

УДК 621.372

Т.В. Бодня, В.П. Зубарь, А.С. Чайковский, канд. техн. наук

## Инверторы импеданса в LC-генераторах гармонических колебаний

Рассмотрены применения инверторов импеданса (ИН) на операционном усилителе (ОУ), усилителях на биполярных и полевых транзисторах в LC-генераторах гармонических колебаний. С помощью иммитансного критерия устойчивости приведен алгоритм анализа LC-генераторов, получены аналитические выражения, необходимые для расчета первичных параметров генератора.

Applications of negators of impedance (IN) are considered on an operating strengthener (OS), strengtheners on bipolar and field transistors in the LC-generators of harmonic vibrations. By the immitans criterion of stability the algorithm of analysis of LC-generators is resulted, analytical expressions, necessary for the calculation of primary parameters of generator, are got.

**Ключевые слова:** инвертор импеданса, операционный усилитель, биполярные и полевые транзисторы, генератор, колебательный контур, гармонические колебания, матрица проводимости.

### Введение

Известно, что при подключении, какого либо напряжения или тока к параллельному LC-контур в последнем возникают электрические колебания собственной частоты  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , ко-

торые со временем затухают из-за активного сопротивления катушки индуктивности  $r$ . При этом колебательный контур представляют моделью, состоящей из трёх параллельных ветвей катушки с индуктивностью  $L$ , конденсатора емкостью  $C$ , динамического сопротивления

$$R_g = \frac{L}{C_r} = Q \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \text{где } Q = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{\omega_0 C}{r} = \frac{\sqrt{L}}{r} -$$

добротность контура. Если к колебательному контуру подключить параллельно отрицательное сопротивление инвертора импеданса  $R_u$ , величиной не меньшей динамического сопротивления  $R_g$  LC-контура, то в контуре будут незатухающие электрические колебания.

Частоту гармонических колебаний  $\omega_r$  и требования к первичным параметрам инверто-

ра импеданса, то есть к нахождению равенства  $R_u = R_g$ , можно определить, используя иммитансный критерий устойчивости [1,2], согласно которому определитель матрицы проводимостей  $Y(j\omega)$  электронной схемы LC-генератора должен удовлетворять равенству:

$$\Delta(j\omega) = \Delta_R(\omega) + j\Delta_I(\omega) = 0 \quad (1)$$

где  $\Delta_R(\omega)$  и  $\Delta_I(\omega)$  – соответственно действительная и мнимая составляющие определителя матрицы проводимостей схемы генератора.

Из выражения (1) очевидно, что:

$$\Delta_R(\omega) = 0 \quad (2)$$

$$\Delta_I(\omega) = 0 \quad (3)$$

Из выражения (3) находится частота гармонических колебаний  $\omega_r$ , а из выражения (2) – необходимые для расчета первичные параметры инвертора импеданса.

### Алгоритм анализа LC-генераторов

Рассмотрим алгоритм анализа LC-генератора с инвертором импеданса на операционном усилителе. На рис.1 приведены соответственно схема электрическая принципиальная (а), эквивалентная по переменному току (б) LC-генератора с инвертором импеданса на операционном усилителе (ОУ).

В соответствии с алгоритмом формирования узловой модели схемы содержащей идеальный ОУ [2], матрица проводимости схемы (рис.1, б) имеет вид:

$$Y(j\omega) = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} & \begin{array}{c} 1,3 \\ 2 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline \begin{array}{c} G_3 + G_g + \\ +j\omega C_1 \\ + \frac{1}{j\omega L_1} \end{array} & \begin{array}{c} -G_3 \\ -G_2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} G_1 + G_2 \\ -G_2 \end{array} & \end{array} \end{array} \quad (4)$$

Определитель матрицы проводимости (4) приравняем к нулю:

$$\Delta(j\omega) = \Delta_R(\omega) + j\Delta_I(\omega) = G_3(G_1 + G_2) - G_2(G_3 + G_g) - jG_2(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1}) = 0 \quad (5)$$

