

УДК 537.874.6

## Влияние поперечных электронных волн на условия возбуждения колебаний в открытом волноводе с периодической структурой

Г.С. Воробьев, д-р. физ.-мат. наук, В.О. Журба, канд. физ.-мат. наук,  
А.С. Кривец, канд. физ.-мат. наук, А.А. Рыбалко, канд. физ.-мат. наук  
Сумский государственный университет,  
ул. Римского-Корсакова 2, г. Сумы, 40007, Украина.

Путем сравнительного анализа приближенных дисперсионных уравнений модели усилителя на эффекте Смита-Парселла установлена степень влияния поперечных электронных волн на процессы энергообмена электронов с полем открытого волновода. Библ. 5, рис. 3.

**Ключевые слова:** Электромагнитная волна, открытый волновод, дисперсионное уравнение, периодическая структура, электронный поток.

### Введение

Физические аспекты усиления и генерирования электромагнитных колебаний миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн на пространственных гармониках дифракционного излучения (когерентного излучения Смита-Парселла) достаточно подробно изложены в монографии [4] и работах других авторов. На основании данных исследований предложены генераторы дифракционного излучения и ортроны, а также экспериментально показана возможность преобразования поверхностных волн в объемные в открытом волноводе с периодическими структурами, что позволило перейти к рассмотрению использования такой системы для создания усилителя на эффекте Смита-Парселла [1]. В настоящее время разработка данного вопроса ведется как путем теоретических, так и экспериментальных исследований. Однако, полученные в предыдущих работах, трансцендентные дисперсионные уравнения усилителя являются громоздкими и не позволяют наглядно проанализировать физику электронно-волновых процессов. Поэтому представляет интерес переход, путем введения корректных упрощений, от трансцендентных к степенным аналитическим дисперсионным уравнениям, которые являются более компактными и эффективными при описании условий возбуждения колебаний в электродинамической системе открытого волновода с периодической структурой.

Ниже проведен сравнительный анализ степенных дисперсионных уравнений с учетом магнитной фокусировки электронов (полином седьмой степени) и без учета магнитной фокусировки электронов (полином третьей степени), что позволяет установить влияние поперечных электронных волн на условия фазовой группировки и амплитуды инкремента нарастания колебаний.

### Общий анализ электронно-волновых процессов

Схема усилителя на эффекте Смита-Парселла при магнитной фокусировке электронного пучка (ЭП) представлена на рис. 1.

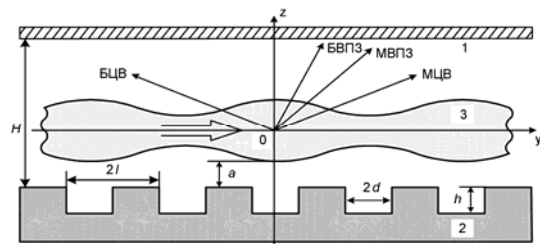


Рис. 1. Схематическое изображение усилителя на эффекте Смита-Парселла

Открытый волновод (ОВ) образован параллельно расположенными, на расстоянии  $H$ , металлическим зеркалом 1 и дифракционной решеткой 2 типа «гребенка» с периодом  $2l$ , шириной и глубиной щелей, соответственно,  $2d$  и  $h$ . Над решеткой движется фокусируемое магнитным полем  $\vec{B}_0$ , электронный поток 3. Принцип действия усилителя, как и других устройств дифракционной электроники [4], основан на эффекте излучения когерентных сгустков плотностей заряда электронов, которые образуют продольную (поперечную или суперпозицию продольной и поперечной) электронную волну конвекционного тока, распространяющуюся вдоль системы решетка - ЭП, с постоянной фазовой скоростью, удовлетворяющей условию возбуждения дифракционного излучения. Такие волны возникают в потоке электронов, при

взаимодействии их с полем медленной пространственной дифракционной гармоники, которая образуется при дифракции электромагнитной волны на периодической структуре. В общем случае при взаимодействии ЭП с электромагнитным полем образуется пространственно-временной спектр продольных и поперечных электронных волн [3, 4].

