

Акустические приборы и системы

УДК 534.3

О.В. Коржик, д-р техн. наук,

Випромінення звуку циліндричним електропружним джерелом нульового порядку, яке розміщено в замкненому пружному шарі

На основі розрахункової моделі підводного циліндричного п'єзокерамічного перетворювача у вигляді тонкої п'єзокерамічної оболонки нескінченної довжини, яку розміщено в перехідному шарі пружного матеріалу, розв'язана задача про випромінювання звукових хвиль для випадку повного електродування його активної поверхні.

Виконано постановку задачі прийому та отримано аналітичний розв'язок для основних фізичних полів з врахуванням зв'язаності системи "оболонка – шар – робоче середовище".

The problem of receiving a cylindrical electroelastic audio converter with full electrodynamic surface, placed in a closed-wave multimode fiber based system is solved. Solution of the problem is occur with the method of partial domains, using the Fourier method, and the properties of completeness and orthogonality of the cylindrical wave functions for the conjugation of the fields on the boundaries of subdomains. The expansion coefficients of sound fields of the wave envelope and the annular layer is found.

Ключові слова: випромінення звукових хвиль, оболонка, п'єзокерамічний перетворювач, наскрізна задача, метод часткових областей, хвильовий пружний шар.

Вступ

В практиці створення та застосування узгоджуваних та технологічних елементів підводних перетворювачів у вигляді перехідних пружних шарів, керуються відомими положеннями щодо визначення хвильового опору таких шарів - як середньгеометричного хвильових опорів оточуючих межуючих середовищ [1]. При цьому важливим є визначення ступеню звукопрозорості обраних матеріалів та конструкцій в заданих хвильових умовах.

Отже, використання вказаних пасивних елементів певним чином пов'язано з ефективністю передачі звукової енергії від власне активного елемента перетворювача через пружний шар в робоче середовище. Відомо також [1,2], що то-

вщини таких шарів для створення умов звукопрозорості мають обиратися як чвертьхвильові для заданої робочої частоти.

При цьому врахування ефектів зв'язаності основних полів, що беруть участь в процесі перетворення електричної енергії та формування акустичного поля електропружного джерела, вочевидь більш повно характеризуватиме власне режим випромінювання, як такий, та, напевне, дозволить повніше описати умови застосування пружних перехідних колових шарів – як конструктивних елементів підводних циліндричних електроакустичних перетворювачів. Додамо, що такі шари суттєво доповнюють основну коливальну систему, збагачуючи кількість розподілених параметрів.

Таким чином, задача випромінювання звукових хвиль електропружним перетворювачем в наскрізній постановці з врахуванням ефектів зв'язаності акустичних, механічних та електричних полів є актуальною з точки зору дослідження нових ефектів, що мають супроводжувати формування звукових полів при застосуванні в конструкціях п'єзокерамічних циліндричних перетворювачах колових пружних перехідних шарів.

Зазначимо, що клас задач наскрізного типу на сьогодні в основному розвинуто в частині використання перетворювачів та їх систем, що навантажені на робоче середовище безпосередньо робочою поверхнею без проміжкових конструктивних елементів (наприклад роботи [3,4]). З іншого боку, відомі роботи, що присвячені суто хвильовим особливостям роботи перетворювачів, що розміщені в пружних шарах і не використовують практику наскрізних постановок (наприклад, [5-7]).

Отже, цікавим і доцільним на наш погляд є поєднання моделей та підходів традиційної хвильової акустики [1,6,7] та наскрізних підходів [3,4]. Таким чином, метою роботи, що пропонується, є постановка і розв'язання задачі випромінювання звуку циліндричним п'єзокерамічним перетворювачем при роботі в шарі пружного перехідного матеріалу. Як вихідний, пропонується випадок повного електродування робочої поверхні циліндричного перетворювача, що визнача-

тиме джерело звуку – як циліндричне джерело нульового порядку. При цьому визначенню підлягають власне аналітичні співвідношення - як результат розв'язку наскрізної задачі випромінювання та особливості формування електричного збудження активного елемента та особливості застосування перехідних пружних шарів.

Постановка задачі

Розглядається задача про випромінювання звуку безкінечним коловим циліндричним перетворювачем через замкнений кільцевий однорідний шар в наскрізній постановці, яка належить до класу задач стаціонарної гідроелектропружності.