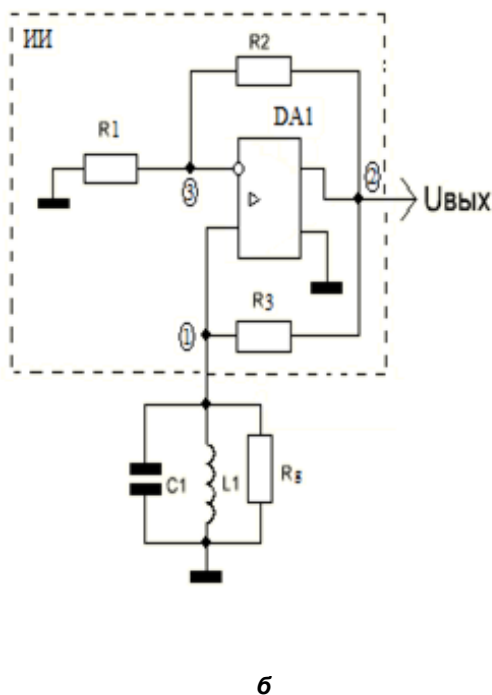
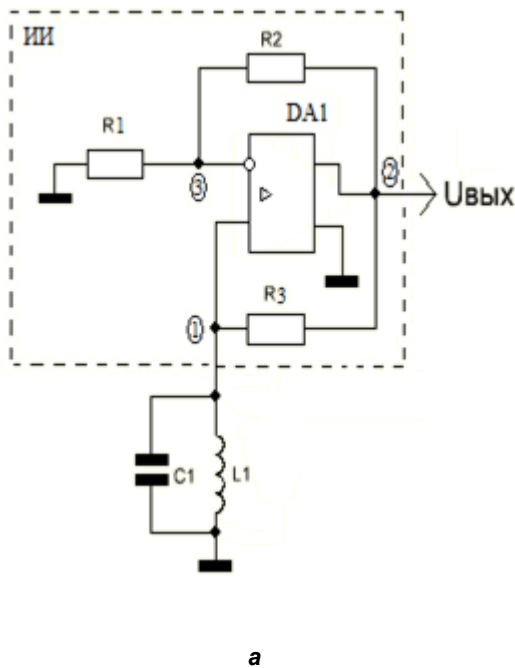


Рис.1 Схема электрическая принципиальная (а) и эквивалентная схема по переменному току (б) LC-генератора с инвертором импеданса на ОУ

Приравняем мнимую составляющую определителя (5) к нулю:

$$\Delta_I(w) = -G_2(wC_1 - \frac{1}{wL_1}) = 0$$

Откуда частота генерируемых колебаний:

$$w = w_r = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Приравняем действительную составляющую определителя (5) к нулю:

$$\Delta_R(w) = G_3(G_1 + G_2) - G_2(G_3 + G_g) = 0$$

Откуда:

$$R_g = \frac{1}{G_g} = \frac{R_1 R_3}{R_2} = R_u$$

где  $R_g = Q \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$  – динамическое сопротивление

LC-контура на частоте  $w = w_r$ .  $\frac{R_1 R_3}{R_2} = R_u$  – входное сопротивление инвертора импеданса.

В том, что входное сопротивление инвертора импеданса отрицательное можно убедиться, исключив LC-контур в схеме (рис.1, б), а в матрице проводимостей (4) проводимости -  $jwC_1$ ,

$\frac{1}{jwL_1}$  и  $G_g$  :

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1,3 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} G_3 & -G_3 \\ G_1 + G_2 & -G_2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Входное сопротивление инвертора импеданса на основе ОУ имеет вид:

$$R_{ex} = R_u = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = -\frac{G_2}{G_1 G_3} = -\frac{R_1 R_3}{R_2} < 0$$

Основным недостатком инвертора импеданса на основе ОУ является относительно низкий частотный диапазон его функционирования. На частотах больших нескольких десятков кГц эффективность ИИ снижается из-за фазовых искажений, влияния паразитных емкостей.

