Системы телекоммуникации, связи и защиты информации

УДК 621. 396. 946. 2

Определение структурной сложности децентрализованных телекоммуникационных сетей специальных систем управления методами спектральной теории графов

В.В. Воротников[1], канд. техн. наук, **Ю.А. Кулаков**[2], д-р техн. наук

[1]Житомирский военный институт им. С. П. Королева Национального авиационного Университета, пр. Победы, 22, г. Житомир, 10004, Украина.

[2]Национальный Технический Университет Украины «Киевский Политехнический Институт», ул. Политехническая, 16, корпус 18, г. Киев, 03056, Украина.

В статье предложено использование методов спектральной теории графов для оценки структурной сложности децентрализованных телекоммуникационных сетей специальных систем управления, путем исследования статистических свойств, которые характеризуют поведение сети и прогнозируют ее поведение при изменении структурных свойств. Для нахождения спектра матрицы смежности графа телекоммуникационной сети, предложено использование прямого метода с решением СЛАУ методом секущих. Показано, что прямой метод на основе метода секущих имеет хорошую сходимость и позволяет определить приближенное решение за конечное число итераций. Предложенный показатель сложности сети есть инвариантным, и может быть использован при решении задач проверки изоморфизма графов, разделения графов на кластеры и т.д. Библ. 10, рис. 3

Ключевые слова: *структурная сложность сети, изоморфизм, спектр графа, инварианты графа, собственные значения, сходимость метода.*

Постановка проблемы

Наиболее перспективным направлением использования современных сетевых технологий в составе специальных систем управления сложных информационных систем является использование телекоммуникационных сетей (ТКС), построенных по mesh-топологии. Mesh-сети являются оптимальным решением для поддержания работы оперативных служб и подразделений тактического звена в экстремальных ситуациях, во время выполнения специальных заданий. Высокая надежность такой сети обусловлена отсутствием общего центра управления, который может выйти из строя в результате разрушающих внешних и внутренних воздействий. Mesh-сети имеют возможность автоматически определять отключение или выход из строя отдельных элементов, при этом осуществляется мгновенное перенаправление трафика в обход поврежденных участков по свободным каналах связи. Пропускная способность таких сетей составляет до десятков Мбит/с и позволяет их использовать для трафико-емкостных приложений, таких как передача потокового видео. А такие дополнительные возможности, как определение местонахождения абонентских устройств относительно маршрутизаторов сети, дают возможность рассматривать децентрализованные сети как основу АСУ таких подразделений и служб.

Требования, которые выдвигаются к таким системам, а именно: автоматическое развертывание системы за ограниченное время; высокая пропускная способность каналов связи для обеспечения работоспособности системы видеонаблюдения; возможность использования конечного оборудования для нахождения места расположения абонентских устройств, а также для аудио и видео фиксации событий, которые происходят на месте дислокации; повышают актуальность вопросов связанных с обеспечением высокой живучести систем, которая гарантирует ее работоспособность в случае выхода из строя нескольких узлов.

Подходы, реализуемые для оценки живучести таких систем, рассматривают структурную сложность сети как существенный признак влияющий на ее показатели [1]. В настоящее время наиболее актуальным направлением является разработка методов анализа графов с изменяемой во времени структурой.

В рамках такого направления наиболее значимыми являются задачи определения пространства состояний графа, которое помогает ввести представление об устойчивости изменений структуры графа во времени (графовых траекторий) по отношению к малым возмущениям, а именно: задача определения в графе подграфа, который не меняется или незначительно меняется во времени; задача о сохранении кластера, т.е. выделение группы узлов, которые при изменении структуры графа остаются в составе своего кластера и т.д.

Обзор последних исследований и публикаций

Из анализа литературы следует, что задачи, основанные на понятии «структурная сложность», можно разделить на два направления: декомпозиция задач большой размерности и структурная композиция. В первом классе задач ставятся цели анализа системы, разрабатывается аксиоматика сложности, находится критерий сложности, на основе которого проводится декомпозиция систем. Во втором классе задач необходимо сконструировать систему из некоторого набора типовых элементов таким образом, чтобы структурная сложность результата композиции не превышала допустимую величину.

