

Теорія сигналів і систем

УДК 621.372.062:621.316.722

М.Ю. Артеменко, д-р техн. наук

Моделювання кіл з конденсаторами, що перемикаються, в базисі напруг основних конденсаторів

На основі положень компактного модифікованого методу припасовування розроблено алгоритм аналізу SC-кіл, що використовує таблиці вмикання елементів ARC-прототипу. Отримані аналітичні умови точкового збігу імпульсних характеристик SC-кола та його ARC-прототипу, а також математичні співвідношення, що визначають частотні характеристики та перехідні процеси в SC-колах.

Algorithm of analysis of the SC-circuits based on compact modified method of curve fitting was developed. Analytical conditions for the point matching of the characteristics of pulsed SC-circuit and its ARC-prototype as well as mathematical equations for frequency response and transient characteristic were found.

Ключові слова: *компактний модифікований метод припасовування, аналіз та параметричний синтез кіл з конденсаторами, що перемикаються.*

Вступ

Висока точність виготовлення інтегральних МОН-конденсаторів та стабільність їх параметрів сприяли тому, що в останні роки розвиваються способи оброблення сигналів, що використовують явище дискретного переносу заряду. Одним із шляхів реалізації цих способів є використання кіл з конденсаторами, що перемикаються (SC-кіл), які здійснюють оброблення сигналів дискретно в часі та неперервно за рівнем [1]. Застосування SC-кіл порівняно зі звичайними інтегральними активними резисторно-конденсаторними (ARC-колами) має такі переваги як єдина технологія виготовлення, вища точність та більша стабільність параметрів передатної функції кола, можливість налаштування частотних характеристик кола шляхом зміни тактової частоти, менша вартість. Внаслідок цього SC-кола є перспективними для побудови перш за все фільтрів в діапазоні частот до 100 кГц, аналого-цифрових та цифро-аналогових перетворювачів, кодо-імпульсних модуляторів тощо.

Разом з тим питанням моделювання кіл з конденсаторами, що перемикаються,

приділяється недостатньо уваги. Зокрема, недостатньо розроблені питання параметричного синтезу SC-кіл, в процесі якого визначаються параметри допоміжних конденсаторів, що забезпечують задані частотні характеристики, потребують також вдосконалення існуючі методи аналізу SC-кіл. Найпоширенішим в сучасній практиці є прямий метод параметричного синтезу SC – кіл за ARC-прототипами на основі z – перетворення [2]. При цьому мають місце спотворення координат нулів та полюсів передатної функції кола. Такі зміни призводять до амплітудних та частотних спотворень, а при переміщенні полюсів з лівої півплощини в праву фільтр стає нестійким.

Перспективнішим є метод параметричного синтезу SC – кіл, оснований на точковому збігу імпульсних характеристик фільтру, що синтезується, та ARC - аналога. Необхідним етапом такого методу параметричного синтезу є аналіз SC-кола в часовій області з урахуванням ненульових початкових умов попереднього періоду комутації, що здійснюється методом припасовування. Одним з найефективніших методів аналізу параметричних кіл в часовій області є модифікований метод припасовування [2]. Однак його застосування до SC-кіл призводить до підвищення розмірностей матричних моделей та необхідності розраховувати полюса матриць розв'язків, що значно ускладнює реалізацію метода.

Основна частина

В роботах [3-5] для аналізу SC-кіл запропонований компактний модифікований метод припасовування, в якому скорочено розмірність координатного базису шляхом переходу в базовій схемній моделі від методу вузлових потенціалів до методу змінних стану, в якості яких використовуються напруги основних конденсаторів. Крім того, в аналізі на інтервалі сталості структури розв'язуються не диференціальні, а алгебраїчні рівняння, складені на основі закону збереження заряду для основних та допоміжних конденсаторів, що дозволило уникнути проблем з розрахунком полюсів матриць розв'язків. При

цьому для кожного з чотирьох основних типів конденсаторно-ключових еквівалентів резисторів уніфіковано топологічні матриці їх включення, що дозволило уникнути підвищення розмірності схемних моделей за рахунок ключів та з єдиних позицій аналізувати ланцюг з конденсаторами, що перемикаються, на основі таблиці включення елементів ARC-прототипу.

Нехай схема аналогового ARC - прототипу SC - кола містить $n + 2$ вузла, причому вузол 0' є спільним, вузол 0 - вхідним, $n - 1$ - вихідним, між вузлами 0 та 0' включене джерело вхідної напруги E . Потенціали незалежних вузлів пронумеровуємо от 1 до n наступним чином. Перші m номерів, що утворюють множину M , надамо вузлам, які з'єднані з обкладинками m конденсаторів множини C та не зв'язані з виходами операційних підсилювачів (ОП). Інші $n-m$ номерів незалежних вузлів, що утворюють множину N , зарезервуємо для підключення виходів ОП з множини A та інших елементів. При цьому вважаємо, що інші $n-m$ вихідних виводів ОП заземлені, тобто підключені до вузла 0', множину n вхідних віток ОП позначимо V , множину g резисторів прототипу позначимо G . Тоді структура таблиці вмикання елементів ARC-прототипу має вигляд (рис. 1), де виділені топологічні підматриці, заповнені елементами 0,1,-1.

