в формуле (4) обозначены следующие аналитические конструкции:

$$Q_1(\gamma_n) = \frac{\beta_n J_0(\beta_n R)}{R J_0(\alpha_n R)} \left[4 \frac{\gamma_n^2}{k_s^2} - \frac{2 J_1(\beta_n R)}{(\beta_n R) J_0(\beta_n R)} \right],$$

$$Q_2(\gamma_n) = (\gamma_n^2 - \beta_n^2) J_1(\beta_n R),$$

$$Q_3(\gamma_n) = 2i \gamma_n \beta_n \left[J_0(\beta_n R) - \frac{J_1(\beta_n R)}{\beta_n R} \right].$$

Компоненты вектора $\vec{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n)$ смещения в нормальной волне, уходящей в ту или иную сторону от источника, определяются следующими выражениями

$$U_\rho^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) = \alpha_n [-J_1(\alpha_n \rho) + Q_\rho(\gamma_n) J_1(\beta_n \rho)] \quad (6)$$

$$U_z^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) = \pm i \gamma_n [J_0(\alpha_n \rho) + Q_z(\gamma_n) J_0(\beta_n \rho)]$$

где $Q_\rho(\gamma_n) = \frac{2\gamma_n^2 J_1(\alpha_n R)}{(\gamma_n^2 - \beta_n^2) J_1(\beta_n R)}$,

$$Q_z(\gamma_n) = \frac{2\alpha_n \beta_n J_1(\alpha_n R)}{(\gamma_n^2 - \beta_n^2) J_1(\beta_n R)}.$$

Докажем достоверность выражения (4).

Рассмотрим ситуацию, когда $k_s \rightarrow 0$. В этом диапазоне частот из общего выражения (4)

должно получиться соотношение для расчета амплитудного множителя $U_0^{(\pm)}$ смещения материальных частиц стержня во фронте плоской продольной волны (см. выражение (14) в работе [1]).

В области очень низких частот

$$\Delta_0(0) = \lim_{k_s \rightarrow 0} \left\{ \frac{\beta_1 R}{2} k_s^2 \left[\gamma_1^2 (4\xi - 3) + k_s^2 (1 - \xi) \right] \right\},$$

где β_1 и γ_1 - волновые числа первой распространяющейся моды; $\xi = (1 - 2\nu)/[2(1 - \nu)]$; ν - коэффициент Пуассона. Из условия существования первой продольной волны $\Delta_0(\chi_1) = 0$ в области низких частот следует, что $\gamma_1^2 = -k_s^2 (1 - \xi)/(4\xi - 3) = k_s^2/[2(1 + \nu)]$. Произ-

водная $\Delta'_0(\chi_1) = \lim_{k_s \rightarrow 0} \left[\frac{\beta_1 R}{2} k_s^2 (4\xi - 3) \right] = - \lim_{k_s \rightarrow 0} \left[\frac{\beta_1 R}{2} k_s^2 \frac{(1 + \nu)}{(1 - \nu)} \right]$. Компоненты вектора смещения материальных частиц $U_\rho^{(\pm)}(\rho, \gamma_1)$ и $U_z^{(\pm)}(\rho, \gamma_1)$ при $k_s \rightarrow 0$ принимают следующие значения

$$\lim_{k_s \rightarrow 0} U_\rho^{(\pm)}(\rho, \gamma_1) = \nu \rho \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \lim_{k_s \rightarrow 0} \gamma_1^2,$$

$$\lim_{k_s \rightarrow 0} U_z^{(\pm)}(\rho, \gamma_1) = \pm i \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \lim_{k_s \rightarrow 0} \gamma_1.$$

Отчетливо видно, что в области очень низких частот радиальный компонент вектора смещения является бесконечно малой величиной второго порядка малости в сравнении с аксиальным компонентом. Сохраняя в формуле (4) величины одного порядка малости, запишем её в следующем виде:

$$A_1^{(\pm)} = \lim_{k_s \rightarrow 0} A_1^{(\pm)}(\gamma_1) = \lim_{k_s \rightarrow 0} \frac{-2}{\gamma_1 \frac{\beta_1 R}{2} k_s^2 \frac{(1 + \nu)}{(1 - \nu)}} \left\{ \mp \frac{i \beta_1 \gamma_1}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi R} \int_0^{\infty} \rho f_z^*(\rho, \vartheta, z) e^{\mp i \gamma_1 z} d\rho d\vartheta dz \pm i \beta_1 \gamma_1 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \sigma_{\rho z}^*(R, \vartheta, z) e^{\mp i \gamma_1 z} d\vartheta dz \right\}.$$