К продольным волнам относятся медленные волны пространственного заряда (МВПЗ) и быстрые волны пространственного заряда (БВПЗ), распространяющиеся с разными фазовыми скоростями  $v_{\Phi n}$  и углами излучения  $\gamma_n^\pm$ :

$$v_{\Phi n} = \frac{v_0}{1 \pm R \cdot q};$$

$$\gamma_n^\pm = \arccos \left( \frac{1}{\beta_0} - \frac{|n|}{\kappa} \pm R \cdot q \right), \quad (1)$$

где  $v_0$  - постоянная составляющая скорости невозмущенных электронов,  $\omega$  - частота модуляции ЭП;  $q = \frac{\omega_p}{\omega}$  - параметр пространственного заряда;  $R$  - коэффициент редукции;  $\omega_p$  - плазменная частота; знаки «+» и «-» относятся к скоростям БВПЗ и МВПЗ, соответственно; углы  $\gamma_n^\pm$  отсчитываются против часовой стрелки, относительно положительного направления движения электронов;  $\kappa = 2l/\lambda$ ;  $n = 0, -1, -2, \dots$  - номер пространственной гармоники дифракционного излучения;  $\beta_0 = v_0/c$ ,  $c$  - скорость света.

Из соотношений (1) видно, что образовавшиеся в потоке продольные электронные волны возбуждают дифракционное излучение под различными углами (см. пример на рис. 1). При этом, изменив период решетки, скорость электронов и частоту модуляции, можно обеспечить условия излучения одной или одновременно несколькими электронными волнами.

Поперечные электронные волны в потоке возникают под воздействием различных факторов, связанных с динамическими и статическими смещениями траекторий электронов пучка при фокусировке их магнитным полем. При этом возбуждаются медленные циклотронные волны (МЦВ) и быстрые циклотронные волны (БЦВ), фазовые скорости и углы которых определяют следующими соотношениями:

$$v_{\Phi c} = \frac{v_0}{1 \pm s \cdot \Omega_c};$$

$$\gamma_{s,n} = \arccos \frac{(1 \pm s \cdot \Omega_c) \eta + n}{\kappa}, \quad (2)$$

где  $\Omega_c = \frac{\omega_c}{\omega}$  - циклотронный параметр,

$\omega_c = \frac{e}{m_e} B_0$  - циклотронная частота;  $e, m_e$  - заряд и масса электрона;

$\eta = \frac{\kappa}{\beta_0}$ , знаки « $\pm$ » относятся к дифракционному излучению МЦВ и БЦВ, соответственно; если  $s = 0$ , то дифракционное излучение возбуждается собственными электронными волнами (СЭВ).

Согласно (2) БЦВ и МЦВ возбуждают дифракционное излучение только при определенном значении фокусирующего магнитного поля на постоянной частоте, но под различными углами относительно направления движения потока (см. пример на рис. 1).

Из анализа соотношений (2) следует, что угол излучения СЭВ в основном определяется параметрами  $\kappa$  и  $\beta_0$  и не зависит от магнитного поля, в то время как угол дифракционного излучения БЦВ нарастает, а угол излучения МЦВ убывает с увеличением  $B_0$ . При этом для возбуждения дифракционного излучения БЦВ необходимо уменьшать скорость электронов (параметр  $\beta_0$ ), а для МЦВ – увеличивать скорость электронного потока.

Приведенные выше результаты получены в приближении заданного тока [4], что не позволяет учесть обратное влияние электронных волн на процессы группировки ЭП в поле бегущей волны ОВ (рис. 1). Классической схемой построения теории таких устройств является метод самосогласованного решения задачи, который учитывает влияние отраженной от экрана волны 1 на процессы взаимодействия ЭП 3 с полем периодической структуры 2 (см. рис. 1).

Методика получения степенных дисперсионных уравнений

### Методика получения степенных дисперсионных уравнений

В рамках вышеизложенного подхода рассмотрим электронно-волновые процессы в открытом волноводе (рис. 1) с учетом конечной величины фокусирующего магнитного поля. Решение линейной электродинамической задачи проводим методом частичных областей. Поле в каждой области определяется исходя из уравнений Максвелла и необходимых граничных условий. Учитывая требования непрерывности компонент поля на границах областей, получаем самосогласованную систему уравнений, позволяющую определить дисперсионное уравнение.