		M	N	
	0	1...m	m+1...n	0'
E	1	0	0	-1
C	dC	DCM	DCN	d0
V	0	DVM	DVN	
A	0	DAM	DAN	
G	dG	DGM	DGN	

Рис. 1. Структура таблиці вмикання елементів ARC-прототипу

Алгебраїчними умовами переходу до однорідного базису напруг основних конденсаторів є наступні [4]

$$D_{AM} = 0; D_{AN} = I; \det[D_{CM}] \neq 0; \det[D] \neq 0; D = \begin{bmatrix} D_{CM} & D_{CN} \\ D_{VM} & D_{VN} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

які перевіряються безпосередньо за підматрицями таблиці вмикання елементів на рис.1. При дотриманні цих умов вектор незалежних потенціалів кола виражається через вектор напруг основних конденсаторів та напругу джерела живлення

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \dots \\ \varphi_n \end{bmatrix} = D^{-1} \begin{bmatrix} U_C - d_C E \\ 0 \end{bmatrix} = M(U_C - d_C E); \quad (2)$$

$$M = \begin{bmatrix} [D^{-1}]_{MM} \\ [D^{-1}]_{NM} \end{bmatrix}.$$

На основі закону збереження заряду в базисі напруг основних конденсаторів отримана наступна система різницевих рівнянь SC-кола [5]

$$\begin{aligned} (I + F_{00})U_{k+0.5} + f_{00}E_{k+0.5} &= \\ &= (I + F_{01})U_k + f_{01}E_k; \\ (I + F_{11})U_{k+1} + f_{11}E_{k+1} &= \\ &= (I + F_{10})U_{k+0.5} + f_{10}E_{k+0.5}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} F_{00} &= L_0 R_0; F_{01} = L_0 R_1; F_{10} = L_1 R_0; F_{11} = L_1 R_1; \\ f_{00} &= L_0 C' d_0^L - F_{00} d_C; f_{01} = L_0 C' d_0^S - F_{01} d_C; \\ f_{11} &= L_1 C' d_0^S - F_{11} d_C; f_{10} = L_1 C' d_0^L - F_{10} d_C; \\ L_0 &= C^{-1} B^-; L_1 = C^{-1} B^+; R_1 = C' P^+; R_0 = C' P^-; \\ B^+ &= (D_{CM}^T)^{-1} (D_M^S)^T; B^- = (D_{CM}^T)^{-1} (D_M^L)^T; \\ P^+ &= D_{\varphi M}^S; P^- = D_{\varphi M}^L; C, \end{aligned}$$

C' - діагональні матриці параметрів основних та допоміжних конденсаторів порядку m та g відповідно; I - одинична матриця порядку m ; матриці та вектори з верхніми індексами S та L є підматрицями топологічних матриць, які характеризують таблиці вмикання допоміжних конденсаторів у фазах S та L відповідно та можуть бути отримані для чотирьох типів конденсаторно-ключових еквівалентів резисторів шляхом формальних операцій над матрицею $DG = [d0 : DM : DN]$ прототипу.

Для порівняння імпульсних характеристик SC- кола та ARC- прототипу запишемо компактно рівняння електричної рівноваги прототипу у вигляді

$$(pC + Y)U_C = yE(p), \quad (4)$$

де $Y = D_{CG} D_G^{MN} M; y = Y d_C - D_{CG} d_G;$

$$D_{CG} = (D_{CM}^T)^{-1} D_{GM}^T G;$$

G - діагональна матриця параметрів провідностей ARC- прототипу порядку g .

Імпульсна характеристика ARC-прототипу знаходиться як часова реакція на вплив $\psi\delta(t)$ в наступному вигляді

$$\begin{aligned}
 u^{ARC}_{ВИХ}(t) &= \psi L^{-1} \{K_U(p)\} = \\
 &= \psi L^{-1} \{m^T [(pC + Y)^{-1}y - d_C]\} = \\
 &= m^T e^{At} U_C(+0) - \psi m^T d_C \delta(t),
 \end{aligned} \quad (5)$$

де $U_C(+0) = \psi C^{-1}y; m^T$ - останній рядок матриці M .

На основі системи рівнянь (3) отримаємо єдине різницеве рівняння для вектора змінних стану SC-кола

$$U_{k+1} = F U_k + f_0 E_k + f_{0,5} E_{k+0.5} + f_1 E_{k+1}, \quad (6)$$

де

$$\begin{aligned}
 F &= (I + F_{11})^{-1} (I + F_{10}) (I + F_{00})^{-1} (I + F_{01}); \\
 f_0 &= (I + F_{11})^{-1} (I + F_{10}) (I + F_{00})^{-1} f_{01}; \\
 f_{0,5} &= (I + F_{11})^{-1} [f_{10} - (I + F_{10}) (I + F_{00})^{-1} f_{00}]; \\
 f_1 &= -(I + F_{11})^{-1} f_{11}.
 \end{aligned}$$

Імпульсна характеристика SC-кола як реакція на вплив одиночного імпульсу амплітудою E може бути представлена в наступному вигляді

$$u^{SC}_{ВИХ}(kT + 0) = m^T F^k U_0, \quad (7)$$

де $U_0 = -(I + F_{11})^{-1} f_{11} E$.