Так как $f_z^*(\rho, \vartheta, z) = \sigma_{zz,z}^*(\rho, \vartheta, z) + \sigma_{\rho z,\rho}^*(\rho, \vartheta, z) + \sigma_{\rho z}^*(\rho, \vartheta, z)/\rho + \sigma_{\vartheta z,\vartheta}^*(\rho, \vartheta, z)/\rho$, то

$$\int_0^R \rho f_z^*(\rho, \vartheta, z) d\rho = \int_0^R \rho [\sigma_{zz,z}^*(\rho, \vartheta, z) + \sigma_{\vartheta z, \vartheta}^*(\rho, \vartheta, z) / \rho] d\rho + R \sigma_{\rho z}^*(R, \vartheta, z).$$

Подставляя последнее соотношение в определение величины $A_1^{(\pm)}$, получаем:

$$A_1^{(\pm)} = \lim_{k_s \rightarrow 0} \left\{ -\frac{2}{\gamma_1(1+\nu)R^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^R \rho f_z^*(\rho, \vartheta, z) e^{\mp i\gamma_1 z} d\rho d\vartheta dz \right\}, \quad (7)$$

где $f_z^*(\rho, \vartheta, z) = \sigma_{zz,z}^*(\rho, \vartheta, z) + \sigma_{\vartheta z, \vartheta}^*(\rho, \vartheta, z) / \rho$.

Подставляя выражение (7) в определение (3), получаем соотношение для расчета ампли-

тудного множителя первой продольной осесимметричной волны в области очень низких частот

$$u_z^{(\pm)}(z) = \lim_{k_s \rightarrow 0} \bar{u}_1^{(\pm)}(\rho, z) = U_0^{(\pm)} e^{\pm i\gamma_1 z},$$

где $U_0^{(\pm)} = \frac{i}{8\pi G} A_1^{(\pm)} = -\frac{i}{2E\gamma_1} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}_z^*(z) e^{\mp i\gamma_1 z} dz$, (8)

где $\hat{f}_z^*(z) = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \rho [\sigma_{zz,z}^*(\rho, \vartheta, z) + \sigma_{\vartheta z, \vartheta}^*(\rho, \vartheta, z) / \rho] d\vartheta d\rho$; $E = 2G(1+\nu)$ - модуль Юнга.

Легко заметить, что выражение (8) идентично соотношению (14) в работе [1], которое определяет амплитуды плоских продольных недиспергирующих волн в изотропном стержне кругового поперечного сечения. Достоверность формулы (8) была доказана в работе [1]. Для статически самоуравновешенных нагрузок $\hat{f}_z^*(z)$ выражение (8) при переходе к статике, т. е. при $\gamma_1 \rightarrow 0$, принимает вид закона Гука для однородного одноосного сжатия-растяжения стержней.

Таким образом, можно утверждать, что выражение (8), достоверность которого доказана и не вызывает сомнений, является существенным и основным аргументом в пользу достоверности выражения (4), которое в данной работе является основой всех последующих вычислений.

Очевидно, что при решении задачи о возбуждении продольных волн источниками шумов акустической эмиссии следует положить $\sigma_{\rho\rho}^*(R, z) = \sigma_{\rho z}^*(R, z) = 0$ и амплитудный множитель $A_n^{(\pm)}(\gamma_n) = 2Q_1(\gamma_n)M(\gamma_n) / [\gamma_n \Delta'_0(\chi_n)]$,

где $M(\gamma_n) = \int_V \bar{f}^*(\rho, z) \cdot \bar{U}^{(\mp)}(\rho, \gamma_n) e^{\mp i\gamma_n z} dV$, (9)

где V - объем области существования источников шумов акустической эмиссии.

Интеграл (9) эффективно вычисляется в специальной тороидальной системе координат, координатные линии которой показаны на рис. 2.