На рис.2 приведены соответственно схема электрическая принципиальная (а), эквивалентная схема по переменному току (б) и модель (в) LC-генератора гармонических колебаний с инвертором импеданса на биполярных транзисторах.

В соответствии с алгоритмом формирования узловой модели схемы, содержащей источники тока, управляемые напряжением [1] матрица проводимости схемы (рис. 2, в) имеет вид:

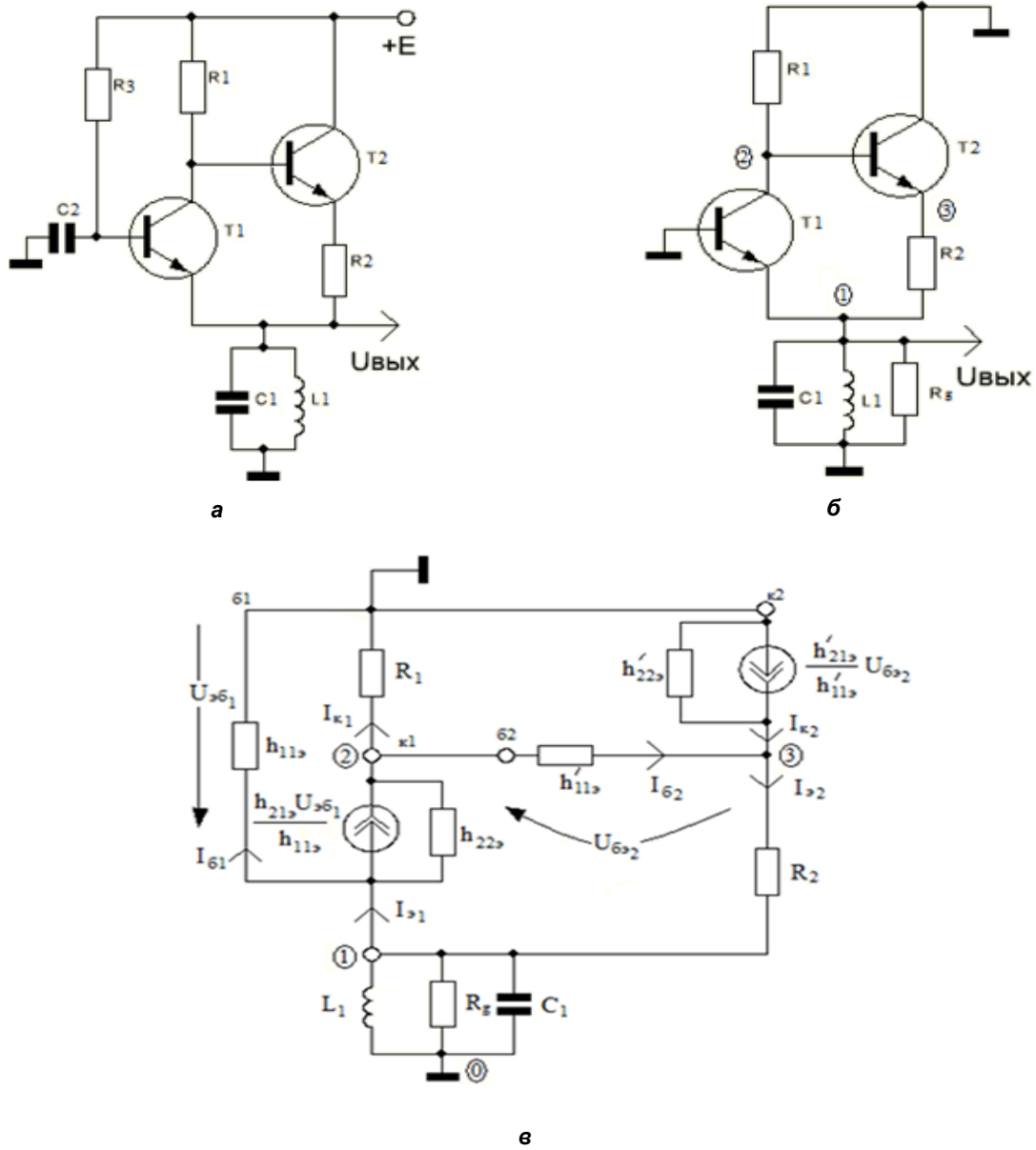


Рис. 2. Схема электрическая принципиальная (а), эквивалентная по переменному току (б) и модель LC-генератора с инвертором импеданса (в) на биполярных транзисторах

