

УДК 534.213:534.232.082.74

О. Н. Петрищев, д-р техн. наук, Н. С. Трушко

Функция Грина ультразвукового тракта системы мониторинга шумов акустической эмиссии в пластинах

В работе построена математическая модель ультразвукового тракта системы мониторинга шумов акустической эмиссии, которая учитывает основные особенности и закономерности возбуждения, распространения и регистрации волн Лэмба контактным способом. Предложен универсальный инструмент для дальнейших исследований в области теории метода акустической эмиссии – функция Грина ультразвукового тракта. Показано, что для эффективной регистрации высокочастотных спектральных составляющих шумов акустической эмиссии необходимо использовать ультразвуковые преобразователи с минимальной площадью механического контакта. Установлено, что размеры и форма области когерентного излучения группы источников шумов акустической эмиссии определяют модальный состав поля ультразвуковых волн в пластине и в значительной мере определяют спектральные характеристики сигнала на электрическом выходе ультразвукового тракта.

The mathematical model of the ultrasonic acoustic emissions monitoring channel is presented. The main characteristics of Lamb wave excitation, propagation and detection processes are considered in the model. Green's function is obtained for the ultrasonic channel and may be utilized in further acoustic emissions research. It is established that the efficiency of detection of high-frequency signal components can be improved by minimizing the area of the mechanical contact between the transducer and the surface of a tested object. It is shown that the shape and the size of the domain of coherent acoustic emissions determine the modal structure of the ultrasonic field within the plate and thus make a strong impact on the spectral characteristics of the transducer's response.

Ключевые слова: акустическая эмиссия, волны Лэмба, функция Грина, неразрушающий контроль.

Введение

Среди достаточно большого перечня методов неразрушающего контроля и технической диагностики состояния материалов в последнее

время становится все более актуальным и все более востребованным метод акустической эмиссии (АЭ). Существенные преимущества этого метода можно обозначить следующим образом. Во-первых, итог применения метода состоит не в установлении текущего характера разрушений, а формировании на основе полученных данных прогноза о развитии разрушений в зависимости от условий дальнейшей эксплуатации объекта. Такое прогнозирование не предполагает привлечения внешних по отношению к методу расчетов или обращения к проекторочным расчетам конструкции и истории эксплуатации, предшествующей диагностике [1]. Во-вторых, в отличие от активных методов, в которых выбор параметров излучения следует считать фактором, в той или иной мере опосредующим получаемую информацию, здесь ее «первоисточником» является сам дефект [2]. В-третьих, процесс диагностики не требует постоянного активного участия персонала после установки и настройки диагностической системы. Более того, в ходе диагностики персонал и блоки аналитической обработки данных системы могут быть размещены на значительном удалении от объекта, что немаловажно в случае потенциальной опасности аварийной ситуации для окружающих [2]. Преобладает практика применения метода в режиме непрерывного мониторинга – как правило весьма длительного, вплоть до снабжения объекта диагностической системой на весь срок его эксплуатации.

В результате экспериментальных исследований была достоверно установлена связь спектральных и энергетических характеристик шумов АЭ с масштабами деформационных процессов в материалах [2-9]. Более того, наличествующее понимание механики разрушения позволило дать этой связи состоятельную физическую трактовку.

Экспериментально доказанным фактом является то, что с помощью метода АЭ можно измерять уровень напряжений (деформаций) материала конструкции, обнаруживать различные дефекты и определять их координаты, оценивать степень опасности дефектов, а также решать другие задачи при оценке состояния конструкций и сооружений. Однако эти методы не нашли пока такого уровня практического приме-

нения, который был бы адекватен их реальным возможностям. Объясняется это их относительной новизной, наличием ряда не развитых в достаточной мере вопросов теории. К перечню нерешенных вопросов теории метода АЭ в первую очередь относится вопрос о механизме доставки энергии источника шумов АЭ в точку наблюдения, где располагается регистрирующий ультразвуковые волны электроакустический преобразователь, в элементах конструкций как волноводах. Особенностью постановки и исследования данного вопроса является тот известный факт [10], что в области высоких частот (коротких волн) в пластинах и стержнях существует определенное зависимое от частоты количество распространяющихся нормальных волн, каждая из которых имеет свой определенный вес в энергетическом балансе динамического напряженно-деформированного состояния объекта. При этом далеко не каждая нормальная волна может быть эффективно зарегистрирована преобразователем с реальными характеристиками, расположенном на поверхности твердого тела. От этого утверждения легко прийти к выводу, что вопрос анализа характера переноса энергии упругих колебаний в волноводах целесообразно рассматривать совместно с вопросом оценки влияния физических параметров преобразователей на регистрируемый сигнал.

В данной работе представлена математическая модель процесса переноса энергии упругих колебаний от источника шумов АЭ, расположенного в объеме пластины, к рабочей поверхности приемника колебаний и преобразования колебаний в электрический сигнал. Пластина выбрана в качестве модельного представления типовых объектов, диагностируемых методом акустической эмиссии – тонкостенных резервуаров, труб и т. п. Особенности применения метода для технической диагностики состояния объектов такого рода рассмотрены в работах [3, 11-14].

1. Моделирование процесса излучения ультразвуковых волн единичным источником шумов акустической эмиссии

Шумы акустической эмиссии генерируются в результате изменения структуры кристаллической решетки [3]. Это означает, что размеры единичного источника имеют порядок расстояний между атомами в узлах кристаллической решетки, что на несколько порядков меньше длин упругих волн, которые могут быть зарегистрированы в реальном эксперименте. Из этого следует, что под единичным источником шумов

акустической эмиссии можно понимать кластер из достаточно большого числа кристаллических решеток, максимальные размеры которого существенно меньше длины упругой волны, соответствующей верхней границе частотного диапазона, в пределах которого происходит регистрация сигналов в реальных устройствах. При этом, естественно, форма источника не влияет на характеристики созданного им волнового поля. По этой причине будем полагать, что источник шумов акустической эмиссии имеет сферическую форму, причем радиус сферы $R_0 \rightarrow 0$.

Поскольку переход кристаллической решетки в новое состояние происходит скачкообразно [3], постольку выделяемая при этом энергия имеет спектральную плотность $E(\omega) \sim E_0/\omega$, где E_0 – уровень скачка энергии, ω – круговая частота. Принимая во внимание это обстоятельство, заменим реальный кластер источников шумов акустической эмиссии пульсирующей по гармоническому закону $e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$; t – время) сферой радиуса R_0 , которая находится на вертикальной оси Oz цилиндрической системы координат (ρ, ϑ, z) . Координату центра сферы обозначим символом z_0 . На поверхности сферы действует гармонически изменяющаяся во времени центрально симметричная сила $F_R(t) = F_R(\omega)e^{i\omega t}$, амплитудное значение которой $F_R(\omega) = F_0/(k_s R_0)$, где F_0 – сила, пропорциональная выделяемой кластером энергии; $k_s = \omega/v_s$; $v_s = \sqrt{G/\rho_0}$ – скорость волн сдвига в материале пластины; G и ρ_0 – модуль сдвига и плотность материала.

В работе [15] получено общее решение неоднородной граничной задачи о возбуждении радиально распространяющихся волн Лэмба системой объемных и поверхностных нагрузок. Для того, чтобы воспользоваться результатами этой работы, формально представим центрально симметричный компонент $F_R(\omega)$ вектора силы в виде произведения объемной плотности $f_R^*(\omega)$ на «объем» поверхности сферы $V_c = 4\pi R_0^2 \lim_{\Delta \rightarrow 0} \Delta$, где Δ – «толщина» поверхности сферы. При этом $F_R(\omega) = 4\pi R_0^2 \lim_{\Delta \rightarrow 0} [\Delta \cdot f_R^*(\omega)]$. При вычислении амплитудных множителей симметричных и антисимметричных волн Лэмба в представленных в работе [15] расчетных соотношениях необхо-

димо перейти к сферической системе координат. Выполнив необходимые вычисления и осуществив в полученном результате предельный переход $R_0 \rightarrow 0$, т. е. переходя к точечному источнику, получаем следующие соотношения для расчета компонентов вектора смеще-

ния материальных частиц пластины в точке наблюдения с координатами (ρ, z) :

а) симметричные осесимметрично распространяющиеся волны Лэмба (множитель $e^{i\omega t}$ опущен):

$$\begin{aligned} u_{\rho}^{SL}(\rho, z) &= -iU_0 F_s(\gamma, z_0) \left[a_{\rho}^S \cos \alpha z + b_{\rho}^S \cos \beta z \right] H_1^{(2)}(\gamma \rho); \\ u_z^{SL}(\rho, z) &= -iU_0 F_s(\gamma, z_0) \left[a_z^S \sin \alpha z + b_z^S \sin \beta z \right] H_0^{(2)}(\gamma \rho), \end{aligned} \quad (1)$$