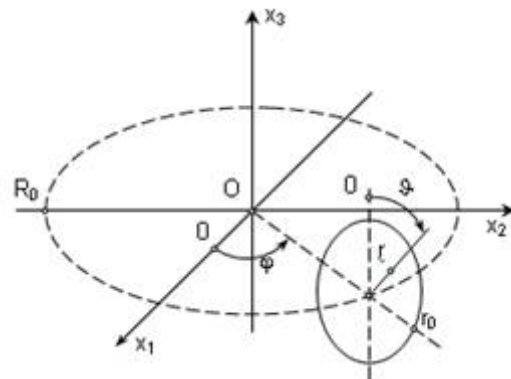


Рис. 2. Изображение специальной тороидальной системы координат

Положение точки в объеме тора задается тремя числами ϑ , φ и r , причем полярный угол ϑ изменяется в пределах $0 \leq \vartheta \leq 2\pi$; азимутальный угол $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Радиальная координата r изменяется на замкнутом интервале $[0, r_0]$. Несложно убедиться в том, что декартовы координаты x_1, x_2, x_3 точки, произвольно зафиксированной в объеме тора, определяются через координаты ϑ, φ, r следующими соотношениями

$$\begin{aligned} x_1 &= (R_0 + r \sin \vartheta) \cos \varphi, \\ x_2 &= (R_0 + r \sin \vartheta) \sin \varphi, \\ x_3 &= r \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (10)$$

Из определений (10) следует, что недиагональные компоненты метрического тензора специальной тороидальной системы координат

равны нулю, а это значит, что данная система координат относится к классу ортогональных криволинейных систем координат.

Константы Ламе этой системы координат определяются следующим образом: $h_1 = 1$; $h_2 = R_0 + r \sin \vartheta$; $h_3 = r$. Элемент объема $dV = h_1 h_2 h_3 d\vartheta d\varphi dr = r(R_0 + r \sin \vartheta) d\vartheta d\varphi dr$.

Из построений, которые показаны на рис. 2 с очевидностью следует, что

$$\rho = R_0 + r \sin \vartheta, \quad z = r \cos \vartheta. \quad (11)$$

Радиальный компонент $u_r(\vartheta, \varphi, r)$ вектора смещения материальной части тора определяется через компоненты осесимметричного век-

тора смещения $u_\rho(\rho, z)$ и $u_z(\rho, z)$ следующим образом

$$u_r(\vartheta, \varphi, r) = u_\rho(\rho, z) \sin \vartheta + u_z(\rho, z) \cos \vartheta, \quad (12)$$

где координаты ρ, z выражаются через координаты специальной тороидальной системы координат по формулам (9).

При вычислении интеграла (9) необходимо перейти к новой системе цилиндрических координат ρ, φ, z' , где $z' = z - z_0$. При этом компоненты вектора смещения $\vec{u}^{(\pm)}(\rho, z) = \vec{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) e^{\pm i \gamma_n z}$ записываются следующим образом

$$u_\rho^{(\pm)}(\rho, z) = \alpha_n \left\{ -J_1[\alpha_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)] + Q_\rho(\gamma_n) J_1[\beta_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)] \right\} \times e^{\pm i \gamma_n r \cos \vartheta} e^{\mp i \gamma_n z_0}, \quad (13)$$

$$u_z^{(\pm)}(\rho, z) = \pm i \gamma_n \left\{ J_0[\alpha_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)] + Q_z(\gamma_n) J_0[\beta_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)] \right\} \times e^{\pm i \gamma_n r \cos \vartheta} e^{\mp i \gamma_n z_0}, \quad (14)$$

где $\varepsilon = r/R_0$ - безразмерное число, которое по определению меньше единицы.

Будем полагать, что выполняется сильное неравенство $r_0/R_0 \ll 1$. Это эквивалентно ут-

верждению, что $\varepsilon \ll 1$. При этом входящие в состав выражений (13) и (14) функции Бесселя можно представить следующим образом

$$J_0[\lambda_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)] \approx J_0(\lambda_n R_0) - \varepsilon \lambda_n R_0 \sin \vartheta J_1(\lambda_n R_0),$$

$$J_1[\lambda_n R_0 (1 + \varepsilon \sin \vartheta)] \approx J_1(\lambda_n R_0) (1 - \varepsilon \sin \vartheta) + \varepsilon \lambda_n R_0 \sin \vartheta J_0(\lambda_n R_0), \quad (15)$$

где $\lambda_n = (\alpha_n, \beta_n)$.