Передбачається, що в ідеальній рідині з густиною ρ і швидкістю звуку c розташовано коливальну систему, що складається з поодинокого п'єзокерамічного циліндричного перетворювача безкінечної довжини, який розміщено в замкненому пружному шарі. Шар є перехідним між активним елементом перетворювача та робочим середовищем. Сам перетворювач подано коловою електропружною радіально поляризованою оболонкою довільного радіуса R_{0s} з товщиною стінки $h_{0s} = R_{1s} - R_{0s}$ (рис.1). В середині перетворювача – вакуум. На зовнішню і внутрішню поверхні перетворювача нанесено суцільні електроди з кутом розкриву $2\gamma_{0s} = 2\pi$.

Товщини електродів вважаємо малими та такими, що не впливають на електромеханічні характеристики перетворювача та не вимагають залучення додаткових умов по механічному та електричному полю. Випромінювання звуку відбувається через замкнений кільцевий шар радіусу R_{1s} та товщиною $h_{sh} \ll \lambda_{sh}$, в якому в свою чергу формується суперпозиція циліндричних хвиль, що рухаються назустріч одна одній. Вважаємо, що матеріал шару не опирається деформаціям зсуву та характеризується густиною ρ_1 та швидкістю звуку c_1 .

Заначена коливальна система збуджується зовнішнім електричним джерелом. В якості модельного подання джерела електричної енергії можна як генератор напруги, так і генератор струму. Визначемо вказане джерело як генератор напруги та вважатимемо заданою різницю потенціалів, що прикладена до клем "1" і "2" (рис. 1) та записана як:

$$\Delta \Psi = U_0 e^{-i\omega t},$$

Математично робота вказаної коливальної системи описується з використанням:

- рівнянь стану для п'єзокераміки, які лінійно пов'язують між собою компоненти механічних напружень, деформації, електричну напруженість та індукцію;
- рівнянь руху елемента механічної коливальної системи перетворювача;
- співвідношень Коши, що пов'язують компоненти тензору деформацій та вектору переміщення;
- рівнянь вимушеної електростатики.

Сумісний розв'язок вказаних рівнянь дозволяє визначити характеристики перетворювача з врахуванням зв'язаності трьох основних полів – електричного, механічного та акустичного. Розв'язок відбувається за допомогою методу часткових областей [6] з використанням методу Фур'є та властивостей повноти та ортогональності циліндричних хвильових функцій і функцій виду $e^{in\varphi}$ на інтервалі $[0; 2\pi]$. Таким чином, задача зводиться до відшукування невідомих коефіцієнтів розкладень для акустичних, механічних та електричних полів запропонованої коливальної системи "перетворювач – хвильовий шар- робоче середовище" як системи з розподіленими параметрами.

Розв'язання задачі

Введемо координатні системи (рис.1):

- загальну прямокутну систему координат $OXYZ$, яка розташована, так що вісь OX лежить в площині перетину перетворювача, а вісь OZ є паралельною повздовжній вісі циліндру;
- локальну прямокутну систему координат $O_s X_s Y_s Z_s$, для якої вісь $O_s Z_s$ співпадає з повздовжнюю віссю відповідної s -ї оболонки.
- локальну $R_s \varphi_s Z_s$ колову циліндричну систему координат, яка пов'язана з прямокутними системами відомими співвідношеннями.

Застосуємо метод часткових областей [6,8]. Для цього розіб'ємо область існування акустичного поля на ряд областей I, II, III (рис.1) так, що область I ($R_{0s} \leq r_s \leq R_{1s}$, $\varphi_s \in [0; 2\pi]$) відповідає замкненому перехідному хвильовому шару, область II ($R_{1s} \leq r_s < \infty$, $\varphi_s \in [0; 2\pi]$) – робочому середовищу, область III ($r_s \leq R_{0s} - h_{0s}$, $\varphi_s \in [0; 2\pi]$) – внутрішньому об'єму цилінра. Внаслідок умови вакуумізації

Вважаємо, що нормальні складові коливної швидкості точок поверхні оболонки v_{rs} визначаються виразом :

$$v_{rs} = \frac{\partial W_s}{\partial t} = \dot{W}_s, \quad r_s = R_{0s}, \quad (5)$$