где $U_0 = F_0 / [24(\lambda + 2G)h]$; λ – константа Ламе (модуль упругости изотропного твердого тела); h – полутолщина пластины;

$$\begin{aligned} F_s(\gamma, z_0) &= \frac{(\gamma h) \left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] (\beta h)^2 \cos(\alpha z_0)}{(k_s h)^5 (\alpha h) \sin(\alpha h) \Delta_0(\gamma h)}; \\ \Delta_0(\gamma h) &= \frac{\beta}{k_s^4 h} \cdot \frac{d\Delta_s(\chi)}{d\chi}; \quad \chi \equiv \gamma^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_s(\chi) &= (\gamma^2 - \beta^2)^2 \cos(\alpha h) \sin(\beta h) + 4\gamma^2 \alpha \beta \sin(\alpha h) \cos(\beta h) = 0; \quad \alpha^2 + \gamma^2 = k_l^2; \\ k_l^2 &= \omega^2 \rho_0 / (\lambda + 2G); \quad \beta^2 + \gamma^2 = k_s^2; \quad k_s^2 = \omega^2 \rho_0 / G; \quad a_{\rho}^S = \left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] \frac{\sin(\beta h)}{(\beta h)}; \\ b_{\rho}^S &= 2(\alpha h) \sin(\alpha h); \quad a_z^S = \left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] \frac{\sin(\beta h)}{(\beta h)} \cdot \frac{(\alpha h)}{(\gamma h)}; \quad b_z^S = -2(\alpha h) \sin(\alpha h) \frac{(\gamma h)}{(\beta h)}; \end{aligned}$$

$H_v^{(2)}(\gamma \rho)$ ($v = 0, 1$) – функции Ханкеля второго рода;

а) антисимметричные осесимметрично распространяющиеся волны Лэмба:

$$\begin{aligned} u_{\rho}^{AL}(\rho, z) &= iU_0 F_a(\gamma, z_0) \left[a_{\rho}^A \sin \alpha z + b_{\rho}^A \sin \beta z \right] H_1^{(2)}(\gamma \rho); \\ u_z^{AL}(\rho, z) &= -iU_0 F_a(\gamma, z_0) \left[a_z^A \cos \alpha z + b_z^A \cos \beta z \right] H_0^{(2)}(\gamma \rho), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} F_a(\gamma, z_0) &= \frac{(\gamma h) \left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] \cos(\beta h) \sin(\alpha z_0)}{(k_s h)^5 (\alpha h) \cos(\alpha h) \Lambda_0(\gamma h)}; \quad \Lambda_0(\gamma h) = \frac{\alpha}{k_s^4 h} \cdot \frac{d\Delta_a(\chi)}{d\chi}; \\ \Delta_a(\chi) &= (\gamma^2 - \beta^2)^2 \sin(\alpha h) \cos(\beta h) + 4\gamma^2 \alpha \beta \cos(\alpha h) \sin(\beta h) = 0; \quad a_{\rho}^A = \alpha h; \quad a_z^A = \frac{(\alpha h)^2}{\gamma h}; \\ b_{\rho}^A &= -\frac{\left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] (\alpha h) \sin(\alpha h)}{2(\gamma h)^2 \sin(\beta h)}; \quad b_z^A = \frac{\left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] (\alpha h) \sin(\alpha h)}{2(\gamma h)(\beta h) \sin(\beta h)}. \end{aligned}$$

2. Регистрация ультразвуковых волн и определение функции Грина ультразвукового тракта системы мониторинга шумов акустической эмиссии

Рассмотрим стандартную ситуацию, когда ультразвуковые волны, возбуждаемые точечным источником (позиция 1 на рис. 1, а), который располагается на расстоянии z_0 от срединной поверхности пластины (позиция 2 на рис. 1, а), регистрируется пьезоэлектрическим преобразователем (позиция 4). Пьезоэлектрический преобразователь механически связан с пластиной (ультразвуковым волноводом) слоем контактной жидкости (позиция 3 на рис. 1, а), толщина которого не превышает нескольких десятков микрон. Рабочая поверхность преобразователя и, как следствие, область механического контакта, имеют форму круга радиуса R (рис. 1, б).

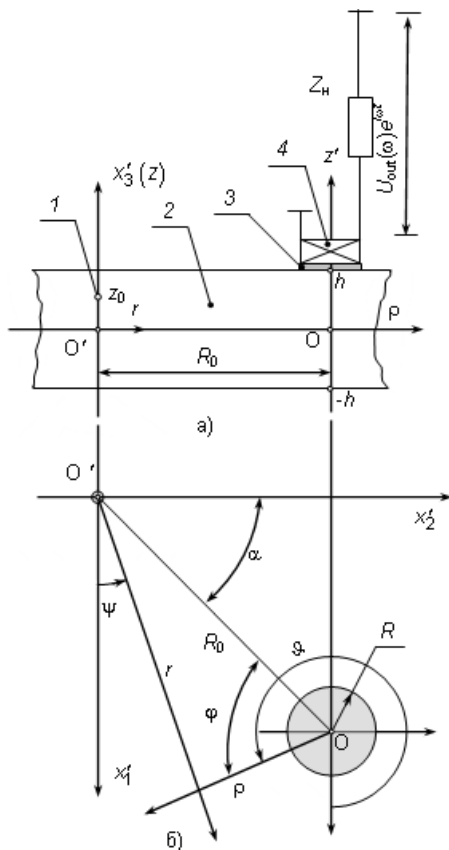


Рис. 1. Расчетная схема ультразвукового тракта регистрации шумов акустической эмиссии

Будем считать, что толщина слоя контактной жидкости существенно меньше минимально возможной длины волны упругих колебаний, которые могут быть зарегистрированы рассматриваемым преобразователем. По сравнению с

амплитудами смещений материальных частиц поверхности пластины, которые не превышают единиц нанометров, слой контактной жидкости является достаточно толстым. Так как динамическая вязкость жидкостей имеет порядок единиц миллипаскалей деленных на секунду, то сдвиговые напряжения, которые могут возникать на границе раздела пластина – контактная жидкость и которые обусловлены радиальными смещениями материальных частиц поверхности пластины, практически равны нулю на границе раздела контактная жидкость – рабочая поверхность пьезоэлектрического преобразователя. Таким образом, можно утверждать, что слой контактной жидкости толщиной несколько десятков микрон полностью отсекает от рабочей поверхности пьезопреобразователя радиальные смещения материальных частиц пластины, которые существуют в круговой области $\rho \leq R$, т. е. в области механического контакта преобразователя и пластины. При этом аксиальные смещения материальных частиц пластины в области механического контакта практически без искажений доставляются через слой контактной жидкости к рабочей поверхности преобразователя. Таким образом, на рабочей поверхности пьезопреобразователя существуют аксиальные смещения $u_z(\rho, t) = U_z(\rho) e^{i\omega t}$, амплитудное значение которых

$$U_z(\rho) = u_z^{\text{SL}}(\rho, h) + u_z^{\text{AL}}(\rho, h), \quad (3)$$

где $u_z^{\text{SL}}(\rho, h)$ и $u_z^{\text{AL}}(\rho, h)$ определены в системе координат (r, ψ, z') , связанной с точечным источником, выражениями (1) и (2), в которых $z' = h$. Если на данной частоте ω существует несколько распространяющихся симметричных и антисимметричных волн, то в правой части выражения (3) необходимо записать суммы аксиальных смещений, которые формируются в области механического контакта различными нормальными волнами. Так как зависимость от радиальной координаты r в обеих слагаемых правой части соотношения (3) одна и та же и определяется функцией Ханкеля $H_0^{(2)}(\gamma r)$, где γ – волновое число распространяющейся волны Лэмба, то переход к цилиндрической системе координат (ρ, ϑ, z) , связанной с центром области механического контакта (рис. 1, б), для симметричных и антисимметричных волн Лэмба осуществляется одинаковым образом. Следуя

теореме сложения Гегенбауэра [16] можно записать, что

$$H_0^{(2)}(\gamma r) = H_0^{(2)}(\gamma R_0)J_0(\gamma r) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} H_k^{(2)}(\gamma R_0)J_k(\gamma r)\cos(k\varphi) \quad (4)$$

где $J_\nu(\gamma r)$ ($\nu = 0, 1, \dots, k, \dots$) – функции Бесселя порядка ν .

$$U_z^0(\rho) = -iU_0 \left\{ \sum_{n=1}^N F_S(\gamma_n, z_0) U_z^{SL}(\gamma_n, h) H_0^{(2)}(\gamma_n R_0) J_0(\gamma_n \rho) + \sum_{m=1}^M F_A(\gamma_m, z_0) U_z^{AL}(\gamma_m, h) H_0^{(2)}(\gamma_m R_0) J_0(\gamma_m \rho) \right\};$$

$$U_z^k(\rho) = -iU_0 \left\{ \sum_{n=1}^N F_S(\gamma_n, z_0) U_z^{SL}(\gamma_n, h) H_k^{(2)}(\gamma_n R_0) J_k(\gamma_n \rho) + \sum_{m=1}^M F_A(\gamma_m, z_0) U_z^{AL}(\gamma_m, h) H_k^{(2)}(\gamma_m R_0) J_k(\gamma_m \rho) \right\};$$