Для указанных классов задач общим является то, что существуют общие подходы к вычислению значений локальных свойств и связи их с глобальными характеристиками графа.

В работах [1-8] показано, что теория спектрального анализа, применимая к графам оперирует инвариантами, как наиболее показательными характеристиками графов пригодными для проверки изоморфизма разных видов графов. Класс графов может быть разбит на подклассы на основе его структурных характеристик. Некоторые инварианты неприменимы для определения изоморфизма графов, обладающих определенными свойствами. Например, векторы степеней не могут быть использованы для вычисления изоморфизма однородных графов, в которых степень всех вершин одна и та же [5]. Поэтому авторы решают задачу нахождения эффективного инварианта для определения изоморфизма графов, обладающих определенными структурными характеристиками.

В работе [8] для описания фрагмента графа используют «топологический индекс» определяемый по всем связным компонентам, получаемым путем удаления из фрагмента графа вершин и инцидентных им ребер.

В работе [9] рассмотрена схема расположения фрагментов графа при помощи метрических и цепных инвариантов, построенных на основе различных расстояний. Значения инварианта фрагмента вычисляются на единой структуре исходного графа либо с разделением графа на части.

В работе [2] предложено решение проблемы разделения графа, которая относится к классу NP-полных задач. Для этого автор также предлагает использовать спектральные методы разделения. Однако эти методы имеют высокую вычислительную сложность, так как требуют расчета собственного вектора, соответствующего второму (меньшему) собственному значению (Fiedler-вектор) матрицы Лапласа. Время выполнения спектральных методов может быть уменьшено, если вычисление Fiedler-вектора реализовать, используя многоуровневый алгоритм, который может ускорять процедуру разделения на порядок без потерь в качестве разделителя.

В работе [3] предложено для структурной идентификации больших случайных сетей использовать случайные графы с нелинейным правилом предпочтительного связывания, являющиеся обобщением графов Барабаши-Альберт [4]. При этом решается задача выявления и формализованного описания механизма генезиса сети, определяющего ее основные качественные характеристики. Однако, генерация случайного графа сети, моделирующего ее топологию, с применением спектральных методов не рассматривается.

Целью работы является определение количественной меры оценки структурной сложности орграфов для последующей их кластеризации. По изменениям значений параметра сложности можно отслеживать динамику изменения структуры для заданного промежутка времени и определять тенденции изменения сложности структуры.

Изложение основного материала

Сложность ТКС увеличивается с ростом числа составляющих ее элементов – узлов и ребер. Для связной сети число ребер не может быть меньше числа узлов без единицы, а связные сети максимальной однородности при числе узлов, большем двух, представляют кольца с числом узлов, равным числу ребер. Анализ структурных свойств ТКС на графе неизбежно приобретает топологический характер − предполагающий использование ряда характеристик, определяющих количественную меру топологии ТКС [1]. Для неориентированной сети в качестве показателя сложности можно использовать показатель однородности ее элементов, определяемый с помощью числовых инвариантов.

Исходя из позиций теории графов [4], в роли основных показателей связности графа могут выступать следующие параметры: плотность графа, хроматическое число графа, число компонент, число Хадвигера для графа, число остовых деревьев, содержащихся в графе структуры ТКС и др. Все они являются неполными инвариантами графа, т.е. не определяют граф с точностью до изоморфизма.

Сравнивая показатель связности для конкретной сети с заданным числом узлов n и ребер m с показателем максимально однородной сети с таким же числом элементов, можно определить насколько данная сеть отличается от наименее сложной сети. Сложность сети зависит не только от числа элементов, но и от их взаимосвязей, которую можно охарактеризовать через разность числа ребер и числа узлов $l = m - n$.