що в подальшому представляється рядом Фур'є. Для зовнішньої поверхні справедливими є наступні умови:

$$v_{r_{usz}} = \frac{1}{i\rho_1 c_1} \frac{\partial p_I}{\partial (k_1 r_s)} \Big|_{r_s=R_{1s}} = \frac{1}{i\rho c} \frac{\partial p_{II}}{\partial (k r_s)} \Big|_{r_s=R_{1s}} \quad (6)$$

Нехай зазначений безкінечний по довжині циліндричний перетворювач виконано з п'єзома-теріалу зі швидкістю звуку c_{ms} і густиною ρ_{ms} . Отже, для вказаного плоского випадку рівняння руху оболонки в рамках гіпотез Кирхгофа-Лява, використовувачі, скажімо, до [8,9] мають вигляд :

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[1 + \frac{h_{0s}^2}{12R_{0s}^2} \left(1 + \frac{e_{31}^2}{C_{11}^E \epsilon_{33}^S} \right) \right] \frac{\partial^2 U_s}{\partial \varphi_s^2} + \frac{\partial W_s}{\partial \varphi_s} - \\ & - \frac{h_{0s}^2}{12R_{0s}^2} \left(1 + \frac{e_{31}^2}{C_{11}^E \epsilon_{33}^S} \right) \frac{\partial^3 W_s}{\partial \varphi_s^3} - \\ & - R_{0s} \frac{e_{31}}{C_{11}^E} \frac{\partial E_{rs}^{(0)}}{\partial \varphi_s} - \frac{R_{0s}^2 \rho_{ms}}{C_{11}^E} \frac{\partial^2 U_s}{\partial t^2} = 0; \\ & \frac{\partial U_s}{\partial \varphi_s} + \frac{h_{0s}^2}{12R_{0s}^2} \left(1 + \frac{e_{31}^2}{C_{11}^E \epsilon_{33}^S} \right) \frac{\partial^3 U_s}{\partial \varphi_s^3} - W_s - \\ & - \frac{h_{0s}^2}{12R_{0s}^2} \left(1 + \frac{e_{31}}{C_{11}^E \epsilon_{33}^S} \right) \frac{\partial^4 W_s}{\partial \varphi_s^4} + \\ & + R_{0s} \frac{e_{31}}{C_{11}^E} E_{rs}^{(0)} + \frac{R_{0s}^2}{h_{0s} C_{11}^E} q_{rs} - \\ & - \frac{R_{0s}^2 \rho_{ms}}{C_{11}^E} \frac{\partial^2 W_s}{\partial t^2} = 0, \end{aligned} \right. \quad (7)$$

де q_{rs} - зовнішнє навантаження (має зміст акустичного тиску (2));

W_s - радіальна складова переміщення точок поверхні оболонки:

$$W_s = \sum_m W_m^{(s)} e^{im\varphi_s}, \quad m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots;$$

U_s - тангенційна складова переміщення точок поверхні оболонки:

$$U_s = \sum_m U_m^{(s)} e^{im\varphi_s};$$

e_{31} - п'єзокерамічна константа; ϵ_{33}^S - діелектрична проникність матеріалу оболонки;

$E_{rs}^{(0)}$ - радіальна складова вектору електричної напруженості електричного поля.

З точки зору електричного навантаження, джерело якого визначено вище, складова електричного поля в п'єзокераміці $E_{rs}^{(0)}$ визначається з умови [10]:

$$U_m^{(0)} = - \int_{\frac{h_{0s}}{2}}^{\frac{h_{0s}}{2}} E_{rs|2\gamma_{01}} dh, \quad (8)$$

де

$$E_{rs}^{(0)} = E_{rs|2\gamma_{01}} \cdot f_1(\varphi_s), \quad (9)$$

а $f_1(\varphi_s) = \sum_k 2\gamma_{01} \frac{\sin k\gamma_{01}}{k\gamma_{01}} e^{ik\varphi_s}$ - функція включення [3] і враховує вид електродування поверхні перетворювача ($k \in]-\infty; +\infty[$).