N и M – число распространяющихся на данной частоте ω симметричных и антисимметричных волн Лэмба; U_0 , $F_S(\gamma_n, z_0)$ и $F_A(\gamma_m, z_0)$ – определены в комментариях к формулам (1) и (2); γ_n и γ_m – действительные корни дисперсионных уравнений $\Delta_S(\chi_n) = 0$ и $\Delta_A(\chi_m) = 0$;

$$U_z^{SL}(\gamma_n, h) = a_z^S \sin \alpha_n h + b_z^S \sin \beta_n h;$$

$$U_z^{AL}(\gamma_m, h) = a_z^A \cos \alpha_m h + b_z^A \cos \beta_m h;$$

$$\alpha_p^2 + \gamma_p^2 = k_\ell^2; \beta_p^2 + \gamma_p^2 = k_S^2; p = n, m.$$

Смещения материальных частиц поверхности пластины благодаря силам инерции порождают в пьезоэлектрическом диске деформации сжатия – растяжения $\varepsilon_{\rho\rho}$, $\varepsilon_{\vartheta\vartheta}$ и ε_{zz} , а также (в общем случае) сдвиговые деформации $\varepsilon_{\rho z}$, $\varepsilon_{\rho\vartheta}$ и $\varepsilon_{\vartheta z}$, которые определяются компонентами вектора смещения материальных частиц пьезоэлектрического диска. Амплитуды этих смещений, которые изменяются во времени по закону $e^{i\omega t}$, будем обозначать символами $w_\rho(\rho, \vartheta, z')$, $w_\vartheta(\rho, \vartheta, z')$ и $w_z(\rho, \vartheta, z')$. Так как перпендикулярные оси Oz' поверхности $\rho \leq R$ пьезоэлектрического диска покрыты тонким слоем металла (электродированы), то амплитуда Q гармонически изменяющегося во времени поляризованного заряда $q(t)$ деформируемой пьезоэлектрической пластины будет определяться следующим образом

$$Q = \int_0^R \int_0^{2\pi} \rho D_z(\rho, \vartheta, z') d\vartheta d\rho, \quad (6)$$

Конструкция выражения (3) должна соответствовать структуре формулы (4). По этой причине соотношение (3) необходимо представить в следующем виде

$$U_z(\rho) = U_z^0(\rho) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} U_z^k(\rho) \cos(k\varphi). \quad (5)$$

где:

где $D_z(\rho, \vartheta, z')$ – аксиальный компонент вектора электрической индукции в объеме деформируемого пьезоэлектрика.

Закон электрической поляризации диэлектрика с усложненными свойствами или, как более часто говорят, уравнение электрического состояния пьезоэлектрика, записывается в следующем [17] виде

$$D_k = e_{kmn} \varepsilon_{mn} + \chi_{ks}^E E_s, \quad (7)$$

где e_{kmn} – элемент k -ой строки матрицы пьезомодулей; ε_{mn} – компонент тензора бесконечно малых деформаций; χ_{ks}^E – компонент тензора диэлектрической проницаемости, который определяется в режиме постоянства деформаций; матрица тензора диэлектрической проницаемости имеет, как правило, диагональную структуру; E_s – компонент вектора напряженности электрического поля в объеме деформируемого пьезоэлектрика. Будем считать, что пьезоэлектрический диск электроакустического преобразователя изготовлен из пьезокерамики и поляризован в процессе изготовления по толщине. В этом случае матрица пьезомодулей имеет следующий вид

$$|e_{k\beta}| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (8)$$

$$\beta \Leftrightarrow (m, n)$$

где $e_{15} = e_{24}$; $e_{31} = e_{32}$. Принимая во внимание структуру матрицы (8), из общего выражения (7) получаем следующую формулу для расчета аксиального компонент вектора электрической индукции:

$$D_z = e_{31}(\varepsilon_{\rho\rho} + \varepsilon_{\vartheta\vartheta}) + e_{33}\varepsilon_{zz} + \chi_3^E E_z. \quad (9)$$

Очевидно, что аксиальные компоненты векторов электрической индукции и напряженности электрического поля, а также компоненты век-

тора смещения $\vec{w}(\rho, \vartheta, z')$ и компоненты тензора деформаций можно представить в виде разложения по ортогональным (тригонометрическим) функциям окружной координаты ϑ в следующем виде:

$$\begin{cases} D_z(\rho, \vartheta, z') \\ E_z(\rho, \vartheta, z') \\ \vec{w}(\rho, \vartheta, z') \end{cases} = \begin{cases} D_z^0(\rho, z') \\ E_z^0(\rho, z') \\ \vec{w}^0(\rho, z') \end{cases} + \sum_{k=1}^{\infty} \begin{cases} D_z^k(\rho, z') \\ E_z^k(\rho, z') \\ \vec{w}^k(\rho, z') \end{cases} \begin{cases} \cos k\vartheta \\ \sin k\vartheta \end{cases}, \quad (10)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{\rho\rho}(\rho, \vartheta, z') \\ \varepsilon_{\vartheta\vartheta}(\rho, \vartheta, z') \\ \varepsilon_{zz}(\rho, \vartheta, z') \end{cases} = \begin{cases} \varepsilon_{\rho\rho}^0(\rho, z') \\ \varepsilon_{\vartheta\vartheta}^0(\rho, z') \\ \varepsilon_{zz}^0(\rho, z') \end{cases} + \sum_{k=1}^{\infty} \begin{cases} \varepsilon_{\rho\rho}^k(\rho, z') \\ \varepsilon_{\vartheta\vartheta}^k(\rho, z') \\ \varepsilon_{zz}^k(\rho, z') \end{cases} \begin{cases} \cos k\vartheta \\ \sin k\vartheta \end{cases}. \quad (11)$$

Подставляя разложения (10) и (11) в соотношения (9) и (6), получаем в достаточной мере очевидный результат

$$Q = 2\pi \int_0^R \rho D_z^0(\rho, z') d\rho = 2\pi \int_0^R \rho \left[e_{31}(\varepsilon_{\rho\rho}^0 + \varepsilon_{\vartheta\vartheta}^0) + e_{33}\varepsilon_{zz}^0 + \chi_3^E E_z^0 \right] d\rho, \quad (12)$$

т. е. неосесимметричные составляющие деформаций в формировании амплитудного значения поляризационного заряда участия не принимают.

Электрический ток $I(t)$, протекающий по проводникам, которые соединяют электродированные поверхности пьезоэлектрического диска с электрической нагрузкой Z_{out} , изменяется во времени по гармоническому закону, при этом $I(t) = I_0 e^{i\omega t} = -\partial q(t)/\partial t$. Амплитудное значение тока $I_0 = -i\omega Q$, где Q определено выражением (12). Очевидно, что падение электрического напряжения на электрической нагрузке Z_{out} является выходным электрическим сигналом электроакустического преобразователя. Амплитуда выходного напряжения

$$U_{out}(\omega) = -i\omega Z_{out} Q. \quad (13)$$

Корректное определение разности электрических потенциалов $U_{out}(\omega)$ предполагает физически содержательное определение величины $E_z^0(\rho, z')$ осесимметричного аксиального компонента вектора напряженности электрического поля внутри деформируемого пьезоэлектрика. При этом отправным пунктом является выполнение условия отсутствия свободных носителей электричества в объеме диэлектрика,

т. е. выполнение условия

$$\text{div} \vec{D} = 0, \quad (14)$$

что, правда, наделяет реальный пьезоэлектрик свойствами идеального изолятора электрического тока. Если толщина пьезоэлектрического диска невелика, т. е. если на всех частотах рабочего диапазона частот выполняется сильное неравенство $(\varepsilon_{\rho\rho}^0, \varepsilon_{\vartheta\vartheta}^0, \varepsilon_{zz}^0) \gg \varepsilon_{\rho z}^0$, то можно полагать, что $\varepsilon_{\rho z}^0 \cong 0$ и при этом из общего соотношения (7) следует, что $D_\rho^0 \cong 0$. Так $D_\rho^0 = 0$ по физическому содержанию задачи, то условие (14) будет выполняться в том случае, когда

$$\frac{\partial D_z^0}{\partial z'} = 0. \quad (15)$$

Из условия (15) следует, что аксиальный компонент D_z^0 не зависит от координаты z' , т. е. не меняется по толщине пьезокерамического диска. Это позволяет проинтегрировать осесимметричную составляющую соотношения (9) по координате z' . Интегрируя в пределах толщины диска и учитывая, что $\varepsilon_{zz}^0(\rho, z') = \partial w_z^0(\rho, z')/\partial z'$, а $E_z^0(\rho, z') = -\partial \Phi(\rho, z')/\partial z'$, где $\Phi(\rho, z')$ – потенциал электрического поля внутри деформируемого пьезоэлектрика, получаем

$$\alpha D_z^0(\rho) = e_{31} \int_0^\alpha [\varepsilon_{\rho\rho}^0(\rho, z') + \varepsilon_{\vartheta\vartheta}^0(\rho, z')] dz' + e_{33} [w_z^0(\rho, \alpha) - w_z^0(\rho, 0)] - \chi_3^\varepsilon [\Phi^0(\alpha) - \Phi^0(0)]$$

где $[\Phi^0(\alpha) - \Phi^0(0)] = U_{out}(\omega)$ – разность электрических потенциалов на электродированных поверхностях $z' = \alpha$ и $z' = 0$ пьезоэлектрического диска; вычисления выполнены в цилиндрической системе координат (ρ, ϑ, z') , центр которой совмещен с нижней электродированной поверхностью диска (рис. 2). При этом предполагается, что толщина δ слоя контактной жидкости пренебрежимо мала.