Подставляя разложения (15) в соотношения (13) и (14), а полученные результаты - в формулу (12), и учитывая при этом,

что $e^{\pm i \gamma_n r \cos \vartheta} \approx 1 \pm i \gamma_n r \cos \vartheta$, получаем выражение для расчета радиального компонента $u_r^{(\mp)}(\vartheta, \varphi, r)$ вектора смещения материальных частиц в объеме тора

$$\begin{aligned} u_r^{(\mp)}(\vartheta, \varphi, r) = e^{\pm i \gamma_n z_0} \{ & \alpha_n [-J_1(\alpha_n R_0)(1 - \varepsilon \sin \vartheta) + \varepsilon \alpha_n R_0 \sin \vartheta J_0(\alpha_n R_0) + \\ & + Q_\rho(\gamma_n) J_1(\beta_n R_0)(1 - \varepsilon \sin \vartheta) + Q_\rho(\gamma_n) \varepsilon \beta_n R_0 \sin \vartheta J_0(\beta_n R_0)] \sin \vartheta \mp \\ & \mp i \gamma_n [J_0(\alpha_n R_0) - \varepsilon \alpha_n R_0 \sin \vartheta J_1(\alpha_n R_0) + Q_z(\gamma_n) J_0(\beta_n R_0) - \\ & - Q_z(\gamma_n) \varepsilon \beta_n R_0 \sin \vartheta J_1(\beta_n R_0)] \cos \vartheta \} (1 \mp i \gamma_n \cos \vartheta) \end{aligned} \quad (16)$$

Интеграл (9) в специальной тороидальной системе координат записывается следующим образом

$$M(\gamma_n) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi r_0} \int_0^r r(R_0 + r \sin \vartheta) f_{r(m)}^*(f) u_r^{(\mp)}(\vartheta, \varphi, r) dr d\vartheta. \quad (17)$$

Подставляя в формулу (17) выражения (2) и (16), получаем, после интегрирования, следующий результат

$$M(\gamma_n) = \frac{F_0 e^{\pm i \gamma_n z_0}}{6 k_s} \left\{ (\alpha_n^2 - \gamma_n^2) J_0(\alpha_n R_0) + \frac{r_0 \gamma_n^2}{8} [\alpha_n J_1(\alpha_n R_0) + Q_z(\gamma_n) \beta_n J_1(\beta_n R_0)] \right\}. \quad (18)$$

Переходя к пределу при $r_0 \rightarrow 0$, получаем следующее значение интеграла $M(\gamma_n)$

$$M(\gamma_n) = \frac{F_0 e^{\pm i \gamma_n z_0}}{6 k_s} (\alpha_n^2 - \gamma_n^2) J_0(\alpha_n R_0).$$

Таким образом, амплитудные множители продольных осесимметричных волн, которые

возбуждаются пульсирующим нитевидным кольцевым источником силы, рассчитываются по формуле

$$A_n^{(\pm)}(\gamma_n) = \frac{F_0 e^{\pm i \gamma_n z_0}}{3 k_s \gamma_n \Delta'_0(\chi_n)} Q_1(\gamma_n) (\alpha_n^2 - \gamma_n^2) J_0(\alpha_n R_0). \quad (19)$$

После подстановки выражения (19) в определение (3), можно записать, что

$$\vec{u}^{(\pm)}(\rho, z) = \sum_{n=1}^N C_n^{(\pm)}(\gamma_n) \vec{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) e^{\pm i \gamma_n z}, \quad (20)$$

где $C_n^{(\pm)}(\gamma_n) = [F_0 / (24\pi G R)] \Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, R_0, z_0) -$

амплитудный множитель n -ой продольной волны; символом $\Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, R_0, z_0)$ обозначена безразмерная функция частоты, имеющая смысл функции Грина осесимметричной составляющей точечного источника шумов акустической эмиссии для n -ой нормальной волны. При этом

$$\Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, R_0, z_0) = \frac{i e^{\pm i \gamma_n z_0} R Q_1(\gamma_n)}{k_s \Delta'_0(\chi_n)} (\alpha_n^2 - \gamma_n^2) J_0(\alpha_n R_0). \quad (21)$$

Компоненты безразмерного вектора смещения материальных частиц упругого стержня оп-

ределяются следующим образом $\vec{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) = \vec{U}^{(\pm)}(\rho, \gamma_n) / \gamma_n$.