Согласно теоретической модели, вдоль дифракционной решетки 2 движется электронный пучок 3 конечной толщины, фокусируемый продольным магнитным полем  $\vec{B}_0$  (рис. 1). В потоке электронов, в общем случае, будут наблюдаться пульсации границ. В нашем приближении считаем начальные скорости электронов вдоль осей Oz и Ox равными нулю, что позволит не учитывать амплитуду пульсаций внешней границы потока. По оси Ox пучок бесконечен, то есть  $\frac{\partial}{\partial x} = 0$ . Предположим, что электроны уско-

рены электрическим полем до вхождения в пространство взаимодействия и имеют постоянную составляющую скорости вдоль оси Oy, которая считается намного меньше скорости света. Все параметры, характеризующие область движения ЭП представим в виде суммы постоянных и малых переменных величин, гармонически зависящих от времени [3].

Учет влияния фокусирующего магнитного поля на электронно-волновые процессы в усилителе, проведем путем включения в уравнение движения электронов дополнительных слагаемых вида  $(\omega_c \frac{d\tilde{x}}{dt})$  и  $(-\omega_c \frac{d\tilde{z}}{dt})$ , где  $\tilde{x}$  и  $\tilde{z}$  - малоизменяющиеся во времени величины. Особенностью нахождения поля электромагнитной волны в области электронного потока является переход от системы уравнения движения в проекциях на оси координат к двум дифференциальным уравнениям для ВЧ-смещений электронов. Используя теорему Флоке и представляя ВЧ смещения в виде разложения по собственным функциям периодической структуры [5] получим связь между компонентами ВЧ-смещений и компонентами электрического поля волны. Далее из уравнений Максвелла и с учетом соотношения компонент поля получим волновое уравнение, путем решения которого можно найти все составляющие ТМ-волны в области электронного потока. Совместно решая уравнения, описывающие электромагнитные поля в каждой из областей электродинамической системы представленной на рис. 1, с учетом граничных условий, применяя метод перераспределения системы функций полной на одном интервале по системе функций полной на другом интервале получаем трансцендентное дисперсионное уравнение общего вида, решение которого может быть реализовано только численными методами, например, итерационным методом, позволяющим эффективно оперировать комплексными числами и достигать хорошей сходимости решений. Однако, при анализе физи-

ческих процессов возбуждения электромагнитных колебаний в схеме усилителя на эффекте Смита-Парселла (рис. 1) более наглядными являются приближенные степенные уравнения, которые позволяют определить влияние фокусирующего магнитного поля на условия фазовой группировки электронов в пространстве взаимодействия и на амплитуду возбуждения колебаний. В связи с этим при переходе от трансцендентного дисперсионного уравнения к степенным уравнениям необходимо ввести ряд упрощающих предположений, существенно не затрагивающих физику электронно-волновых процессов:

- связь поля решетки и ЭП – максимальная (прицельный параметр  $a \approx 0$ );
- взаимодействие ЭП происходит с первой пространственной гармоникой ( $n = -1$ ), а излучение объемных волн - на нулевой гармонике ( $n = 0$ );
- величина пространственного заряда имеет малый порядок  $q \approx 0,01$ .

После введения упрощающих предположений, обезразмеривая волновые числа и геометрические параметры системы получаем упрощенные трансцендентные дисперсионные уравнения, которые путем разложения в ряд Тейлора относительно малой добавки  $\delta\mu$  к волновому числу  $\mu = \mu_0 + \delta\mu$  и применения метода графической аппроксимации преобразуются в степенные уравнения седьмой (с учетом магнитного поля) и третьей (без учета магнитного поля) степени. В компактной форме записи данные уравнения имеют следующий вид:

$$\sum_{n=1}^{n=7} F_n \delta\mu^n = 0 \quad (3)$$

$$\sum_{n=1}^{n=3} F'_n \delta\mu^n - \frac{q^2 \kappa^2 \Lambda}{\Delta'_{0\mu}} = 0, \quad (4)$$

где алгебраические функции  $F_n$  и  $F'_n$ , входящие в соотношение (3), (4) зависят от основных электродинамических параметров исследуемой системы  $q, \kappa, \beta_0, \mu, \Omega_c$  и безразмерных геомет-

рических параметров  $\theta = \frac{d}{l}, \chi = \frac{H}{l}, \delta = \frac{h}{l}$ . До-

полнительные функции  $\Lambda$  и  $\Delta'_{0\mu}$  в выражении (4) учитывают, соответственно, дисперсионные свойства ЭП и диэлектрического заполнения волновода.