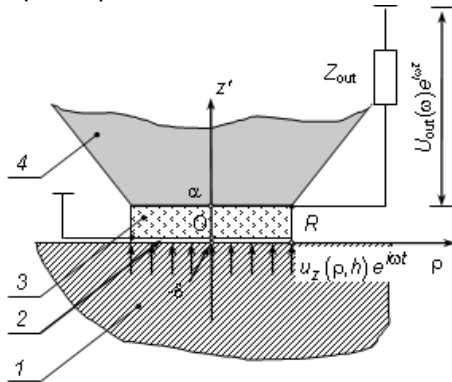


Рис. 2. Расчетная схема ультразвукового пьезокерамического преобразователя – приемника радиально распространяющихся волн Лэмба

На рис. 2 позицией 1 обозначена изотропная пластина, в которой распространяются регистрируемые волны Лэмба, позицией 2 – слой контактной жидкости, позицией 3 – пьезокерамический диск. Позиция 4 обозначает тыловую акустическую нагрузку, которая является элементом управления и стабилизации частотной характеристики электроакустического преобразователя.

Так как $\varepsilon_{\rho\rho}^0(\rho, z') = \partial w_\rho^0(\rho, z') / \partial \rho$ и $\varepsilon_{\vartheta\vartheta}^0(\rho, z') = w_\rho^0(\rho, z') / \rho$, то аксиальный компонент $D_z^0(\rho)$ вектора электрической индукции можно определить следующим образом

$$D_z^0(\rho) = e_{31} [\partial \tilde{w}_\rho^0(\rho) / \partial \rho + \tilde{w}_\rho^0(\rho) / \rho] + e_{33} [w_z^0(\rho, \alpha) - w_z^0(\rho, 0)] / \alpha - \chi_3^\varepsilon U_{out}(\omega) / \alpha, \quad (16)$$

где $\tilde{w}_\rho^0(\rho)$ – усредненный по толщине пьезоэлектрического диска радиальный компонент вектора смещения материальных частиц пьезокерамики, причем

$$\tilde{w}_\rho^0(\rho) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha w_\rho^0(\rho, z') dz'.$$

Подставляя выражение (16) в определение (12) амплитуды поляризационного заряда, после интегрирования по частям суммы $[\partial \tilde{w}_\rho^0(\rho) / \partial \rho + \tilde{w}_\rho^0(\rho) / \rho]$, получаем

$$Q = 2\pi e_{31} R \tilde{w}_\rho^0(R) + \frac{2e_{33}}{\chi_3^\varepsilon} C_0^\varepsilon \times [\tilde{w}_z^0(\alpha) - \tilde{w}_z^0(0)] - C_0^\varepsilon U_{out}(\omega), \quad (17)$$

где $C_0^\varepsilon = \chi_3^\varepsilon \pi R^2 / \alpha$ – статическая электрическая емкость пьезоэлектрического диска в режиме постоянства деформаций; $\tilde{w}_z^0(\alpha)$ и $\tilde{w}_z^0(0)$ – усредненные по площади пьезоэлектрического диска и нормированные на константу π осесимметричные аксиальные компоненты вектора смещения материальных частиц пьезокерамики, причем

$$\tilde{w}_z^0(\alpha) = \frac{1}{R^2} \int_0^R \rho w_z^0(\rho, \alpha) d\rho.$$

Подставляя выражение (17) в определение (13) разности электрических потенциалов на электрической нагрузке Z_{out} электроакустического преобразователя, получаем

$$U_{out}(\omega) = -2q(\omega) \times \left\{ \frac{e_{31}\alpha}{\chi_3^\varepsilon R} \tilde{w}_\rho^0(R) + \frac{e_{33}}{\chi_3^\varepsilon} [\tilde{w}_z^0(\alpha) - \tilde{w}_z^0(0)] \right\}, \quad (18)$$

где $q(\omega) = i\omega Z_{out} C_0^\varepsilon / (1 - i\omega Z_{out} C_0^\varepsilon)$ – зависящий от частоты коэффициент, который определяет влияние электрической нагрузки на частотную характеристику электроакустического преобразователя.

Выражение (18) имеет смысл математической модели процесса преобразования деформаций пьезоэлектрического диска в наблюдаемую и измеряемую разность электрических потенциалов. Хорошо видно, что при $\alpha/R \rightarrow 0$, т. е. когда диск конечных размеров превращается в бесконечно тонкую пластинку, влияние формы границ этой пластинки, которое сосредоточено в аналитической конструкции $\tilde{w}_\rho^0(R)$ перестает определять числовые значения амплитуды разности электрических потенциалов

на выходе электроакустического преобразователя.

Подставляя выражение (18) в определение (16) аксиального компонента $D_z^0(\rho)$ вектора электрической индукции, и сравнивая полученный результат с осесимметричным компонентом общего выражения (9), определяем осесимметричную составляющую $E_z^0(\rho, z')$ вектора напряженности электрического поля внутри деформируемого пьезоэлектрика. Расчетное соотношение имеет следующий вид

$$E_z^0(\rho, z') = -\frac{e_{33}}{\chi_3^E} \cdot \frac{\partial w_z^0(\rho, z')}{\partial z'} + E(\omega), \quad (19)$$

где

$$E(\omega) = \frac{e_{33}}{\alpha \chi_3^E} \times \\ \times \left[w_z^0(\rho, \alpha) + 2q(\omega) \tilde{w}_z^0(\alpha) - w_z^0(\rho, 0) - 2q(\omega) \tilde{w}_z^0(0) \right] + \\ + 2q(\omega) \frac{e_{33}}{\chi_3^E} \tilde{w}_\rho^0(R).$$

$$\sigma_{\rho\rho}^0 = c_{11}^E \frac{\partial w_\rho^0(\rho, z')}{\partial \rho} + c_{12}^E \frac{w_\rho^0(\rho, z')}{\rho} + c_{12}^D \frac{\partial w_z^0(\rho, z')}{\partial z'} - e_{31} E(\omega), \quad c_{12}^D = c_{12}^E + e_{31} e_{33} / \chi_3^E,$$

$$\sigma_{\vartheta\vartheta}^0 = c_{12}^E \frac{\partial w_\rho^0(\rho, z')}{\partial \rho} + c_{11}^E \frac{w_\rho^0(\rho, z')}{\rho} + c_{12}^D \frac{\partial w_z^0(\rho, z')}{\partial z'} - e_{31} E(\omega),$$

$$\sigma_{zz}^0 = c_{12}^E \left[\frac{\partial w_\rho^0(\rho, z')}{\partial \rho} + \frac{w_\rho^0(\rho, z')}{\rho} \right] + c_{33}^D \frac{\partial w_z^0(\rho, z')}{\partial z'} - e_{33} E(\omega), \quad c_{33}^D = c_{33}^E + e_{33}^2 / \chi_3^E,$$

$\sigma_{\rho z}^0 = c_{55}^E \varepsilon_{\rho z}^0 + e_{15} E_\rho \approx 0$; при записи расчетных соотношений для нормальных напряжений было принято, что $c_{13}^E = c_{12}^E$.

Усредняя слагаемые уравнения (20) по координате z' , а компоненты уравнения (21) – по радиальной координате ρ , получаем редуцированную систему уравнений, которой удовлетворяют усредненные смещения $\tilde{w}_\rho^0(\rho)$ и $\tilde{w}_z^0(z')$:

$$\rho^2 \frac{\partial^2 \tilde{w}_\rho^0(\rho)}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial \tilde{w}_\rho^0(\rho)}{\partial \rho} + \left[(k_1 \rho)^2 - 1 \right] \tilde{w}_\rho^0(\rho) = 0, \quad (22)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{w}_z^0(z')}{\partial z'^2} + k_3^2 \tilde{w}_z^0(z') = 0, \quad (23)$$

где $k_1^2 = \rho_0 \omega^2 / c_{11}^E$ – квадрат волнового числа радиальных колебаний материальных частиц пьезокерамического диска; $k_3^2 = \rho_0 \omega^2 / c_{33}^D$ – квадрат волнового числа толщинных колебаний.