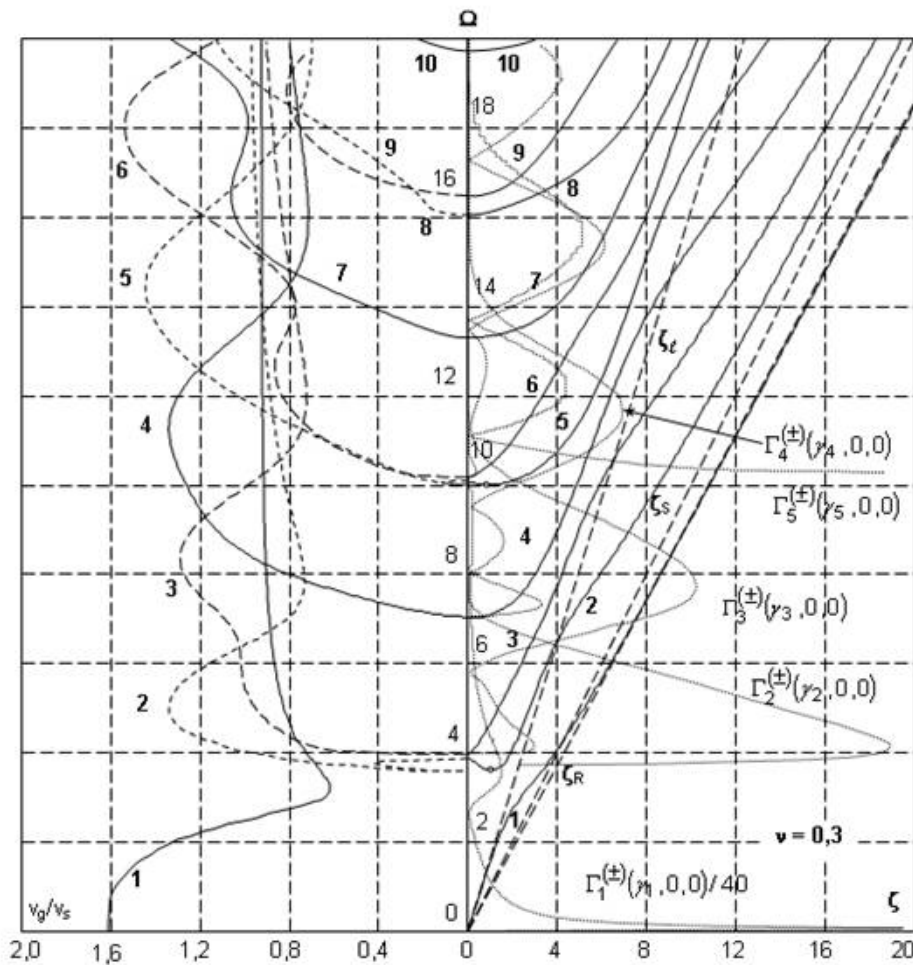


Рис. 3. Графики частотного спектра волновых чисел и функции Грина (правая полуплоскость) и нормированные групповые скорости (левая полуплоскость) первых осесимметричных нормальных волн в изотропном цилиндре кругового поперечного сечения

На рис. 3 показаны результаты расчетов кинематических характеристик первых десяти нормальных волн в цилиндре кругового поперечного сечения, материал которого имеет коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. По общей для левой и правой полуплоскостей рисунка оси ординат отложены значения безразмерной частоты $\Omega = k_s R$. По оси абсцисс в правой полуплоскости отложены значения безразмерного волнового числа $\zeta = \gamma R$. В правой полуплоскости сплошными кривыми показаны ветви корней уравнения (5). Номера нормальных волн представлены цифрами (полужирный шрифт) возле соответствующих кривых. Штриховыми прямыми показаны асимптоты, которые соответствуют волновым числам не взаимодействующих продольных (символ ζ_ℓ) и сдвиговых (символ ζ_s) волн и волн Рэлея (символ ζ_R). На этой же полуплоскости показаны графики модулей функций Грина для первых пяти нормальных волн (пунктирные кривые). Шкала отсчетов абсолютных величин функций Грина на рисунке не показана. Вертикальной линии $\zeta = 20$ соответствует значение $|\Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, 0, 0)| = 0,12$. Два нуля в списке аргументов функции Грина указывают на то, что точечный источник располагается в начале цилиндрической системы координат, ось z которой совмещена с осью симметрии цилиндра. Числовые значения модуля функции Грина для первой нормальной волны уменьшены в 40 раз. Это недвусмысленно указывает на то, что первая мода в широком диапазоне ($\Omega \leq 15$) частот является доминирующей в процессе формирования волнового поля шумов акустической эмиссии. В области частот $\Omega > 5$ фазовая и групповая скорости первой моды практически не отличаются от скорости волн Рэлея, которая для коэффициента Пуассона $\nu = 0,3$ соотносится со скоростью сдвиговых волн v_s следующим образом $v_R/v_s = 0,9274$. При этом максимальные уровни смещений материальных частиц наблюдаются вблизи боковой поверхности цилиндра. Именно этот факт обеспечивает саму возможность регистрации сигналов акустической эмиссии с помощью приемников ультразвуковых волн, которые располагаются либо на поверхности либо над боковой поверхностью цилиндра. При этом нелишним будет