Формулировка задачи исследования

Числа $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$, являющиеся решениями характеристического уравнения $|A - \lambda * I| = 0$, где I – единичная матрица размерности n, называются характеристическими (собственными) значениями матрицы A. Соответствующие каждому $\lambda_i, i = 1, ..., n$ ненулевые вектора X^i, удовлетворяющие системе:

$$(A - \lambda_i * I)X^i = 0, i = 1, ...n, \tag{1}$$

называются собственными векторами или спектром матрицы A.

Система (1) – однородная система линейных алгебраических уравнений имеет ненулевое решение X^i тогда и только тогда, когда определитель матрицы системы равен нулю, т.е.

$$Det_G(\lambda) = det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & ... & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & ... & a_{2n} \\ ... & ... & ... & ... \\ a_{n1} & a_{n2} & ... & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{2}$$

Необходимо на основе анализа вектора собственных значений матрицы A, определить структурную сложность графа.

Из спектральной теории графов известно, что наиболее важные спектры графов можно описать с помощью корней характеристического полинома матрицы смежности. Так, структурную сложность графа ТКС можно оценить числом $t(G)$ [1], которое связано с коэффициентами многочлена $C_G(\lambda)$, получаемого путем развертывания (2) к характеристическому уравнению вида:

$$C_G(\lambda) = |C - \lambda I| = \lambda^n + c_1\lambda^{n-1} + ... + c_n\lambda^0, \tag{3}$$

выраженного в терминах «древовидной» структуры мультиграфа G. Если G – мультиграф с вершинами $1, 2, ..., n$ и $t(G)$ обозначает число остовых деревьев, содержащихся в G, то

$$t(G) = |C_j|, \tag{4}$$

где C – матрица Кирхгофа графа, определяемая как разница двух матриц: $C = D - A$, где D – матрица размерности $n \times n$, в которой элементы на главной диагонали $d_{i,j}$ равны количеству инцидентных вершин графа для всех $i, j \in \{1, 2, ..., n\}$.

Если G принадлежит конечному множеству и $G \neq \varnothing$, то $t(G_j) = |C_j|$.

Отсюда следует что, если

$$C_G(\lambda) = |\lambda I - C| = \lambda^n + c_1\lambda^{n-1} + ... + c_n\lambda^0, (c_0 = 1),$$

то

$$c_i = (-1)^i \sum_{\substack{j \subset N \\ |j| = n-i}} t(G_j), (i = 0, 1, ..., n). \tag{5}$$

При $i = n - 1$ из уравнения (1) следует

$$c_{n-1} = (-1)^{n-1} \sum_{j=1}^{n} t(G_j) = (-1)^{n-1} nt(G)$$

Следовательно

$$t(G) = \frac{1}{n}(-1)^{n-1} c_{n-1}. \tag{6}$$

Пусть $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_n$ – собственные значения матрицы C. Так как $c_n = |A - D| = 0$, то следует, что $0 \in Sp_C(G)$, где $Sp_C(G)$ – полный спектр (след) графа G. Пусть, далее $\mu_n = 0$. Тогда $(-1)^{n-1} c_{n-1} = \prod_{i=1}^{n-1} \mu_i$, из (1) получаем

$$t(G) = \frac{1}{n} \prod_{i=1}^{n-1} \mu_i$$

Если граф G связен, то $t(G) > 0$, т.е. $\mu_i \neq 0$ для $r = 1, 2, ..., n - 1$. Это доказывает то, что если G – связный мультиграф, то

$t(G) = \frac{1}{n}\prod \mu$. Причем μ принимает все отличные от нуля собственные значения матрицы $C = D - A$.

Для любого регулярного мультиграфа G степени r

$$t(G) = \frac{1}{n}\prod_{i=2}^{n}(r - \lambda_i) = \frac{1}{n}P_G(r), \qquad (7)$$

где λ_i – собственные значения мультиграфа G, $P_G(r)$ – его характеристический полином.