Уравнения (3), (4), в отличие от полученного в [2] степенного уравнения позволяют провести учет циклотронных волн и дисперсионных

свойств ЭП на условия возбуждения колебаний в ОВ усилителя (рис. 1).

Результаты решения дисперсионных уравнений

Основная цель анализа степенных дисперсионных уравнений типа (3), (4) состоит в определении комплексного коэффициента распространения  $\mu$ , и установлении областей значений скорости электронного потока и других параметров электродинамической системы усилителя, при которых инкремент нарастания амплитуды колебаний  $|\text{Im } \mu|$  будет иметь оптимальные значения. Мнимость  $\mu$  соответствует условию взаимодействия волн ОВ с волнами пространственного заряда ЭП. При  $|\text{Im } \mu| < 0$  мы будем иметь экспоненциально нарастающие волны, отбирающие энергию у электронного потока (режим усиления волн), а при  $|\text{Im } \mu| > 0$  электроны будут увеличивать свою скорость за счет энергии электромагнитной волны (режим поглощения волн). В общем случае возможно распространение волн нескольких типов. Первый тип – это поверхностные волны периодической структуры, присутствие которых определяется мнимыми значениями поперечных волновых чисел. Второй тип – объемные волны, соответствующие режимам дифракционного излучения. Третий тип волн – волны электронного потока (пространственного заряда и циклотронные).

Так в частности, анализ дисперсионного уравнения (3) позволяет выявить 5 волн (из семи корней – 2 комплексно сопряженные). Кроме волн с волновыми числами, соответствующими фазовым скоростям БВПЗ и МВПЗ, появляются медленная и быстрая циклотронные волны, которые могут оказывать существенное влияние на процессы энергообмена с волной ОВ. Так при уменьшении величины магнитного поля (параметра  $\Omega_c$ ) значения волновых чисел циклотронных волн стремятся к  $\mu_0$ , что приводит к существенному уменьшению амплитуды инкремента нарастания колебаний  $|\text{Im } \mu|$  и смещению области взаимодействия медленной волны пространственного заряда электронного потока с дифракционной гармоникой в сторону больших значений ускоряющего напряжения (параметра  $\beta_0$ ), что продемонстрировано пунктирными линиями на рис. 2: 1 -  $\Omega_c = 0,6$ ; 2 -  $\Omega_c = 0,4$ ; 3 -  $\Omega_c = 0,025$  ( $\kappa = 0,083$ ,  $\chi = 10$ ,  $\mu_0 = 0,053$ ).

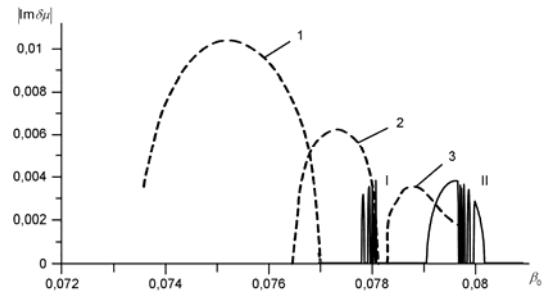


Рис. 2. Результаты решений дисперсионных уравнений

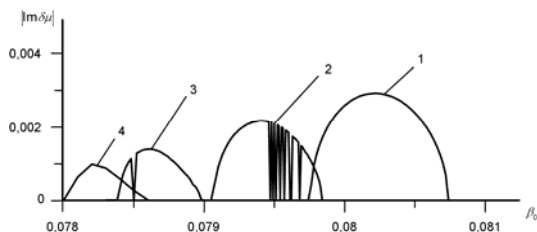
Критическими являются значения  $\Omega_c \approx 0,01$  при которых возбуждение ОВ электронным потоком практически прекращается. Смещение областей существования колебаний в сторону меньших значений  $\beta_0$  при увеличении  $\Omega_c$  свидетельствует о преобладании в процессах энергообмена быстрых циклотронных волн. Что коррелирует с результатами качественного анализа соотношения (2).

