

# Методы и средства обработки сигналов и изображений

УДК 621.396.2

Т.А. Терещенко, д-р техн. наук, Д.В. Лазарев

## Применение обобщенного спектрального преобразования в ориентированном базисе в системах CDMA

Показаны преимущества использования обобщенного преобразования в ориентированном базисе (ОБ) в системах CDMA. Определено возможное число каналов для предлагаемого преобразования. Проведено сравнение с известными системами CDMA на основе функций Уолша и ОБ. Проведена оценка быстродействия предлагаемых и известных систем.

The paper shows advantages of the generalized transform in an oriented basis (OB) for CDMA systems. The possible number of channels for the proposed transform conversion is determined. A comparison with known Walsh functions based and OB functions based CDMA systems is made. The performance comparison of proposed and known systems is estimated.

**Ключевые слова:** CDMA, спектральные преобразования, передача информации.

### Введение

В настоящее время в системах с кодовым разделением каналов – CDMA (Code Division Multiple Access) применяются функции Уолша [1, 2]. В таких системах число каналов определяется как  $2^n$ . При числе каналов, не отвечающем указанному соотношению, система на основе функций Уолша является неэффективно из-за избыточных вычислений.

В работах [3, 4]. предлагается использование базисных функций ОБ-преобразования для кодового разделения каналов, которое характеризуется большим быстродействием по сравнению с системой на основе функций Уолша. Однако, с точки зрения варьирования числа каналов, системе на основе функций ОБ присущи те же недостатки, что и на основе функций Уолша. Для обеспечения заданного числа каналов и устранения избыточности вычислений при обработке принятого сигнала предлагается использовать базисные функции обобщенного ОБ-преобразования.

### 1. Обобщенное ОБ-преобразование

Любое целое положительное число N может быть представлено в виде произведения простых множителей:

$$N = m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2} \cdot \dots \cdot m_L^{n_L}, \quad (1)$$

где  $m_1, m_2, \dots, m_L$  – простые числа,  $n_1, n_2, \dots, n_L$  – любые целые числа.

Представим совокупность аргументов  $x$  (или  $v$ ) базисных функций в смешанной системе по модулю  $\mu_j$  в  $j$ -м разряде [4].

Положим

$$\mu_0=1, \mu_1=m_1^{n_1}, \mu_2=m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2}, \dots,$$

$$\mu_j=m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2} \cdot \dots \cdot m_j^{n_j}, \dots, \quad (2)$$

$$\mu_L=m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2} \cdot \dots \cdot m_L^{n_L}.$$

Тогда матрица прямого преобразования принимает вид

$$F_{\text{доброб}} = F_d^{[n_1]}_{m_1} \times_{\mu_1} F_d^{[n_2]}_{m_2} \times_{\mu_2} \dots \times_{\mu_{L-1}} F_d^{[n_L]}_{m_L}, \quad (3)$$

а

$$F_{\text{роброб}} = F_r^{[n_1]}_{m_1} \times_{\mu_1} F_r^{[n_2]}_{m_2} \times_{\mu_2} \dots \times_{\mu_{L-1}} F_r^{[n_L]}_{m_L},$$

где  $F_d$  и  $F_r$  – матрицы прямого и ОБ-обратного преобразования, а  $\times_{\mu}$  – это  $m$ -Кронекеровское произведение [4].

$F_d$  состоит из базисных функций прямого преобразования

$$\varphi_r(v, x) = \cos \left[ \frac{2\pi}{m} \sum_{s=1}^n v^{(s)} x^{(s)} \right] + A \sin \left[ \frac{2\pi}{m} \sum_{s=1}^n v^{(s)} x^{(s)} \right]$$

а  $F_r$  из функций обратного преобразования

$$\varphi_r(v, x) = \cos \left[ \frac{2\pi}{m} \sum_{s=1}^n v^{(s)} x^{(s)} \right] + \frac{1}{A} \sin \left[ \frac{2\pi}{m} \sum_{s=1}^n v^{(s)} x^{(s)} \right]$$

где  $A = \operatorname{tg} \alpha$ ;  $\alpha = \frac{2\pi i}{m}$ ,  $i = \overline{1, m-1}$  – угол ориентации оси преобразования;  $x^{(s)}, v^{(s)}$  – разрядные компоненты в  $m$ -ичном представлении чисел  $x$  и  $v$ .

Отметим, что при  $m = 2$  и  $A = 1$  базисные функции ОБ-преобразования совпадают с

функциями Уолша, упорядоченными по Адамару [1, 4]. При  $m = 3$  значения функций прямого и обратного ОБ-преобразования являются целыми числами, равными 0, 1, -1, -2. В случае, когда матрица обобщенного ОБ-преобразования определяется  $m$ -Кронекеровским произведением матриц Уолша и ОБ,  $m$ -Кронекеровское произведение заменяется обычным Кронекеровским произведением. Эти свойства делают возможным использование функций обобщенного преобразования на интервале  $N = 2^{n_1} \times 3^{n_2}$  в системах CDMA.