Пример. Пусть G – мультиграф, содержащий n вершин с положительными валентностями $d_1,...,d_n$ (рис. 1). Тогда сложность графа G может быть определена по формуле

$$t(G) = \frac{|D|}{2m}Q_G(1) = \frac{\prod d_i}{\sum d_i}\prod_{v=2}^{n}(1 - \lambda_v), \qquad (8)$$

где m и λ_v – соответственно число ребер и Q – собственное значения графа G (Fiedler-значение).

Определим обыкновенный спектр $Sp_P(G)$ графа G.

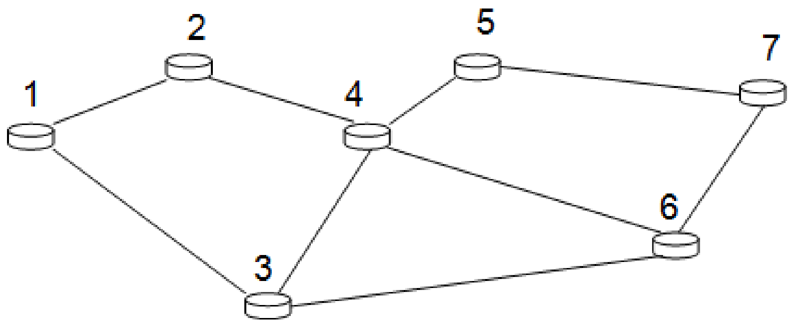

Рис. 1. Граф сети

Для этого рассмотрим множество n неопределенных переменных x_k, находящееся в (1,1)-соответствии с множеством вершин $k(k = 1,2,...,n)$ заданного графа $G(X,U)$. Найдем значения x_k, которые удовлетворяют системе однородных линейных уравнений (1): $\lambda x = Ax$, где $A = (a_{ik})$ – матрица смежности графа G, а x – вектор столбец с элементами $x_k(k \in X)$.

Матрица смежности A и матрица Кирхгофа C графа (рис. 1) имеет следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 4 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим схему алгоритма одного из возможных вариантов прямого метода вычисления собственных значений матрицы смежности (рис. 2).

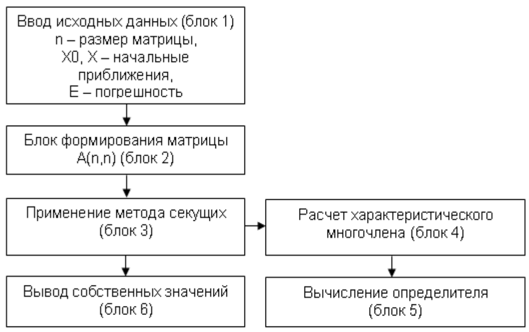

Рис. 2. Алгоритм расчета собственных значений матрицы смежности

Определим собственные значения при помощи прямого метода [10]. На первом этапе получим характеристическое уравнение в аналитическом виде или определим алгоритм вычисления левой части системы уравнений (2). На втором этапе решим характеристическое уравнение одним из численных методов.

В основном блоке (блок 1) задается размер квадратной матрицы , два начальных приближения X_0, X к одному из собственных значений матрицы, допустимую погрешность решения характеристического уравнения E .

Затем, определяются численные значения элементов исходной матрицы смежности (блок 2). После инициализации значений матрицы смежностей, обратимся к подпрограмме метода секущих (блок 3) для решения характеристического уравнения. В качестве блока 3 можно использовать любой другой численный метод решения СЛАУ (метод хорд, метод касательных, метод простых итераций).

В блоке 3 реализуется подпрограмма вычисления левой части характеристического уравнения.

Однако, спектр графа не является полным инвариантом, а задача определения структурной сложности тем сложнее, чем больше крат ность собственных значений спектра матрицы графа. Все известные алгоритмы в ходе своей работы понижают кратность собственных значений и позволяют дать решение в том случае, если в результате последовательных согласованных возмущений матриц смежности их спектры, оставаясь равными на каждой итерации, могут стать простыми, то есть кратность каждого собственного значения будет равна единице.