Осесимметричные компоненты $w_\rho^0(\rho, z')$ и $w_z^0(\rho, z')$ вектора смещения материальных частиц пьезокерамики, усредненные значения которых определяют амплитуду разности электрических потенциалов $U_{out}(\omega)$, удовлетворяют уравнениям установившихся гармонических колебаний, которые в цилиндрической системе координат (ρ, ϑ, z') записываются следующим образом [18]:

$$\frac{\partial \sigma_{\rho\rho}^0}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_{\rho z}^0}{\partial z'} + \frac{\sigma_{\rho\rho}^0 - \sigma_{\vartheta\vartheta}^0}{\rho} + \rho_0 \omega^2 w_\rho^0(\rho, z') = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\partial \sigma_{z\rho}^0}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_{zz}^0}{\partial z'} + \frac{\sigma_{z\rho}^0}{\rho} + \rho_0 \omega^2 w_z^0(\rho, z') = 0, \quad (21)$$

где

Решения уравнений (22) и (23) очевидны:

$$\tilde{w}_\rho^0(\rho) = A J_1(k_1 \rho),$$

$$\tilde{w}_z^0(z') = B \cos(k_3 z') + C \sin(k_3 z'), \quad (24)$$

где A, B, C – подлежащие определению константы; $J_1(k_1 \rho)$ – функция Бесселя первого порядка.

Входящие в состав общих решений константы A, B и C определяются из граничных условий, которые должны выполняться на поверхностях пьезокерамического диска. Эти условия формулируются следующим образом:

$$\tilde{\sigma}_{\rho\rho}^0(\rho) \Big|_{\rho=R} = 0, \quad (25)$$

$$\left[\tilde{\sigma}_{zz}^0(z') - \tilde{\sigma}_{zz}^{dmp}(z') \right] \Big|_{z'=\alpha} = 0, \quad (26)$$

$$\left[\tilde{w}_z^0(z') - \tilde{w}_z^{dmp}(z') \right] \Big|_{z'=\alpha} = 0, \quad (27)$$

$$\left[\tilde{\sigma}_{zz}^0(z') - \tilde{\sigma}_{zz}^{dmp}(z') \right] \Big|_{z'=0} = 0, \quad (28)$$

$$\left[\tilde{w}_z^0(z') - \tilde{U}_z^{\text{src}} - \tilde{w}_z^{\text{fl}}(z') \right]_{z'=0} = 0, \quad (29)$$

где
$$\tilde{\sigma}_{\rho\rho}^0(\rho) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \sigma_{\rho\rho}^0(\rho, z') dz';$$

$$\tilde{\sigma}_{zz}^0(z') = \frac{1}{R^2} \int_0^R \rho \sigma_{zz}^0(\rho, z') d\rho; \quad \tilde{\sigma}_{zz}^{\text{dmp}}(z') \quad \text{и}$$

$\tilde{w}_z^{\text{dmp}}(z')$ – усредненные по радиальной координате ρ нормальные напряжения и аксиальные смещения материальных частиц тыловой акустической нагрузки; $\tilde{\sigma}_{zz}^{\text{fl}}(z')$ и $\tilde{w}_z^{\text{fl}}(z')$ – усредненные по радиальной координате нормальные напряжения и аксиальные смещения материальных частиц поверхности пластины в области механического контакта, которые образуются в результате отражения падающей ультразвуковой волны с амплитудой смещений \tilde{U}_z^{src} . При этом

$$\tilde{U}_z^{\text{src}} = \frac{1}{R^2} \int_0^R \rho U_z^0(\rho) d\rho, \quad \text{где смещение}$$

$U_z^0(\rho)$ определено выражением (5).

Будем полагать, что отраженная ультразвуковая волна формирует в бесконечно тонком слое материальных частиц поверхности пластины одномерное, ориентированное вдоль оси Oz' , движение с амплитудой смещения $\tilde{w}_z^{\text{fl}}(z')$. В этом случае величины $\tilde{\sigma}_{zz}^{\text{fl}}(z')$ и $\tilde{w}_z^{\text{fl}}(z')$ связаны между собой законом Гука для одноосного напряженно-деформированного состояния. Если смещения $\tilde{w}_z^{\text{fl}}(z')$ при $z' \rightarrow 0$ представить плоской волной, т. е. $\tilde{w}_z^{\text{fl}}(z') = D e^{i\gamma_p z'}$, где D – константа; $\gamma_p = \omega/v_{\text{rod}}$ – волновое число плоской волны сжатия – растяжения; $v_{\text{rod}} = \sqrt{E_p/\rho_p}$ – стержневая скорость; E_p и ρ_p – модуль Юнга и плотность материала пластины, то нормальное напряжение $\tilde{\sigma}_{zz}^{\text{fl}}(z')$ при $z' \rightarrow 0$ будет определяться следующим выражением

$$\tilde{\sigma}_{zz}^{\text{fl}}(z') = i\omega Z_p \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R \rho \tilde{w}_z^{\text{fl}}(z') d\rho \right) = \frac{i}{2} \omega Z_p D e^{i\gamma_p z'},$$

где $Z_p = \rho_p v_{\text{rod}}$ – акустический импеданс материала пластины.

Аналогичным образом можно описать напряженно-деформированное состояние бесконечно тонкого слоя материальных частиц тыловой акустической нагрузки, которые контактируют с поверхностью пьезокерамического диска. Полагая, что при $z' \rightarrow \alpha$ смещения $\tilde{w}_z^{\text{dmp}}(z') = F e^{-i\gamma_{\text{dmp}} z'}$, где F – константа; $\gamma_{\text{dmp}} = \omega/v_{\text{rod}}^{\text{dmp}}$ – волновое число плоской волны сжатия – растяжения в материале тыловой акустической нагрузки; $v_{\text{rod}}^{\text{dmp}} = \sqrt{E_{\text{dmp}}/\rho_{\text{dmp}}}$ – стержневая скорость; E_{dmp} и ρ_{dmp} – модуль Юнга и плотность, нормальное напряжение $\tilde{\sigma}_{zz}^{\text{dmp}}(z')$ при $z' \rightarrow \alpha$ можно определить следующим образом

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{zz}^{\text{dmp}}(z') &= i\omega Z_{\text{dmp}} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R \rho \tilde{w}_z^{\text{dmp}}(z') d\rho \right) = \\ &= -\frac{i}{2} \omega Z_{\text{dmp}} F e^{-i\gamma_{\text{dmp}} z'} \end{aligned}$$

где $Z_{\text{dmp}} = \rho_{\text{dmp}} v_{\text{rod}}^{\text{dmp}}$ – акустический импеданс материала.

Таким образом, пять граничных условий (25) – (29) образуют неоднородную систему алгебраических линейных уравнений, в которых содержится пять неизвестных констант A, B, C, D и F . Эта система уравнений решается относительно искомых констант единственным образом. Выполнив необходимые вычисления, после определения смещений $\tilde{w}_p^0(R)$ и $\tilde{w}_z^0(\alpha(0))$ получаем из общего выражения (18) следующий результат:

$$U_{\text{out}}(\omega) = 2i\tilde{U}_z^{\text{src}} W_{I/O}^U(\omega, P), \quad (30)$$

где $W_{I/O}^U(\omega, P)$ – частотная характеристика (математическая модель) электроакустического преобразователя контактного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн; символом P обозначен набор геометрических, физико-механических и электрических параметров преобразователя. Частотная характеристика или чувствительность преобразователя в режиме регистрации определяется следующим выражением

$$W_{I/O}^U(\omega, P) = -\xi_p q(\omega) \frac{e_{33}}{\chi_3^e} \left\{ 1 - \frac{e_{31}}{e_{33}} \frac{k_z J_1(k_1 R)}{[(k_1 R) J_0(k_1 R) - k_p J_1(k_1 R)]} \right\} \frac{[a_{12}(\cos k_3 \alpha - 1) + a_{11} \sin k_3 \alpha]}{[a_{12} a_{21} - a_{11} a_{22}]} \quad (31)$$

где $\xi_p = Z_p / \sqrt{\rho_0 c_{33}^D}$ – относительный акустический импеданс материала пластины;

$k_z = c_{12}^E / c_{11}^E - q(\omega) e_{31} e_{33} / (c_{11}^E \chi_3^e)$; $J_0(k_1 R)$ – функция Бесселя нулевого порядка;