В качестве примера рассмотрим матрицу прямого и обратного обобщенного ОБ-преобразования при  $N = 2^2 \times 3$ .

Матрица прямого преобразования определяется как

$$F_{d \text{ обоб}} = F_4 \times_m F_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -2 & 2 & -2 & 2 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -2 & -2 & 2 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -2 & 2 & 2 & -2 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -2 & 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -2 & -2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -2 & 2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Матрица обратного преобразования определяется как

$$F_{\text{обоб}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Базисные функции ОБ-преобразования обладают свойством взаимной ортогональности, поэтому в системах CDMA одна из матриц может использоваться для кодирования сигналов, а другая – для декодирования. Поскольку элементы каждой из матриц могут принимать не по 2, как в матрице Уолша, а по 3 значения, для кодирования значений матрицы необходимо использовать 2 двоичных разряда.

## 2. Система передачи на основе ОБ-преобразования

Свойство взаимной ортогональности базисных функций обобщенного ОБ-преобразования позволяет построить многоканальную систему передачи данных с кодовым разделением каналов. Количество каналов дистанционного управления в этом случае будет определяться порядком матрицы обобщенного ОБ-преобразования, или длиной интервала определения  $N$  базисных функций обобщенного ОБ-преобразования.

Схема устройства приведена на рис. 1.

На вход передатчика поступают информационные сигналы (ИС) с разных каналов. В передатчике эти сигналы поступают на устройства выборки и хранения (УВХ), выборка в которых происходит по фронтам синхросигнала. Методы получения синхросигналов рассмотрены в [5]. Сигналы с выходов УВХ определяют моменты запуска соответствующих управляемых генераторов обобщенных ОБ-функций (УГООБ). Сигналы с УГООБ поступают на сумматор, сигнал которого поступает на модулятор. Модулированный сигнал передается в линию связи. В приемнике сигнал демодулируется и поступает на все согласованные фильтры (СФ). Отличие СФ заключается в том, что коэффициенты фильтрации определяются базисными функциями обобщенного ОБ-преобразования, а не Уолша. Сигналы с согласованных фильтров поступают на соответствующие УВХ по фронтам синхросигналов. На выходе УВХ информационные сигналы, соответствующие сигналам, которые поступили на вход передатчика.

Количество каналов в системах передачи информации с применением функций Уолша, ОБ-преобразования и обобщенного ОБ-преобразования представлено в таблице 1.

Как видно из таблицы 1, система на основе функций Уолша позволяет реализовать число каналов, кратное степеням двойки, а на основе ОБ – кратное степени тройки. Система на основе функций обобщенного ОБ-преобразования позволяет реализовать значительно большее число каналов. Так, на интервале  $N = [2 \dots 96]$ ,

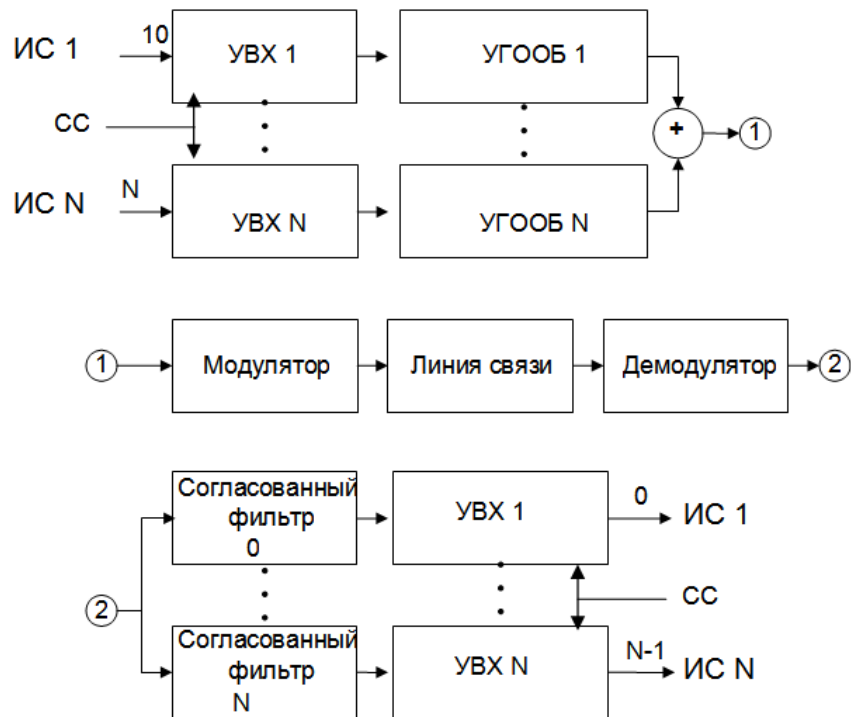


Рис. 1. Структурная схема передачи информации на основе обобщенного ОБ-преобразования