Характеристический полином матрицы Кирхгофа имеет вид:

$$P_C(\lambda) = -64 + \lambda^7 - 18\lambda^6 + 128\lambda^5 -$$
$$-462\lambda^4 + 896\lambda^3 - 900\lambda^2 + 408\lambda$$

При помощи алгоритма рис. 2 были определены действительные корни кратности 1 характеристического уравнения :

$$\lambda_1 = 8,7e^{-17};$$
$$\lambda_2 = 7,53e^{-01};$$
$$\lambda_3 = 2,0e^{+00};$$
$$\lambda_4 = 2,58e^{+00};$$
$$\lambda_5 = 3,8e^{+00};$$
$$\lambda_6 = 5,41e^{+00}.$$

Показатель структурной сложности графа определим как :

$$t(G) = \frac{\prod d_i}{\sum d_i} \prod_{v=2}^{n} (1-\lambda_v) = \frac{2\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 2\cdot 2\cdot 2}{2+2+3+4+2+3+2} \cdot (1-8,7e^{-17}) \cdot (1-7,53e^{-01}) \cdot (1-2,0e^{+00}) \cdot (1-2,58e^{+00}) \times$$
$$\times (1-3,8e^{+00}) \cdot (1-5,41e^{+00}) = 22,6 \cdot 1 \cdot 0,25 \cdot (-1) \cdot (-1,58) \cdot (-1,8) \cdot (-4,41) = 70,1 \text{ усл.ед.}$$

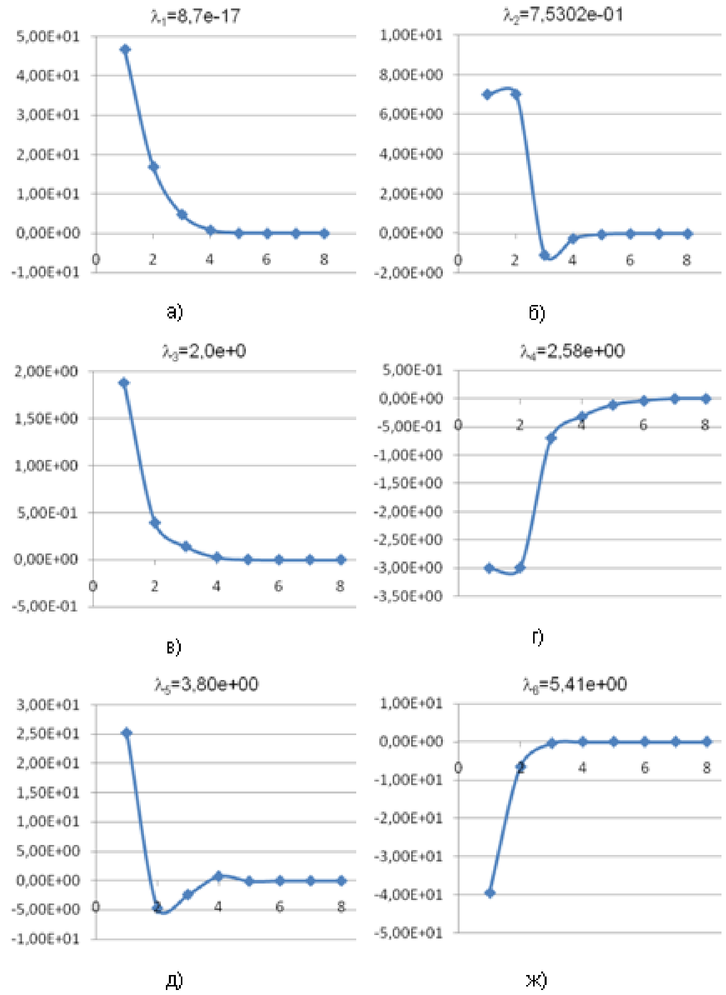

Рис.3. Зависимость сходимости метода определения корней характеристического уравнения от количества итераций.

На рис.3 показана сходимость алгоритма прямого метода определения корней уравнения. Рис 3а-3ж показывают сходимость метода при определении собственных значений $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$, соответственно.