указать, что из экспериментальных данных, полученных и систематизированных профессором Недосекой А. Я. [2], следует, что сигналы акустической эмиссии распространяются в объемах контролируемых металлоизделий со скоростью v_s волн сдвига. Поскольку скорости волн Рэлея и волн сдвига максимально отличаются друг от друга на 12,6% (этому соответствует экзотическое значение коэффициента Пуассона $\nu = 0$), постольку можно утверждать, что в условиях реальных экспериментов волны Рэлея и волны сдвига чрезвычайно сложно отличить друг от друга. В подобной ситуации необходимо руководствоваться следующим принципом – вдоль поверхности твердого тела волны сдвига не распространяются; распространяются только лишь волны Рэлея или подобные им высокочастотные компоненты первой нормальной волны. Исходя из этого, можно предположить, что в упомянутых выше экспериментах регистрировались и наблюдались поверхностные волны.

Уровни абсолютных значений функций Грина $\Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, 0, 0)$ для номеров $n \geq 2$ имеют один и тот же порядок величины. При этом максимальные значения функций Грина достаточно хорошо коррелируют с максимальными значениями групповых скоростей соответствующих нормальных волн. Графики безразмерных, нормированных на величину v_s , групповых скоростей показаны в левой полуплоскости рис. 3. Одной из причин подобной корреляции следует считать кинематику распространяющихся нормальных волн. Когда ветвь корней уравнения (5) приближается к асимптоте ζ_ℓ движение во фронте нормальной волны становится все более похожим на движение материальных частиц во фронте продольной волны. При этом возникают условия для максимально возможного потребления нормальной волной энергии точечного пульсирующего источника.

Если точечные источники (источники шумов акустической эмиссии) занимают некоторую область пространства и их осесимметричная составляющая локализована в области $(R_1 \leq R_0 \leq R_2; z_1 \leq z_0 \leq z_2)$, а энергия этих источников (сила F_0) распределена в области существования источников с объемной плотностью $\Pi(R_0, z_0)$, то амплитудный множитель n -ой нормальной волны определяется через функцию Грина следующим образом

$$C_n^{(\pm)}(\gamma_n) = \frac{F_0}{12GR} \int_{R_1}^{R_2} \int_{z_1}^{z_2} R_0 \Pi(R_0, z_0) \Gamma_n^{(\pm)}(\gamma_n, R_0, z_0) dR_0 dz_0. \quad (22)$$

По всей вероятности, плотность распределения энергии источников акустической эмиссии прямо пропорциональна объемной деформации, т. е. $\Pi(R_0, z_0) = K \varepsilon_V(R_0, z_0)$, где K - размерный ($1/m^3$) коэффициент пропорциональности, который определяется экспериментально в каждом конкретном случае; $\varepsilon_V(R_0, z_0)$ - линейный инвариант тензора деформации или объемная деформация в точке с координатами R_0, z_0 .

Закономерности формирования волновых полей в упругом стержне полями когерентных источников шумов акустической эмиссии будут рассмотрены в следующей публикации.

Выводы

Основные результаты настоящей статьи можно сформулировать следующим образом.

1. Впервые получены выражения для расчета амплитудных множителей нормальных волн, которые возбуждаются в изотропных цилиндрах кругового поперечного сечения точечным источником с частотным спектром $1/f$. Эти выражения имеют смысл функции Грина для соответствующей нормальной волны.

2. Выполнена первичная оценка частотно зависимого изменения функций Грина для первых пяти нормальных волн для случая, когда точечный пульсирующий источник располагается на оси цилиндра в начале координат. Показано, что функция Грина первой нормальной волны почти что в 40 раз превышает уровни абсолютных значений функций Грина второй и последующих по номеру нормальных волн.