Отже, для задіяного випадку електродування з врахуванням властивостей повноти і ортогональності функцій $f_1(\varphi_s)$, рівняння (8) матиме вигляд

$$E_{rs}^{(0)} = E_{rs|2\gamma_{01}} = - \frac{U_{01H}^{(0)}}{h_{01}} \cdot 2\pi. \quad (10)$$

Відмитимо, що справедливою є ситуація $\frac{\partial E_{rs}^{(0)}}{\partial \varphi_s} = 0$, вбачаючи відсутність змінення $E_{rs}^{(0)}$ по куту для такого електродування.

Для системи (7) введемо позначення [8]:

$$\begin{aligned} a &= \frac{h_{0s}^2}{12R_{0s}^2}, & b &= \left(1 + \frac{e_{31}^2}{C_{11}^E \epsilon_{33}^S} \right), \\ c &= \frac{R_{0s} e_{31}}{C_{11}^E}, & d &= \frac{R_{0s}^2 \rho_{ms}}{C_{11}^E}, \\ d1 &= \frac{R_{0s}^2}{C_{11}^E h_{0s}}; \end{aligned} \quad (11)$$

Далі, застосовуючи підхід, наведений в роботі [8] відносно системи (7), позначень (11) та розкладень (1) і (2), а також, використовуючи зазначені умови спряження, граничні умови та властивості повноти та ортогональності циліндричних хвильових функцій та функцій виду $e^{im\varphi_s}$ на інтервалі $\varphi_s \in [0; 2\pi]$, отримаємо систему рівнянь :

$$\left\{ \begin{aligned} W_0^{(s)} &= -i \frac{k_1}{\omega} (A_0^s I_0'(k_1 R_{0s}) + B_0 N_0'(k_1 R_{0s})); \\ k_1 [A_0^s I_0'(k_1 R_{1s}) + B_0^s N_0'(k_1 R_{1s})] &= \\ &= k [E_0^s H_0^{(1)}(k R_{1s}); \\ \rho_1 [A_0^s I_0'(k_1 R_{1s}) + B_0^s N_0'(k_1 R_{1s})] &= \\ &= \rho [E_0^s H_0^{(1)}(k R_{1s})]; \\ \bar{F}_0(\omega) W_0^{(s)} - c U_0 2\pi = d 1(i\omega \rho_1) \times & \\ \times (A_0^s I_0'(k_1 R_{0s}) + B_0 N_0'(k_1 R_{0s})). & \end{aligned} \right. \quad (12)$$

В системі рівнянь (12) "штрих" вказує на диференціювання по аргументу $k r_s$ хвильових функцій.

Далі за аналогією з порядком перетворень роботи [8], отримуємо

$$U_0^{(s)} = 0,$$

що підтверджує існування лише радіальних коливань оболонки для даного типу електродування.

Таким чином, маємо чотири рівняння (12), розв'язання яких дає можливість знайти невідомі коефіцієнти розкладень полів A_0^s , B_0^s , E_0^s , $W_0^{(s)}$.

Введемо доаткові позначення:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_0(\omega) &= \bar{F}_0(\omega) \left(-i \frac{k_1}{\omega} \right); \\ \tilde{b}_0(\omega) &= d 1(i\omega \rho_1), \end{aligned} \quad (13)$$

де $\bar{F}_0(\omega) = d\omega^2 - 1$;

$$\eta_{R_{0s}}^0(\omega) = \frac{c U_0 2\pi}{\tilde{a}(\omega) I_0'(k_1 R_{0s}) - \tilde{b}(\omega) I_0(k_1 R_{0s})} \quad (14)$$

$$\Delta_{R_{0s}}^0(\omega) = \frac{\tilde{a}(\omega) N_0'(k_1 R_{0s}) - \tilde{b}(\omega) N_0(k_1 R_{0s})}{\tilde{a}(\omega) I_0'(k_1 R_{0s}) - \tilde{b}(\omega) I_0(k_1 R_{0s})} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \beta_{R_{1s}}^0(\omega) &= \rho c I_0'(k_1 R_{1s}) H_0(k R_{1s}) - \\ &- \rho_1 c_1 I_0(k_1 R_{1s}) H_0'(k R_{1s}); \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \xi_{R_{1s}}^0(\omega) &= \rho c N_0'(k_1 R_{1s}) H_0(k R_{1s}) - \\ &- \rho_1 c_1 N_0(k_1 R_{1s}) H_0'(k R_{1s}); \end{aligned} \quad (17)$$