Анализ результатов показывает, что прямой метод на основе метода секущих позволяет определить приближенное решение за конечное число итераций.

Выводы

Для нахождения спектра матрицы смежности графа ТКС предложено использование прямого метода с решением СЛАУ методом секущих. Показано, что прямой метод на основе метода секущих имеет хорошую сходимость и позволяет определить приближенное решение за конечное число итераций. Предложенный показатель сложности сети есть инвариантным и может быть использован при решении задач проверки изоморфизма графов, разделения графов на кластеры и т.д.. Приведенные процедуры оценки топологии структуры сети по критериям сложность, производительность, отказоустойчивость в ТКС, базируются на спектральной теории графов.

Рассмотренные соотношения позволяют сделать заключение о пригодности той или иной топологической структуры для решения конкретных задач. Особенно эффективным применение спектрального метода оказывается для класса регулярных графов.

Литература

1. Андреев А. М. Анализ основных характеристик компьютерных систем методами спектральной теории графов. // А. М. Андреев, Г.П. Можаров / [Электронный ресурс] 10, октябрь 2011 доступ: http://www.technomag.edu.ru/doc/233774.html

2. Бувайло Д.П. Быстрый высокопроизводительный алгоритм для разделения нерегулярных графов. // Д.П. Бувайло, В.А. Толок / Запоріжжя: Вісник Запорізького державного університету .– №2, 2002. – 10 с.
3. Методы структурной идентификации больших стохастических сетей и генерации случайных графов. Е. Б. Юдин, В.Н. Задорожный. Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах – УТЭОСС-2012, Санкт-Петербург, 9-11 октября 2012 г. 515-518 стр.
4. Barabasi A., Albert R. Emergence of csaling in random networks // Science. 1999. Vol.286. P.500-512.
5. Мельникова Е.А., сайфуллина Е.Ф. применение различных инвариантов графов к проверке изоморфизма некоторых видов графов. // проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: сб. статей XII Междунар. научно-техн. Конф. – пенза: пдз, 2012. – С. 40-42.
6. Цветкович, Д. Спектры графов [Текст]: Теория и применение / Д. Цветкович, М. Дуб, Х. Захс; Пер. с англ. В. С. Королюка; Под ред. В. С. Королюка. — 2-е изд. — Киев: Наукова думка, 1984. — 384 с. — Библиогр.: С. 338–372.
7. Спектральний критерій стохастичної стійкості інваріантних многовидів / Ряшко Л.Б., Башкирцева І.А. // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – №1. – С. 82-90.
8. Mekenyan O., Bonchev D. Topological indices for molecular fragments and new graph invariants // Journal of Mathematical Chemistry. – 1988. – № 3. – P. 347-375.
9. Skorobogatov V.A., Dobrynin A.A. Metric analysis of graphs // MATCH – Communications in Mathematical and in Computer Chemistry. – 1988. – № 23. – P. 105-151.
10. Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль. – Томск: МП «РАСКО», 1991. – 272 с.

УДК 621. 396. 946. 2

Визначення структурної складності децентралізованих телекомунікаційних мереж спеціальних систем управління методами спектральної теорії графів

В.В. Воротніков[1], канд. техн. наук, **Ю.О. Кулаков**[2], д-р техн. наук

[1]Житомирський військовий інститут ім. С. П. Корольова Національного авіаційного Університету, пр. Перемоги, 22, г. Житомир, 10004, Україна.

[2]Національний Технічний Університет України «Київський Політехнічний Інститут», вул. Політехнічна, 16, корпус 18, г. Київ, 03056, Україна.