3. Высказано аргументированное предположение о том, что сигналы акустической эмиссии практически полностью формируются первой нормальной волной, которая в области высоких частот по своим кинематическим характеристикам практически не отличается от поверхностной волны Рэлея.

4. Предложена схема расчета амплитудных множителей нормальных волн, которые возбуждаются в цилиндре полями когерентных источников шумов акустической эмиссии.

Список использованных источников

1. Карпусь В. В., Петрищев О. Н. Исследование закономерностей формирования волновых полей в упругом стержне источниками шумов акустической эмиссии. Часть 1. Низкочастотная асимптотика волнового поля источников шумов акустической эмиссии в стержне кругового поперечного сечения // Электроника и связь.— 2013.— №6.— С.54— 61
2. Недосека А. Я. Основы расчета и диагностики сварных конструкций.— К.: Издательство «ИНДПРОМ», 2008.— 816с.
3. Петрищев О.Н. Электромагнитное возбуждение ультразвуковых продольных волн в изотропных металлических цилиндрах. Часть 1. Расчет амплитудных множителей нормальных волн и определение частотной характеристики ультразвукового преобразователя // Акуст. вісн.— 2007.— Т. 10.— №1. — С. 54— 68.

Поступила в редакцию 30 декабря 2013 г.

УДК 534.213 – 8

В. В. Карпусь, О. Н. Петрищев, д-р. техн. наук

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,
ул. Політехнічна, 16, корпус 12, м. Київ, Україна, 03056.

Дослідження закономірностей формування хвильових полів у пружному стрижні джерелами шумів акустичної емісії. Частина 2. Функція Гріна осісимметричної складової шумів акустичної емісії в пружних стрижнях

Вперше отримано вирази для розрахунку амплітудних множників нормальних хвиль, які збуджуються в ізотропних циліндрах з круговим поперечним перерізом точковим джерелом з частотним спектром. Ці вирази мають сенс функції Гріна для відповідної нормальної хвилі. Виконано оцінку залежності функцій Гріна від частоти для перших п'яти нормальних хвиль. Показано, що

функція Гріна першої нормальної хвилі більш ніж на порядок перевищує рівні абсолютних значень функцій Гріна другої і наступних за номером нормальних хвиль. Висуното аргументоване припущення про те, що сигнали акустичної емісії практично повністю формуються першою нормальною хвилею, яка в області високих частот за своїми кінематичними характеристиками практично не відрізняється від поверхневої хвилі Релея. Бібл.3, рис. 3.

Ключові слова: акустична емісія, циліндр, точкове джерело, нормальні хвилі, функція Гріна.

UDC 534.213 – 8

V.V. Karpus, O.N. Petrishchev, Dr.Sc.

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",
st. Polytechnique, 16, Kyiv, Ukraine, 03056.

Study of regularities in the formation of wave fields from acoustic emission sources in an elastic rod. Part 2. function of an axisymmetric component noise acoustic emission in elastic rods

Original expressions for calculating amplitude factors of normal waves are obtained. These normal waves are excited by a point source with the frequency spectrum in isotropic cylinders. These expressions are the Green's functions corresponding to the normal mode. Score frequency-dependent changes in the Green's functions for the first five normal modes performed. Green's function of the first normal wave more than order of magnitude higher levels than the absolute values of the Green's functions of the second and subsequent line of normal waves is shown. Reasoned assumption that acoustic emission signals almost entirely formed of the first normal wave is expressed. This normal wave at high frequencies in its kinematic characteristics virtually identical to the Rayleigh surface wave. Reference 3, figures 3.

Keywords: acoustic emission, cylinder, point source, normal waves, Green's function.

References

1. Karpus V.V., Petrishchev O.N. (2013), [Study of regularities in the formation of wave fields from acoustic emission sources in an elastic rod. Part 1. The low-frequency asymptotic of the wave field of acoustic emission sources in the circular rod]. Electronics and Communications, №6, pp.54—61(Rus)
2. Nedoseka A.J. (2008), [Basis of calculation and diagnostics of welded structures]. - K.: «INDPROM», P.816(Rus)
3. Petrishchev O.N. (2007), [Electromagnetic excitation of ultrasonic longitudinal waves in isotropic metal cylinders. Part 1. Calculating the amplitude factors of normal waves and determining the frequency characteristic for ultrasonic transducer], Acoustic bulletin, vol. 10, no.1, pp. 54—68 (Rus)