Сумісний розв'язок рівнянь системи (12) з використанням виразів (13)-(17) дозволяє знайти невідомі коефіцієнти розкладень та записати їх як :

$$\left\{ \begin{aligned} B_0 &= -A_0 \frac{\beta_{R_{1s}}^0(\omega)}{\xi_{R_{1s}}^0(\omega)}; \\ A_0 &= \frac{\eta_{R_{0s}}^0(\omega)}{1 - \frac{\beta_{R_{1s}}^0(\omega)}{\xi_{R_{1s}}^0(\omega)} \Delta_{R_{0s}}^0(\omega)}; \\ E_0 &= \frac{k_1 [A_0 I_0'(k_1 R_{1s}) + B_0 N_0'(k_1 R_{1s})]}{H_0'(k R_{1s})} = \\ &= \frac{\rho_1 [A_0 I_0'(k_1 R_{1s}) + B_0 N_0'(k_1 R_{1s})]}{H_0(k R_{1s})}. \end{aligned} \right. \quad (18)$$

Таким чином, застосування знайдених коефіцієнтів (18) в розкладеннях (1), (2) та в ряді для переміщень складової $W_0^{(s)}$ - дає можливість оцінити акустичні властивості перехідного кільцевого хвильового шару та його вплив на формування акустичного поля в робочому середовищі.

Власне, використовуючи отримані аналітичні результати та застосовуючи співвідношення (1), (2), (4), (10), (18), визначаються польові характеристики задачі та особливості застосування вказаного замкнутого перехідного пружного кільцевого шару.

Висновки

В роботі поставлена та для плоского випадку аналітично розв'язана задача випромінювання звукових хвиль підводним циліндричним п'єзокерамічним електропружним перетворювачем з повністю електродованою поверхнею, який працює в замкнутому перехідному кільцевому пружному хвильовому шарі.

Отримані вирази враховують фізичні особливості, що виникають за рахунок зв'язаності полів, які беруть участь в процесі перетворення електричної енергії на акустичну.

Література

1. Гринченко В.Т., Вовк І.В., Маципура В.Т. Основи акустики. – К.: Наукова думка, 2007. – 640 с.
2. Глазнов В.Е. Экранирование гидроакустических антенн. – Л.: Судостроение, 1986. – 148 с.
3. Коржик О.В., Лесечко М.І. Випромінювання звукових хвиль системою циліндричних перетворювачів, що підключені до довгої лінії // Електроніка та зв'язок. – 2010. – № 1. – С. 54–62.

4. Морзун И.О., Савин В.Г. Преобразование акустических импульсов в электрические сферической пьезокерамической оболочкой //Электроника и связь, –2006.– № 6. – С.36–42.
5. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1972. –352 с.
6. Гринченко В.Т., Вовк И. В. Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках. – К.: Наук.думка, 1986. – 240 с.
7. Лейко А.Г., Шамарин Ю.Е., Ткаченко В.П. Подводные акустические антенны. Методы расчета звуковых полей. – Киев, 2000. – 320 с.
8. Филиппова Н.Ю., Коржик А.В. Постановка и решение задачи о приеме звука цилиндрическим электроупругим преобразователем с полностью электродированной поверхностью, размещенным в замкнутом волновом слое// Электроника и связь. – 2012. – № 1. – С. 17-23.
9. Дідковський В.С., Лейко О.Г., Савін В.Г. Електроакустичні п'єзокерамічні перетворювачі (Розрахунок, проектування, конструювання): Навчальний посібник. – Кіровоград: "Імекс-ЛТД", 2006. – 448 с.
10. Гринченко В.Т., Улитко А. Ф., Шульга Н.А. Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5 т. / Отв. ред. А.Н. Гузь АН УССР. – К.: Наукова думка, 1989. – Т. 5: Электроупругость. – 280 с.
11. Плескач М.Г., Лейко О.Г. Випромінення звуку циліндричним п'єзокерамічним перетворювачем, розміщеним в шарі звукопрозорого матеріалу // Электроника и связь. – 2010, – №4, – С. 175 – 179.