В статті запропоновано використання методів спектральної теорії графів для оцінки структурної складності децентралізованих телекомунікаційних мереж спеціальних систем управління, шляхом дослідження статистичних властивостей, що характеризують поведінку мережі і прогнозують її поведінку при зміні структурних властивостей. Для знаходження спектру матриці суміжності графа телекомунікаційної мережі запропоновано використання прямого методу з рішенням системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом січних. Показано, що прямий метод на основі методу січних має гарну збіжність і дозволяє визначити приблизне рішення за кінцеву кількість ітерацій. Запропонований показник складності мережі є інваріантним і може бути використаний при розв’язку задач перевірки ізоморфізму графів, розбиття графів на кластери тощо. Бібл. 10, рис. 3

Ключові слова: *структурна складність мережі, ізоморфізм, спектр графу, інваріанти графа, власні значення, збіжність методу.*

UDC 621. 396. 946. 2

Determination of structural complication of decentralizing networks TCNS of special control system by the methods of graphs spectral theory

V.V. Vorotnikov[1], Ph.D., **Y.A. Kulakov**[2], Dr.Sc.

[1]Zhitomir military institute the name of S. P. Koroleva National aviation University,

pr. Peremogi, 22, Zhitomir, 10004, Ukraine.

[2]National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",

st. Polytechnique, 16, Kiev, 03056, Ukraine.

In the article the use of methods of spectral theory of the graphs is offered for the estimation of structural complication of decentralizing TCNS of special control system, by research of statistical properties which characterize the conduct of network and forecast its conduct at the change of structural properties. For finding of spectrum of adjacency of count of TCN matrix the use of direct method is offered with the decision of the system of linear equalizations of algebra by the method of secant. It is rotined that a direct method on the basis of method of secant has beautiful convergence and allows to define an approximate decision for the eventual amount of iterations. The offered index of complication of network is invariant and can be used for the decision of tasks of verification of isomorphism of counts, laying out of counts, on clusters and others like that. Reference 10, figures 3

Keywords: *structural complication of network, isomorphism, spectrum of count, invariants of count, own values, convergence of method.*

References

1. *Andreev A. M.* (2011), [Analiz basic descriptions of the computer systems by the methods of spectral theory of the graphs]. Electronic resource 10, October is a access: http://www.technomag.edu.ru/doc/233774.html (Rus)
2. *Buvaylo D.P.* (2002), [The Rapid high-performance algorithm for the division of irregular counts]. Zaporozhia: Announcer of the Zaporozhia state university. No 2, P.10. (Ukr)
3. *E. á. Yudin, V.N. Zadorozhnyy*. (2012), [Methods of structural authentication of large stochastic networks and generation of casual counts]. A management is in the technical, ergatic, organizational and network systems – UTEOSS-2012, Saint Petersburg, on October, 9-11, pp. 515-518 p. (Rus)
4. *Barabasi A., Albert R.* (1999), [Emergence of csaling in random networks]. Science. 1999. Vol.286. pp.500-512.
5. *Melnikova E.A., Sayfullina E.F.* (2012), [Application of different invariants of counts to verification of isomorphism of some types of counts]. Problems of informatics are in education, management, economy and technique: Collection of reasons of the XII International scientific and technical conference is Penza: PDZ, pp. 40-42. (Rus)
6. *Cvetkovich, D.* (1984), [Spektry counts [Text]: Theory and application]. Trudged. with angl. of V. P. Korolyuka; Under red. V. P. Korolyuka. — a 2th publ. is Kiev: Naukova dumka, P. 384. (Rus)
7. *Ryashko L.B., Bashkirceva I.A.* (2013), [Spectral criterion of stochastic firmness of invariant solutions]. Cybernetics and analysis of the systems. No 1. pp. 82-90. (Ukr)
8. *Mekenyan O., Bonchev D.* (1988). [Topological indices for molecular fragments and new graph invariants]. Journal of Mathematical Chemistry. no 3. pp. 347-375.
9. *Skorobogatov V.A., Dobrynin A.A.* (1988), [Metric analysis of graphs]. MATCH – Communications in Mathematical and in Computer Chemistry. No 23. pp. 105-151.
10. *Mudrov A.E.* (1991), [The Numeral methods for PEVM on languages Basic, Fortran and Paskal]. it is Tomsk: MT of «RASKO», P. 272. (Rus)

Поступила в редакцию 27 января 2013 г.