$k_p = 1 - c_{12}^E / c_{11}^E + 2q(\omega) e_{31}^2 / (c_{11}^E \chi_3^e)$;

$a_{11} = M(k_1, R)(1 - \cos k_3 \alpha) / (k_3 \alpha) + \sin k_3 \alpha + i \xi_{dmp} \cos k_3 \alpha$;

$$M(k_1, R) = \frac{e_{33}^2 [1 + q(\omega)]}{c_{33}^D \chi_3^e} + 2 \left[\frac{c_{12}^E}{c_{11}^E} - q(\omega) \frac{e_{31} e_{33}}{c_{33}^D \chi_3^e} \right] \times \frac{k_z J_1(k_1 R)}{[(k_1 R) J_0(k_1 R) - k_p J_1(k_1 R)]};$$

$\xi_{dmp} = Z_{dmp} / \sqrt{\rho_0 c_{33}^D}$ – относительный акустический импеданс материала тыловой акустической нагрузки;

$a_{12} = M(k_1, R) \sin k_3 \alpha / (k_3 \alpha) + \cos k_3 \alpha - i \xi_{dmp} \sin k_3 \alpha$;

$a_{21} = M(k_1, R)(1 - \cos k_3 \alpha) / (k_3 \alpha) - i \xi_p$;

$a_{22} = M(k_1, R) \sin k_3 \alpha / (k_3 \alpha) + 1$.

На рис. 3 и 4 представлены результаты расчетов модуля частотной характеристики $W_{I/O}^U(\omega, P)$ преобразователя с пьезоэлектрическим диском из пьезокерамики типа ЦТС-19 со следующими физико-механическими параметрами: $\rho_0 = 7740 \text{ кг/м}^3$; $c_{11}^E = 109 \text{ ГПа}$; $c_{12}^E = 61 \text{ ГПа}$; $c_{33}^E = 93 \text{ ГПа}$; $e_{31} = -4,9 \text{ Кл/м}^2$; $e_{33} = 14,9 \text{ Кл/м}^2$; $\chi_1^e = 840 \chi_0$; $\chi_3^e = 820 \chi_0$; $\chi_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$; добротность керамики $Q=100$. Пластина, в которой распространяются регистрируемые ультразвуковые волны, выполнена из углеродистой, малолегированной стали средней прочности со следующими параметрами:

$\rho_p = (7,77 \div 7,85) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; $E_p = (200 \div 215) \text{ ГПа}$.

$G = (77 \div 81) \text{ ГПа}$. Семейством кривых на рис. 3 отражено изменение параметра относительного акустического импеданса ξ_{dmp} тыловой акустической нагрузки при постоянных значениях

электрической нагрузки преобразователя $R_{out} = 100 \text{ кОм}$, относительной толщины пьезоэлектрического диска $\alpha/h = 0,1$ и относительного радиуса $R/h = 2,0$. Варьируемым параметром в серии расчетов модуля функции $W_{I/O}^U(\omega, P)$, представленных рис. 4, является величина относительного радиуса R/h при постоянных $\xi_{dmp} = 1,0$ и $Z_{out} = R_{out} = 10 \text{ кОм}$.

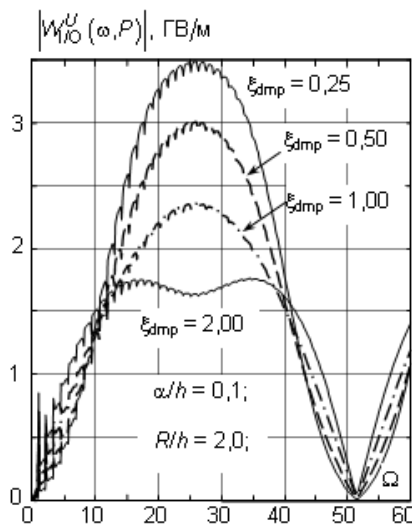


Рис. 3. Влияние материала тыловой акустической нагрузки на частотную характеристику электроакустического преобразователя

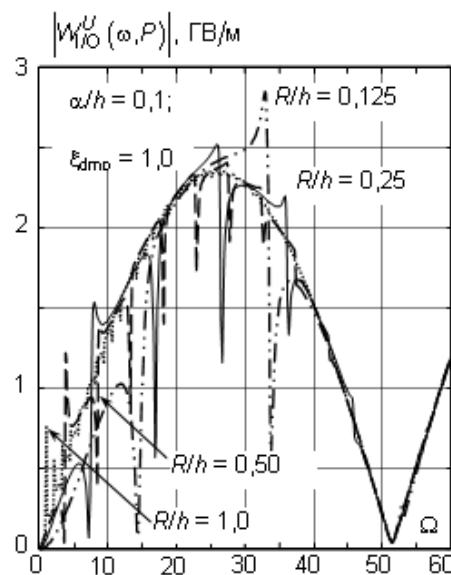


Рис. 4. Влияние радиуса пьезоэлектрического диска на частотную характеристику электроакустического преобразователя

Подставляя в определение усредненной по площадке механического контакта амплитуды \tilde{U}_z^{src} падающей ультразвуковой волны выражение для осесимметричного компонента $U_z^0(\rho)$, получаем расчетное соотношение следующего вида

$$U_{out}(\omega) = F_0 G(R_0, z_0, \omega), \quad (32)$$

где F_0 – амплитудное значение центросимметричной силы пульсирующего точечного источника; $G(R_0, z_0, \omega)$ – функция Грина ультразвукового тракта системы мониторинга шумов акустической эмиссии. В данном случае функция Грина имеет смысл сигнала на электрическом выходе тракта, который формируется в результате действия одного точечного пульсирующего источника с амплитудой центросимметричной силы в один ньютон. Выражение для расчета функции Грина $G(R_0, z_0, \omega)$ имеет следующий вид

$$G(R_0, z_0, \omega) = - \left\{ \sum_{n=1}^N A_n(\omega, \gamma_n, P) \cos(\alpha_n z_0) H_0^{(0)}(\gamma_n R_0) + \sum_{m=1}^M B_m(\omega, \gamma_m, P) (\alpha_m z_0) \sin(\alpha_m z_0) H_0^{(0)}(\gamma_m R_0) \right\}, \quad (33)$$

где $A_n(\omega, \gamma_n, P) = W_{I/O}^{UF}(\omega, \gamma_n, P) W_n^{SL}(\gamma_n)$;

$$B_m(\omega, \gamma_m, P) = W_{I/O}^{UF}(\omega, \gamma_m, P) W_m^{AL}(\gamma_m); \quad (34)$$

$$W_{I/O}^{UF}(\omega, \gamma_{n(m)}, P) = \frac{W_{I/O}^U(\omega, P)}{24(\lambda + 2G)h} \cdot \frac{2J_1(\gamma_{n(m)}R)}{(\gamma_{n(m)}R)}$$

частотная характеристика или чувствительность электроакустического преобразователя в режиме приема n -ой симметричной (m -ой антисимметричной) волны Лэмба, которая сформирована на точечным пульсирующим источником центросимметричной силы; $W_n^{SL}(\gamma_n)$ и $W_m^{AL}(\gamma_m)$ – волноводные коэффициенты n -ой симметричной и m -ой антисимметричной волны Лэмба, которые определяются следующими выражениями:

$$W_n^{SL}(\gamma_n) = \frac{[(\gamma_n h)^2 - (\beta_n h)^2](\beta_n h) \sin(\beta_n h)}{(k_S h)^3 \Delta_0(\gamma_n h)};$$

$$W_m^{AL}(\gamma_m) = \frac{\cos(\beta_m h)}{(k_S h)^3 \Lambda_0(\gamma_m h)}.$$

На рис. 5 показаны графики модуля функции $W_{I/O}^{UF}(\omega, \gamma_{n(m)}, P)$ для случая, когда волновые

числа $\gamma_{n(m)}$ распространяющихся симметричных и антисимметричных волн Лэмба численно равны волновому числу k_S волн сдвига. Расчеты были выполнены для материала, параметры которого приведены в комментариях к рис. 3. Полутолщина стальной пластины $h=10$ мм. По оси ординат отложены абсолютные значения чувствительности преобразователя в милливольтх деленных на ньютон (мВ/Н). Варьируемым параметром семейства кривых является относительный радиус R/h пьезокерамического диска.