В некоторых случаях, более наглядным с точки зрения физики процессов возбуждения ОВ, является анализ дисперсионного уравнения (4), которое получено без учета влияния магнитного поля, но позволяет наглядно проиллюстрировать предельные режимы возбуждения колебаний и «тонкую» структуру излучения в зависимости от электродинамических параметров системы и электронного пучка. Так расхождения в ряде Тейлора вблизи волнового числа, соответствующего дифракционной гармонике, позволяют проанализировать электронно-волновые процессы только с этой волной. В частности на рис. 2 (сплошными линиями) представлены результаты решения кубического дисперсионного уравнения (4) при значениях  $\kappa$ ,  $\chi$  и  $\mu_0$ , соответствующих предыдущим параметрам системы с учетом  $\Omega_c$ .

Из графиков видно, что данное приближение позволяет описать три волны с волновыми числами близкими к волновым числам медленной волны пространственного заряда  $\mu_{\text{МВПЗ}}$ , быстрой волны пространственного заряда  $\mu_{\text{БВПЗ}}$  и волны периодической структуры  $\mu_0$ . В областях I и II волна периодической структуры взаимодействует с волнами пространственного заряда ЭП (с БВПЗ – область I и с МВПЗ – область II). При этом в областях возникновения колебаний наблюдается «тонкая» структура излучения, обусловленная влиянием дисперсион-

ных свойств ЭП при конечной его толщине, что качественно согласуется с результатами экспериментальных исследований взаимодействия ЭП с дифрагированным на периодической структуре [1].

Из анализа уравнения (4) также следует, что существенное влияние на условия распространения волн в волноводе оказывает параметр  $\chi$  (нормированное к периоду решетки расстояние между зеркалами ОВ). Изменение расстояния между решеткой и зеркалом приводит к изменению углов излучения и фазовой скорости волны. Как следствие этого, нарушается условие синхронизма МВПЗ электронного потока с дифракционной гармоникой, проявляющееся, при увеличении значений  $\chi$ , в смещении областей возбуждения колебаний в сторону меньших  $\beta_0$  и уменьшении максимального значения амплитуды инкремента нарастания волны, что продемонстрировано на рис. 3 (1 -  $\chi = 9$ , 2 -  $\chi = 10$ , 3 -  $\chi = 12$ , 4 -  $\chi = 14$ ). Физически это может объясняться уменьшением количества отражений излучения от зеркала, что снижает эффективность группировки ЭП, в поле бегущей вдоль оси ОВ волны.



**Рис. 3. Результаты решения дисперсионного уравнения с учетом расстояния между зеркалами**

Путем сравнения графиков рис. 2 и рис. 3 можно провести некоторую аналогию между влиянием поперечных электронных волн и расстояния между зеркалами ОВ на условия фазовой группировки электронов в пространстве взаимодействия усилителя: с увеличением фокусирующего магнитного поля преобладающими в процессах энергообмена являются быстрые циклотронные волны, которые приводят к сдвигу областей существования колебаний в сторону меньших значений ускоряющих напряжений. Аналогичная картина наблюдается также при увеличении расстояния между зеркалами ОВ, отличие в степени влияния данных параметров заключается в противоположности изменения амплитуды инкремента нарастания колебаний, что свидетельствует о возможности корректировки режимов возбуждения волн как путем из-

менения магнитного поля, так и степени связи ЭП с отраженным от зеркала излучением.

## Выводы

1. Приведена методика перехода от общего трансцендентного дисперсионного уравнения к степенным уравнениям седьмой и третьей степени, которые в рамках заданных приближений позволяют наглядно проанализировать физику волновых процессов при взаимодействии электронного потока с полями открытого волновода.

2. Показано, что поперечные электронные волны, при магнитной фокусировке электронного потока, непосредственно не участвуя в процессах энергообмена с объемной волной открытого волновода, оказывают существенное влияние на условия фазовой группировки электронов в пространстве взаимодействия, что приводит к смещению областей существования колебаний относительно начальной скорости электронов.