Аналітичні умови точкового збігу імпульсних характеристик розглянутих фільтрів знайдемо і прирівняємо з-зображення часових функцій дискретного аргументу, що визначаються виразами (6) та (7). В результаті отримаємо рівняння [3]

$$\begin{aligned}
 m^T (zI - F)^{-1} U_0 &= \\
 &= m^T (zI - e^{AT})^{-1} U_C(+0),
 \end{aligned} \quad (8)$$

яка має виконуватися для будь-яких значень z , що входить до нього. Перехід до скалярної форми запису рівняння (8) дає систему нелінійних рівнянь відносно g параметрів ємностей допоміжних конденсаторів і нормованого параметра джерела $\varepsilon = \psi(ET)^{-1}$.

З рівняння (6) впливає вираз для комплексного коефіцієнта передачі SC-кола за напругою

$$\begin{aligned}
 \dot{K}_U(j\omega T) &= \frac{\dot{U}_{ВИХ}}{\dot{U}_{ВХ}} = \frac{m^T (\dot{U}_k - d_C \dot{E}_k)}{\dot{E}_k} = \\
 &= m^T (e^{j\omega T} I - F)^{-1} \dot{f} + d,
 \end{aligned} \quad (9)$$

де $\dot{f} = f_0 + f_{0,5} e^{0.5j\omega T} + f_1 e^{j\omega T}; d = -m^T d_C$.

Виділивши модуль і фазу комплексного виразу (9), отримаємо розрахункову формулу для АЧХ і ФЧХ ланцюга, що розглядається. Зміну аргументу слід обмежити діапазоном $[0, \pi]$ внаслідок періодичності частотних характери-

стик імпульсної системи, а також властивостей парності функції АЧХ та непарності функції ФЧХ.

Перехідна характеристика SC-ланцюга має вигляд:

$$\begin{aligned}
 h_k &= m^T (U_k - d_C E) / E = \\
 &= m^T (I - F^k) U_E^0 + d,
 \end{aligned} \quad (10)$$

де $U_E^0 = U^0 / E = (I - F)^{-1} f^0; f^0 = f_0 + f_{0,5} + f_1$.

Для довільного вхідного впливу перехідний процес може бути розрахований звичайним методом припасовування з використанням системи різницевих рівнянь (6).

Висновки

Таким чином, на основі положень компактного модифікованого методу припасовування розроблено алгоритм аналізу SC-кіл на основі таблиці вмикання елементів ARC-прототипу. При цьому резистори прототипу моделюються одним з чотирьох типів конденсаторно-ключових еквівалентів.

Для формалізації початкового етапу параметричного синтезу SC-фільтра були досліджені аналітичні умови точкового збігу імпульсних характеристик SC-кола та його ARC-прототипу й отримані основні та додаткові умови еквівалентності їх частотних характеристик у вигляді системи нелінійних рівнянь відносно параметрів допоміжних конденсаторів.

На основі компактного модифікованого методу припасовування отримані математичні співвідношення, що визначають частотні характеристики та перехідні процеси в SC-колах, та розроблена програма аналізу SC-кіл на основі таблиці вмикання елементів ARC-прототипу.

Література

1. *Достал Т., Рибін О.І., Трохименко Я.К.* Проектування фільтрів з ємностями, що перемикаються. – Київ: Ін-т системних досліджень МОН України, 1993. – 280 с.
2. *Рыбин А. И.* Анализ переходных и установившихся режимов в линейно-параметрических цепях модифицированным методом припасовывания // Радиоэлектроника. (Изв. высш. учеб. заведений). – 2001. – №3. – С.31 – 41.
3. *Артеменко М.Е., Рыбин А.И., Кумсия М.С.* Компактный модифицированный метод припасовывания для параметрического синтеза SC-фильтров на основе ARC-аналогов // Электроника и связь. – 2011. Темат. вып. Электроника и нанотехнологии. – №2. – С.42 – 52.

4. *Артеменко М.Е., Рыбин А. И., Кумсия М.* Условия применимости компактного модифицированного метода припасовывания для параметрического синтеза цепей с переключающимися конденсаторами // Вісник Національного технічного університету України "КПІ". Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2011. – №44. – С.30 – 38.
5. *Артеменко М.Е., Рыбин А. И., Кумсия М.* Анализ линейно-параметрических цепей с переключающимися конденсаторами компактным модифицированным методом припасовывания // Вісник Національного технічного університету України "КПІ". Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2011. – №46. – С.41 – 50.

*Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт»*

Поступила в редакцию 14 сентября 2012 г.