	1	2	3
1	$G_g + G_2 + \frac{1}{h_{11\beta}} + h_{22\beta} + \frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1}$	$-h_{22\beta}$	$-G_2$
2	$-h_{22\beta} - \frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}}$	$G_1 + h_{22\beta} + \frac{1}{h_{11\beta}}$	$-\frac{1}{h_{11\beta}}$
3	$-G_2$	$-\frac{1}{h_{11\beta}} - \frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}}$	$G_2 + h_{22\beta} + \frac{1}{h_{11\beta}} + \frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}}$

(5)

В матрице проводимостей (5) со штрихами обозначены h-параметры транзистора T<sub>2</sub>, а без штрихов – h-параметры транзистора T<sub>1</sub>.

Упростим матрицу проводимостей (5), полагая, что транзисторы T<sub>1</sub> и T<sub>2</sub> одного типа, а также учитывая неравенства:

$$\frac{h_{21э}}{h_{11э}} = \frac{h'_{21э}}{h'_{11э}} \gg \frac{1}{h_{11э}} = \frac{1}{h'_{11э}} \gg h_{22э} = h'_{22э}$$

Определитель матрицы проводимостей (6) приравняем к нулю:

	1	2	3
1	$G_g + G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1}$	$-h_{22э}$	$-G_2$
2	$-\frac{h_{21э}}{h_{11э}}$	$G_1 + \frac{1}{h_{11э}}$	$-\frac{1}{h_{11э}}$
3	$-G_2$	$-\frac{h_{21э}}{h_{11э}}$	$G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}}$

(6)

$$\begin{aligned} \Delta(j\omega) = \Delta_R(\omega) + \Delta_I(\omega) = & \left(G_g + G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}}\right) \times \\ & \times \left[ \left(G_1 + \frac{1}{h_{11э}}\right) \left(G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}}\right) - \frac{h_{21э}}{h_{11э}^2} \right] + \\ & + h_{22э} \left[ -\frac{h_{21э}}{h_{11э}} \left(G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}}\right) - \frac{G_2}{h_{11э}} \right] - \\ & - G_2 \left[ \frac{h_{21э}^2}{h_{11э}^2} + G_2 \left(G_1 + \frac{1}{h_{11э}}\right) \right] + \\ & + j \left( \omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1} \right) \left[ \left(G_1 + \frac{1}{h_{11э}}\right) \times \right. \\ & \left. \times \left(G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}}\right) - \frac{h_{21э}}{h_{11э}^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Приравняем мнимую составляющую определителя (7) к нулю:

$$\begin{aligned} \Delta_I(\omega) = & \left( \omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1} \right) \left[ \left(G_1 + \frac{1}{h_{11э}}\right) \times \right. \\ & \left. \times \left(G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}}\right) - \frac{h_{21э}}{h_{11э}^2} \right] = 0 \end{aligned}$$

Откуда частота генерируемых колебаний:

$$\omega = \omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Приравняем действительную составляющую определителя (7) к нулю:

$$\begin{aligned} \Delta_R(\omega) = & \left(G_g + G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}}\right) \times \\ & \times \left[ \left(G_1 + \frac{1}{h_{11э}}\right) \left(G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}}\right) - \frac{h_{21э}}{h_{11э}^2} \right] + \\ & + h_{22э} \left[ -\frac{h_{21э}}{h_{11э}} \left(G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}}\right) - \frac{G_2}{h_{11э}} \right] - \\ & - G_2 \left[ \frac{h_{21э}^2}{h_{11э}^2} + G_2 \left(G_1 + \frac{1}{h_{11э}}\right) \right] = 0 \end{aligned}$$