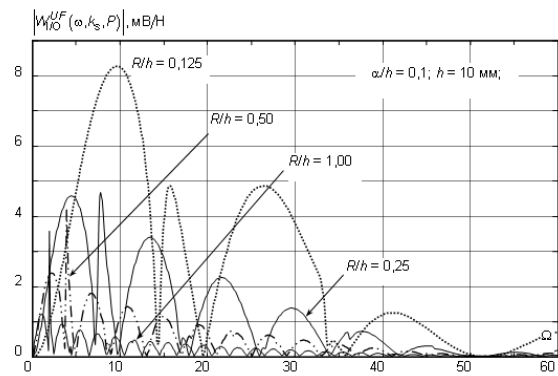


Рис. 5. Влияние радиуса пьезокерамического диска на эффективность регистрации ультразвуковой волны с волновым числом $\gamma = k_S$

Анализируя представленные на рис. 3-5 кривые, можно сделать вывод, что реальный электроакустический преобразователь, обладающий конечными размерами активного (пьезоэлектрического) элемента, способен эффективно регистрировать шумы акустической эмиссии в конечном диапазоне частот. Чем больше размеры пьезоэлектрического элемента (в данном случае диска), тем в более узкой полосе частот происходит регистрация ультразвуковых волн, которые порождаются источниками шумов акустической эмиссии. При этом частотная характеристика преобразователя в целом смещается в область низких частот и сообразно этому изменяется спектральный состав регистрируемых сигналов. Тут же необходимо подчеркнуть, что точечный источник шумов акустической эмиссии способен генерировать ультразвуковые волны в бесконечно широком частотном диапазоне.

Таким образом, любой электроакустический преобразователь вносит достаточно заметные искажения в спектральные характеристики регистрируемых сигналов, и чем больше размеры пьезоэлектрического элемента преобразователя, тем значительнее искажения наблюдаемого

на электрической стороне преобразователя спектрального состава шумов акустической эмиссии. Принимая во внимание это обстоятельство, можно сделать вывод, что в системах мониторинга шумов акустической эмиссии необходимо использовать электроакустические преобразователи с минимальными размерами площадки механического контакта.

3. Особенности формирования электрического сигнала в ультразвуковых трактах систем мониторинга шумов акустической эмиссии

До сих пор рассматривался единичный источник шумов акустической эмиссии. Очевидно, что в реальной ситуации сигнал на электрическом выходе ультразвукового тракта формируется не единичным источником, а полем источников, спектральные характеристики которых распределены по объему контролируемого объекта с некоторой объемной плотностью $\Pi(x_k)$, где x_k – координаты точки.

В большинстве случаев можно условно выделить некоторую область V_{AE} (рис. 6), в объеме которой осуществляется генерация шумов акустической эмиссии, т. е. плотность распределения $\Pi(x_k)$ источников шумов акустической эмиссии принимает заметные значения. За пределами этой области $\Pi(x_k) \approx 0$. В пределах области V_{AE} можно выделить центральную точку O_E , и связать с этим центром цилиндрическую систему координат (r_E, φ, z_0) . В окрестности точки А с координатами (r_E, φ, z_0) , расположенной на расстоянии R_0 от центра электроакустического преобразователя, выделим малый объем dV_{AE} . Выделенный объем можно рассматривать как точечный источник с амплитудой центросимметричной силы $dF_0 = \Pi(r_E, \varphi, z_0) dV_{AE}$. Этот точечный источник формирует на выходе ультразвукового тракта элементарный электрический сигнал $dU_{out}(\omega) = \Pi(r_E, \varphi, z_0) G(R_0, z_0, \omega) dV_{AE}$, где $G(R_0, z_0, \omega)$ – определенная соотношениями (33) – (34) функция Грина ультразвукового тракта системы мониторинга шумов акустической эмиссии. Суммируя электрические сигналы от всех точек области генерации шумов акустической эмиссии, получаем общее выражение для расчета электрического сигнала на электрическом выходе ультразвукового тракта

$$U_{out}(\omega) = \iiint_{V_{AE}} r_E \Pi(r_E, \varphi, z_0) G(R_0, z_0, \omega) dr_E d\varphi dz_0 \cdot (35)$$

Соотношение (35) имеет смысл математической модели ультразвукового тракта системы мониторинга шумов акустической эмиссии в металлических листах. Очевидно, что существенным элементом этой модели является функция $\Pi(r_E, \varphi, z_0)$ объемной плотности распределения спектральных характеристик источников шумов акустической эмиссии. По всей видимости, дальнейшее развитие теории метода акустической эмиссии должно быть ориентировано на построение физически содержательных и находящихся в согласии с экспериментальными данными функций плотности распределения $\Pi(r_E, \varphi, z_0)$ и, вообще говоря, функций $\Pi(r_E, \varphi, z_0, t)$, где t – время.

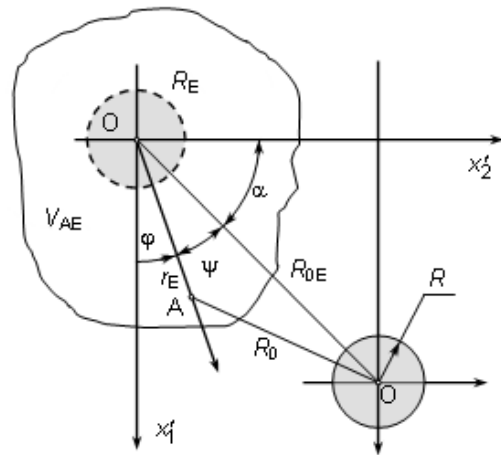


Рис. 6. К расчету уровня сигнала при регистрации шумов акустической эмиссии, которые генерируются полем точечных источников

Чтобы оценить степень влияния конечных размеров области генерации шумов акустической эмиссии на спектральные характеристики электрического сигнала на выходе ультразвукового тракта, рассмотрим модельный пример.

Предположим, что в некоторой цилиндрической области (на рис. 6 штриховой окружностью показана её граница) $(r_E \leq R_E; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; -z_E \leq z_0 \leq z_E)$ существуют когерентно пульсирующие точечные источники ультразвуковых волн. Амплитуда центросимметричной силы задается следующей функцией плотности распределения

$$\Pi(r_E, \varphi, z_0) = \frac{F_0}{2\pi R_E^2 z_E} \cdot \frac{|z_0|}{z_E} f(r_E, \varphi),$$

где

$$f(r_E, \varphi) = \begin{cases} 1 \forall (r_E, \varphi) \in [(0 \leq r_E \leq R_E), (0 \leq \varphi \leq 2\pi)], \\ 0 \forall (r_E, \varphi) \notin [(0 \leq r_E \leq R_E), (0 \leq \varphi \leq 2\pi)]. \end{cases}$$

В этом случае функция Грина ультразвукового тракта будет определяться только симметричными радиально распространяющимися волнами Лэмба и выражение (35) принимает следующий вид

$$U_{out}(\omega) = -\frac{F_0}{2z_E} \sum_{n=1}^N A_n(\omega, \gamma_n, P) \frac{2J_1(\gamma_n R_E)}{(\gamma_n R_E)} H_0^{(2)}(\gamma_n R_{0E}) \int_{-z_E}^{z_E} \frac{|z_0|}{z_E} \cos(\alpha_n z_0) dz_0.$$

После тривиальной процедуры интегрирования по переменной z_0 получаем окончатель

$$\begin{aligned} U_{out}(\omega) &= -F_0 \sum_{n=1}^N A_n(\omega, \gamma_n, P) \frac{2J_1(\gamma_n R_E)}{(\gamma_n R_E)} \cdot \frac{[\cos(\alpha_n z_E) - 1 + (\alpha_n z_E) \sin(\alpha_n z_E)]}{(\alpha_n z_E)^2} H_0^{(2)}(\gamma_n R_{0E}) = \\ &= -F_0 \sum_{n=1}^N U_{out}^{(n)}(\omega) H_0^{(2)}(\gamma_n R_{0E}). \end{aligned} \quad (36)$$

На рис. 7 показаны графики модуля парциальных (модальных) сигналов $U_{out}^{(n)}(\omega)$, которые формируются симметричными волнами номера n (номера проставлены в поле рисунка возле кривых) на электрическом выходе ультразвукового тракта системы мониторинга шумов акустической эмиссии. На рис. 7,а показаны сигналы, которые формируются нечетными по номеру симметричными волнами Лэмба, а на рис. 7,б – парциальные отклики ультразвукового тракта сформированные четными модами. Расчеты были выполнены в предположении, что $h = 10$ мм; $R_E = 0,05h$; $z_E = 0,999h$; $R_{out} = 10$ кОм; $\alpha/h = 0,1$; $R/h = 0,25$; $\zeta_{dmp} = 1,0$; параметры материалов пластины и пьезоэлектрического диска представлены в комментариях к рис. 9. По оси ординат на рис. 7 отложены абсолютные значения функции $U_{out}^{(n)}(\omega)$ в милливольтах деленных на ньютон. По оси абсцисс на рис. 7 отложены значения безразмерной частоты $\Omega = 2k_S h/\pi$. Применительно к выбранным для выполнения расчетов параметрам стального листа одной единице безразмерной частоты Ω соответствует циклическая частота $f = 25v_S = 25 \cdot 3180 = 79,5$ кГц. В поле рисунков

$$\begin{aligned} U_{out}(\omega) &= -\frac{F_0}{2\pi R_E^2 z_E} \times \\ &\times \sum_{n=1}^N A_n(\omega, \gamma_n, P) \int_0^{R_E} \int_0^{2\pi} \int_{-z_E}^{z_E} r_E \frac{|z_0|}{z_E} \cos(\alpha_n z_0) \times \\ &\times H_0^{(2)}\left(\gamma_n \sqrt{r_E^2 + R_E^2 - 2r_E R_E \cos \psi}\right) dz_0 d\varphi dr_E. \end{aligned}$$

Используя теорему сложения Гегенбауэра (см. выражение (4)), последнее соотношение можно без труда привести к более простому виду, а именно

ный результат в следующем виде:

расположены серые полосы различной длины. Длина этих полос соответствует диапазону частот, в пределах которого групповая скорость волны Лэмба более чем на десять процентов отличается от стационарного значения. Для первой симметричной волны стационарным значением является скорость поверхностной волны Рэлея $v_R = 0,927v_S$.