Таблица 1. Количество каналов связи при использовании различных базовых функций

| Количество каналов, $N$ | Преобразования |    |   |
|-------------------------|----------------|----|---|
|                         | Уолша          | ОБ | Обобщенное ОБ на интервале $N = 2^{n_1} \times 3^{n_2}$ |
| 2                       | +              |    | $+(n_1 = 1, n_2 = 0)$                                   |
| 3                       |                | +  | $+(n_1 = 0, n_2 = 1)$                                   |
| 4                       | +              |    | $+(n_1 = 2, n_2 = 0)$                                   |
| 6                       |                |    | $+(n_1 = 1, n_2 = 1)$                                   |
| 8                       | +              |    | $+(n_1 = 3, n_2 = 0)$                                   |
| 9                       |                | +  | $+(n_1 = 0, n_2 = 2)$                                   |
| 12                      |                |    | $+(n_1 = 2, n_2 = 1)$                                   |
| 16                      | +              |    | $+(n_1 = 4, n_2 = 0)$                                   |
| 18                      |                |    | $+(n_1 = 1, n_2 = 2)$                                   |
| 24                      |                |    | $+(n_1 = 3, n_2 = 1)$                                   |
| 27                      |                | +  | $+(n_1 = 0, n_2 = 3)$                                   |
| 32                      | +              |    | $+(n_1 = 5, n_2 = 0)$                                   |
| 36                      |                |    | $+(n_1 = 2, n_2 = 2)$                                   |
| 48                      |                |    | $+(n_1 = 4, n_2 = 1)$                                   |
| 54                      |                |    | $+(n_1 = 1, n_2 = 3)$                                   |
| 64                      | +              |    | $+(n_1 = 6, n_2 = 0)$                                   |
| 72                      |                |    | $+(n_1 = 3, n_2 = 2)$                                   |
| 81                      |                | +  | $+(n_1 = 0, n_2 = 4)$                                   |
| 96                      |                |    | $+(n_1 = 5, n_2 = 1)$                                   |

число возможных каналов больше в  $19/6 = 3,17$  раза по сравнению с числом каналов на основе функций Уолша и в  $19/4 = 4,75$  раза – по сравнению с ОБ.

Кроме того, следует отметить, что адаптация системы к заданному числу каналов также

приводит к увеличению быстродействия. Так, при числе каналов  $N = 48$ , необходимо использовать матрицу Уолша размерности  $64 \times 64$ , или матрицу ОБ размером  $81 \times 81$ . При использовании обобщенного ОБ-преобразования, размерность матрицы составляет  $48 \times 48$ . Поэтому,

длина последовательности которую следует обрабатывать для разделения каналов уменьшается в связи с уменьшением размерности матрицы. Следовательно, даже без учета наличия нулевых элементов матрицы, можно оценить выигрыш в быстродействии для этого примера, как  $64/48 = 1,3$  для Уолша и  $81/48 = 1,69$  для ОБ.

#### Выводы

1. Использование обобщенного ОБ-преобразования позволяет выбрать число каналов из более широкого диапазона по сравнению с преобразованиями Уолша и ОБ.

2. При использовании обобщенного ОБ-преобразования повышается скорость обработки принимаемого сигнала в согласованных фильтрах за счет уменьшения длины кодовых последовательностей.

#### Література

1. Хармут Х.Ф. Передача информации ортогональными функциями/ Хармут Х.Ф. – М. : Связь, 1975. – 272 с.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Гроза Е.Г. (пер. с англ.). – 2.изд., испр. – М. ; СПб.; К. : Вильямс, 2003. – 2000с.
3. Жуйков В.Я. Передача сигналов управления в условиях помех / В. Я. Жуйков, Т. А. Терещенко, Ю. В. Хохлов. – К: НТУУ «КПИ» 2010, – 220 с.
4. Жуйков В.Я. Дискретные спектральные преобразования на конечных интервалах / В. Я. Жуйков, Т. А. Терещенко, Ю. С. Петергеря. – К: НТУУ «КПИ» 2010, – 244 с.
5. Терещенко Т.О., Способи синхронізації в системах дистанційного керування перетворювачами / Терещенко Т.О., Лазарєв Д.В. – Технічна електродинаміка. Темат. вип. “Проблеми сучасної електротехніки”, ч.1. – 2010. – С. 63-66.