Откуда следует:

$$\begin{aligned} G_g = \frac{1}{R_g} = & \frac{h_{22э} \left( \frac{h_{21э} + 1}{h_{11э}} G_2 + \frac{h_{21э}^2}{h_{11э}^2} \right)}{G_1 \left( G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}} \right) + \frac{G_2}{h_{11э}}} + \\ & + \frac{G_2 \left[ \frac{h_{21э}^2}{h_{11э}^2} + G_2 \left( G_1 + \frac{1}{h_{11э}} \right) \right]}{G_1 \left( G_2 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}} \right) + \frac{G_2}{h_{11э}}} - \\ & - G_2 - \frac{h_{21э}}{h_{11э}} = G_u = \frac{1}{R_u} \end{aligned}$$

$R_g = \frac{L}{C_r} = Q \sqrt{\frac{L}{C}}$  – динамическое сопротивление

LC-контур на частоте  $\omega = \omega_r$ .

$R_u = \frac{1}{G_u}$  – входное сопротивление инверто-

ра импеданса на биполярных транзисторах.

Покажем, что входное сопротивление инвертора импеданса на биполярных транзисторах будет отрицательным, исключив три прово-

димости LC-контур –  $G_g, j\omega C_1, \frac{1}{j\omega L_1}$  в матрице проводимостей (6) и записав упрощенную матрицу:

$$Y = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|} \hline G_2 + \frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}} & -h_{22\beta} & -G_2 \\ \hline -\frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}} & G_1 + \frac{1}{h_{11\beta}} & -\frac{1}{h_{11\beta}} \\ \hline -G_2 & -\frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}} & G_2 + \frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}} \\ \hline \end{array} & \end{array} \quad (8)$$

Входная проводимость инвертора импеданса на биполярных транзисторах имеет вид:

$$Y_{\text{вх}} = Y_u = \frac{1}{R_u} = \frac{\Delta}{\Delta_{11}} = G_2 + \frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}} - \frac{h_{22\beta} \left( \frac{h_{21\beta} + 1}{h_{11\beta}} G_2 + \frac{h_{21\beta}^2}{h_{11\beta}^2} \right)}{G_1 \left( G_2 + \frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}} \right) + \frac{G_2}{h_{11\beta}}} + \frac{G_2 \left[ \frac{h_{21\beta}^2}{h_{11\beta}^2} + G_2 \left( G_1 + \frac{1}{h_{11\beta}} \right) \right]}{G_1 \left( G_2 + \frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}} \right) + \frac{G_2}{h_{11\beta}}} < 0 \quad (9)$$

Учитывая, что на практике имеет место такой порядок первичных параметров:

$$h_{21\beta} = 10, \frac{1}{h_{11\beta}} = 10^{-3} \text{ См}, h_{22\beta} = 10^{-4} \text{ См},$$

$$G_1 = 10^{-3} \text{ См}, G_2 = 10^{-2} \text{ См},$$

нетрудно прийти к выводу, что  $Y_{\text{вх}} = Y_u < 0$ .

На рис. 3 приведены соответственно схема электрическая принципиальная (а), эквивалентная схема по переменному току (б) и модель (в) LC-генератора гармонических колебаний с инвертором импеданса на полевых транзисторах.

В соответствии с обозначенными номерами узлов на схеме (рис. 3, в) матрица проводимостей имеет вид:

$$Y = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|} \hline G_g + G_2 + G_{i1} + S_1 + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1} & -G_{i1} & -G_2 \\ \hline -G_{i1} - S_1 & G_1 + G_{i1} & \\ \hline -G_2 & -S_2 & G_2 + G_{i2} + S_2 \\ \hline \end{array} & \end{array} \quad (10)$$