3. Путем сравнительного анализа решений степенных уравнений с учетом и без учета магнитного поля установлена аналогия между влиянием поперечных электронных волн и расстояния между зеркалами открытого волновода на процессы фазовой группировки электронов в пространстве взаимодействия усилителя.

## Литература

1. Vorobjov G.S. The Smith-Pursell Effect Amplification of the Electromagnetic Waves in a Open Waveguide with a Metal-Dielectric Layer/ G.S. Vorobjov, A.S. Krivets, A.A. Shmatko [et al.] // Telecommunications and Radio Engineering. – 2003. – №59(10-12). – P. 80–92.
2. Воробьев Г.С. Линейная теория нерезонансного усилителя КВЧ с распределенным взаимодействием на эффекте Смита-Парселла / Г.С. Воробьев, А.И. Рубан, А.А. Шматько // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1999. – Т.42, №6. – С. 67–70.
3. Шевчик В.Н. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ / В.Н. Шевчик, Д.И. Трубецков. – М.: Сов. радио, 1970. – 564 с.
4. Шестопалов В.П. Генераторы дифракционного излучения / В. П. Шестопалов – К. : Наук. думка, 1991. – 320 с.
5. Шматько А.А. Электроника сверхвысоких частот: Основы теории и лабораторный практикум: Учебное пособие / А.А. Шматько, Е.Н. Одаренко [Под ред. Шматько А.А.]. – Х., Факт, 2003. – 248 с.

УДК 537.874.6

## Вплив поперечних електронних хвиль на умови збудження коливань у відкритому хвилеводі з періодичною структурою

Г.С. Воробйов, д. фіз.-мат. наук, В.О. Журба, канд. фіз.-мат. наук,  
О.С. Кривець, канд. фіз.-мат. наук, О.О. Рибалко, канд. фіз.-мат. наук  
Сумський державний університет,  
вул. Римського-Корсакова 2, м. Суми, 40007, Україна.

Шляхом порівняльного аналізу наближених дисперсійних рівнянь моделі підсилювача на ефекті Сміта-Парселла встановлено ступінь впливу поперечних електронних хвиль на процеси обміну енергії електронів із полем відкритого хвилеводу. Бібл. 5, рис. 3.

**Ключові слова:** електромагнітна хвиля, відкритий хвилевод, дисперсійне рівняння, періодична структура, потік електронів.

UDC 537.874.6

## Influence of transverse electron waves on the conditions of excitation of oscillations in the open waveguide with periodic structure

G.S. Vorobyov, Dr.Sc., V.O. Zhurba, Ph.D., A.S. Krivets, Ph.D., A.A. Rybalko, Ph.D.  
Sumy State University,  
2 Rymski-Korsakov St., Sumy-40007, Ukraine.

By comparative analysis of the approximate dispersion equations of model amplifier on the Smith-Purcell effect the degree of influence of transverse electronic waves on the energy exchange processes of electrons with the field of open waveguide was determined. Reference 5, figures 3.

**Keywords:** electromagnetic wave, open waveguide, dispersion equation, periodic structure, electron beam.

### References

1. Vorobyov G.S. (2003), [The Smith-Purcell Effect Amplification of the Electromagnetic Waves in a Open Waveguide with a Metal-Dielectric Layer]. Telecommunications and Radio Engineering. no. №59 (10-12). pp. 80–92.
2. Vorobyov G.S. (1999), [The linear theory of nonresonant amplifier UHF with distributed interaction on the Smith-Purcell effect]. Izvestia vuzov. Radioelectronica. Vol.42, no.6. pp. 67–70. (Rus)
3. Shevchik V.N. (1970), [Analytical methods of calculation in the microwave electronics]. Moscow: Sovetskoe radio, pp.1970.– 564. (Rus)
4. Shestopalov V.P. (1991), [Diffraction radiation generators]. Kiyv: Naukova dumka, p. 320. (Rus)
5. Shmatko A.A. (2003), [High frequency electronics: Basic theory and laboratory practice: Education manual. Edited by: Shmatko A.A.]. Kharkov, Fakt, p.248. (Rus)

Поступила в редакцію 27 января 2013 г.