Для второй и последующей по номерам волн Лэмба стационарным значением групповой скорости является скорость волны сдвига v_S . В диапазоне частот, где групповая скорость n -ой нормальной волны Лэмба существенно, т. е. более чем на 10%, отличается от стационарного значения, наблюдаются значительные различия между числовыми значениями фазовой и групповой скоростей этой волны. Указанное различие приводит к тому, что различные спектральные компоненты полигармонического ультразвукового сигнала доставляются в точку наблюдения в различное время, что приводит к «расплыванию» сигнала во времени. Это «расплывание» сопровождается существенным (в разы) снижением уровней сигналов. Судя по длине и положению вставленных в поле рис. 7 серых полос, вторая и последующие по номерам симметричные волны Лэмба формируют

заметные уровни парциальных сигналов $U_{out}^{(n)}(\omega)$ как раз в тех частотных диапазонах, где существует значительная частотная дисперсия скорости распространения ультразвуковых волн.

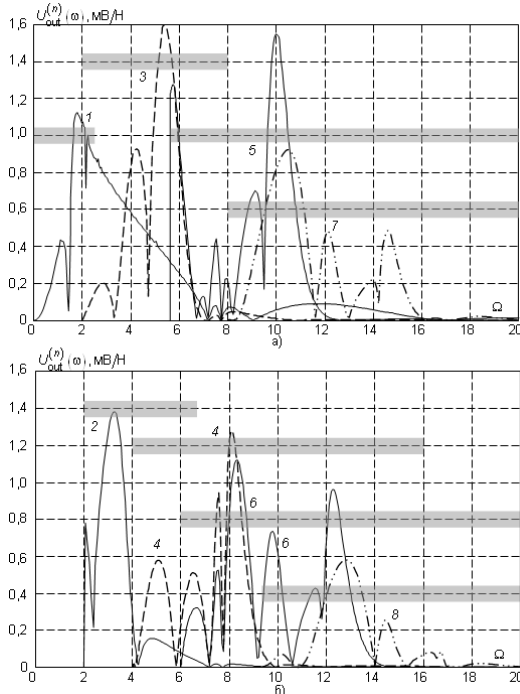


Рис. 7. Фрагменты модальной структуры электрического сигнала на выходе ультразвукового тракта системы мониторинга шумов акустической эмиссии

Реальную эффективность регистрации сильно диспергирующих волн Лэмба, как, впрочем, и всех других типов ультразвуковых волн, необходимо оценивать с учетом особенностей их волноводного распространения, т. е. анализируя импульсные характеристики ультразвукового тракта. Но уже на основании результатов, которые показаны на рис. 7, можно высказать следующие предположения.

Вторая и последующие по номеру (вплоть до десятой нормальной волны) симметричные волны Лэмба формируют на электрическом выходе ультразвукового тракта системы мониторинга шумов акустической эмиссии псевдошумовой сигнал, на фоне которого выделяется импульсный информативный сигнал. Информативный сигнал формирует первой симметричной волной и в несколько раз превышает по уровню шумоподобный сигнал, который сформирован высшими модами. Частотный спектр информативного сигнала для рассмотренной ситуации ограничен снизу безразмерной частотой $\Omega \approx 2,5$, чему соответствует циклическая частота $f_0 \approx 200$ кГц. Верхней границей частот-

ного спектра информативного сигнала можно считать частоту $f_{hi} \approx 560$ кГц. Информативный импульс доставляется от источника возмущений в точку наблюдения со скоростью несколько ниже скорости волн Рэлея, т. е. несколько меньшей чем $0,927v_S$.

Заключение

В настоящей работе впервые построена математическая модель ультразвукового тракта системы мониторинга шумов акустической эмиссии, которая учитывает основные особенности и закономерности возбуждения, распространения и контактного способа регистрации симметричных и антисимметричных волн Лэмба. Предлагается универсальный инструмент для дальнейших исследований в области теории метода акустической эмиссии – функция Грина ультразвукового тракта. Показано, что для эффективной регистрации высокочастотных спектральных составляющих шумов акустической эмиссии необходимо использовать ультразвуковые преобразователи с минимальной площадью механического контакта. Установлено, что размеры и форма области когерентного излучения группы источников шумов акустической эмиссии определяют модальный состав поля ультразвуковых волн в пластине и в значительной мере определяют спектральные характеристики сигнала на электрическом выходе ультразвукового тракта. Форма и размеры области когерентного излучения определяются функцией $\Pi(x_k, t)$ – объемной плотностью распределения источников шумов акустической эмиссии. Высказано предположение, что разработка методики определения функции $\Pi(x_k, t)$ составит предмет и основное содержание одного из направлений дальнейшего развития теории метода акустической эмиссии.

Литература

1. Недосека А. Я., Недосека С. А. Акустическая эмиссия и ресурс конструкций // Техн. диагностика и неразруш. контроль. – 2008. – №2. – С. 5-19.
2. Неразрушающий контроль и диагностика: Справочник / Под ред. В. В. Клюева. – М.: Машиностроение, 2005. – С. 301-328.
3. Недосека А. Я. Основы расчета и диагностики сварных конструкций. – Киев: Индпром, 2008. – С. 512-640.
4. Буйло С. И. Связь параметров акустической эмиссии растущей трещины с коэффициен-

- том интенсивности напряжений и типом напряженного состояния // Дефектоскопия. – 2006. – № 3. – С. 44-48.
5. Кобзев В. А., Кравец М. В., Суций О. В. Локальная фильтрация параметров акустической эмиссии при проведении испытаний на растяжение // Техн. диагностика и неразруш. контроль. – 2006. – №4. – С. 3-7.
 6. Бусов В. Л. Об акустическом аналоге кривой роста усталостных трещин // Дефектоскопия. – 2008. – №9. – С. 64-69.
 7. Степанова Л. Н., Лебедев Е. Ю. и др. Исследование разрушения образцов из стеклопластика с использованием методов акустической эмиссии и тензометрии // Дефектоскопия. – 2009. – №2. – С. 39-46.
 8. Бобров А. Л. Анализ изменений динамических характеристик источников акустической эмиссии при статическом нагружении металлических образцов // Дефектоскопия. – 2009. – №5. – С. 18-24.
 9. Скальский В. Р., Рудаевский Д. В., Селивончик Т. В. Водородная деградация стали 12Х1МФ и ее оценка методом акустической эмиссии // Дефектоскопия. – 2009. – №9. – С. 56-69.
 10. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев: Наукова думка, 1981. – 283 с.
 11. Кобзев В. А., Марчук Я. С. и др. Исследование металла труб газопроводов после длительной эксплуатации с использованием метода акустической эмиссии // Техн. диагностика и неразруш. контроль. – 2007. – №4. – С. 3-5.
 12. Кобзев В. А., Долинский В. М. Эффективность использования метода акустической эмиссии для оценки технического состояния оборудования нефтехимического производства // Техн. диагностика и неразруш. контроль. – 2007. – №4. – С. 32-34.
 13. Riahi M., Shamekh H., Khosrowzadeh B. Differentiation of leakage and corrosion signals in acoustic emission testing of aboveground storage tanks floor by using artificial neural network // Дефектоскопия. – 2008. – №6. – С. 85-92.
 14. Акустическая эмиссия и ее применение для неразрушающего контроля в ядерной энергетике / Под ред. К. Б. Вакара. – М.: Атомиздат, 1980. – С. 10-44.
 15. Петрищев О. Н. Электромагнитное возбуждение в металлических листах радиально распространяющихся волн Лэмба. Актуальні аспекти фізико-механічних досліджень. Акустика і хвилі. – Київ: Наукова думка, 2007. – С. 259-273.
 16. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. Часть первая. – М.: Издательство иностранной литературы, 1949. – 799 с.
 17. Новацкий В. Электромагнитные эффекты в твердых телах. – М.: Мир, 1986. – 160 с.
 18. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 873 с.