Определитель матрицы проводимостей (10) приравняем к нулю:

$$\Delta(j\omega) = \Delta_R(\omega) + j\Delta_I(\omega) = (G_g + G_2)(G_1 + G_{i1}) \times (G_2 + G_{i2} + S_2) + G_1(G_{i1} + S_1) \times (G_2 + G_{i2} + S_2) - G_2[(G_{i1} + S_1)S_2 + G_2(G_1 + G_{i1})] + j \left( \omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1} \right) \times (G_1 + G_{i1})(G_2 + G_{i2} + S_2) = 0 \quad (11)$$

Приравняем мнимую составляющую определителя (11) к нулю:

$$\Delta_I(\omega) = \left( \omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1} \right) (G_1 + G_{i1})(G_2 + G_{i2} + S_2) = 0$$

Откуда частота генерируемых колебаний:

$$\omega = \omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Полагая, что транзисторы  $T_1$  и  $T_2$  одного типа, а следовательно  $S_1 = S_2 = S, G_{i1} = G_{i2} = G_i$ ,

приравняем к нулю действительную составляющую определителя (11):

$$\Delta_R(w) = (G_g + G_2)(G_1 + G_i)(G_2 + G_i + S) + G_1(G_i + S)(G_2 + G_i + S) - G_2[(G_i + S)S + G_2(G_1 + G_i)] = 0$$

откуда следует:

$$G_g = \frac{1}{R_g} = \frac{G_2[(G_i + S)S + G_2(G_1 + G_i)]}{(G_1 + G_i)(G_2 + G_i + S)} - \frac{G_1(G_i + S)}{G_1 + G_i} - G_2 = G_u = \frac{1}{R_u} \quad (12)$$

где, как и прежде

		1	2	3	
Y=	1	$G_2 + G_i + S$	$-G_i$	$-G_2$	(13)
	2	$-G_i - S$	$G_1 + G_i$		
	3	$-G_2$	$-S$	$G_2 + G_i + S$	

Входная проводимость инвертора импеданса на полевых транзисторах имеет вид:

$$Y_{ex} = Y_u = \frac{1}{R_u} = \frac{\Delta}{\Delta_{11}} = G_2 + G_i + S - \frac{G_i(G_i + S)}{G_1 + G_i} - G_2 \frac{(G_i + S)S + G_2(G_1 + G_i)}{(G_1 + G_i)(G_2 + G_i + S)} < 0 \quad (14)$$

Учитывая, что на практике имеет место такой порядок первичных параметров:

$$G_2 = 10^{-2} \text{ См}, G_i = 10^{-4} \text{ См}, S = 10^{-2} \text{ См},$$

$$G_1 = 10^{-3} \text{ См}, \text{ приходим к выводу, что}$$

$$Y_{ex} = Y_u = \frac{1}{R_u} < 0.$$

Экспериментальные исследования LC-генератора с инвертором импеданса на операционном усилителе (рис.1а) при значениях первичных параметров ДА1-LM358N,  $R_1=100 \text{ Ом}$ ,  $R_2=10 \text{ кОм}$ ,  $R_3=1 \text{ кОм}$ ,  $L_1=1 \text{ мГн}$ ,  $C_1=10 \text{ нФ}$ ,  $E=\pm 12\text{В}$ , показали стабильную генерацию гармонических колебаний частотой  $f_i=50,25 \text{ кГц}$ , амплитудой  $U_{вых}=1,2\text{В}$  (рис. 3).

$$R_g = \frac{L}{C_r} = Q\sqrt{\frac{L}{C}} - \text{динамическое сопротивление LC-контура на частотах } w = w_r,$$

$R_u = \frac{1}{C_u}$  – входное сопротивление инвертора импеданса на биполярных транзисторах.

Исключив три проводимости LC-контура на схеме (рис. 3, в) –  $G_g$ ,  $jwC_1$ ,  $\frac{1}{jwL_1}$  и в матрице проводимостей (10), запишем матрицу проводимостей инвертора импеданса на полевых транзисторах:

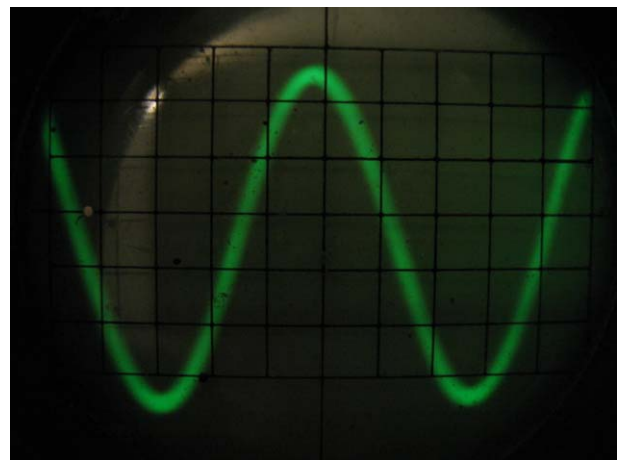
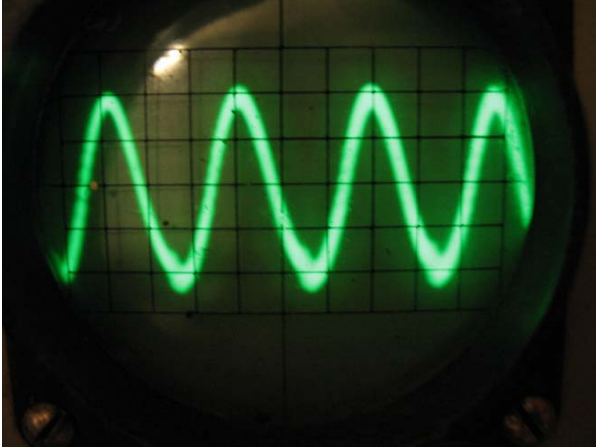


Рис. 4 Оциллограмма выходного напряжения LC-генератора с инвертором импеданса на ОУ

Экспериментальные исследования LC-генератора с инвертором импеданса на биполярных транзисторах  $T_1, T_2$  типа BC547 (рис. 2) при значениях первичных параметров,  $R_3=20 \text{ кОм}$ ,  $R_1=1,2 \text{ кОм}$ ,  $R_2=200 \text{ Ом}$ ,  $L_1=2,56 \text{ мГн}$ ,  $C_1=100 \text{ пФ}$ ,  $C_2=100 \text{ нФ}$ ,  $E=12\text{В}$  показали стабильную генерацию гармонических колебаний частотой  $f_i=313,9 \text{ кГц}$ , амплитудой  $U_{вых}=1,5 \text{ В}$  (рис. 4).



**Рис. 5** Осциллограмма выходного напряжения LC-генератора с инвертором импеданса на биполярных транзисторах

### Выводы

Предложены электрические принципиальные LC-генераторов гармонических колебаний с использованием инверторов импеданса на операционном усилителе, усилителях на биполярных и полевых транзисторах. Отмечено, что LC-генераторы с инверторами импеданса на операционном усилителе могут работать до нескольких десятков кГц, а на биполярных и полевых – до сотен МГц. Показано, что при условии

выбора входного сопротивления инвертора импеданса не меньшим чем динамическое сопротивление LC-контура, в LC-генераторе возможны гармонические колебания частотой, которая определяется только значениями индуктивности и емкости LC-контура и не зависит от первичных параметров инвертора импеданса.

Получены аналитические выражения для входного сопротивления различных инверторов импеданса.

### Литература:

1. *Сигорский В.П.*, Петренко А.И. Основы теории электронных схем. – К.; Техника, 1971, – 610 с.
2. *Чайковский А.С.*, Иванова В.Н. Иммитансный критерий устойчивости при анализе RC-генераторов гармонических колебаний, *Электроника и связь. Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии»*, ч.2, 2009г.
3. *Чайковский А.С.*, Иванова В.Н. Анализ LC-генераторов гармонических колебаний, *Электроника и связь*, 5, Тематический выпуск, «Электроника и нанотехнологии», 2010г.