

УДК 621.382

Л.И. Самотовка, В.Л. Самотовка

Модели параметров полупроводниковой структуры с р-п переходом основанные на применении функций Бесселя

Предложены модели для определения информативных электрофизических параметров полупроводниковой структуры с р-п переходом (ПС), учитывающие токи утечки через сопротивление параллельное р-п переходу. Они основаны на одно- и двухчастотном гармоническом малосигнальном воздействии на ПС.

The models for informative electrophysical parameters determination in semiconductor structure with p-n junction were offered. These models take into account leakage current through a resistance that parallel p-n junction. The models were based on small-signal harmonic one- and two-frequency operation.

Ключевые слова: информативные электрофизические параметры, полупроводниковая структура с р-п переходом, одно- и двухчастотное гармоническое малосигнальное напряжение, гармонический ток на разностной частоте, функция Бесселя мнимого аргумента.

1. Введение

В работе [1] представлен метод определения информативных электрофизических параметров (ЭФП) полупроводниковой структуры с р-п переходом (ПС) основанный на аналитических зависимостях гармонических токов первой и разностной частот от ЭФП ПС. Аналитические зависимости получены при подаче на ПС суммы постоянного и двух гармонических напряжений, путем дифференцирования функций, представленных статическими вольтамперными характеристиками (ВАХ), для каждой отдельной составляющей спектра гармонических токов при равных одинаковых значениях постоянного тока, протекающего через ПС, но различных значениях постоянного напряжения прямого смещения р-п перехода [2].

Однако в работе [1] зависимость для гармонического тока на первой частоте определена при одном и том же постоянном напряжении прямого смещения р-п перехода, что и зависимость для максимального значения гармонического тока на разностной частоте. Такое допущение увеличивает погрешность определения ЭФП ПС. Кроме того, модель ПС представленная в работе [1] не учитывает возможных токов

утечки через сопротивление параллельное р-п переходу ПС.

Цель данной работы заключалась в разработке моделей ЭФП ПС, основанных на применении функций Бесселя мнимого аргумента [3, 4] для вывода аналитических зависимостей ЭФП ПС от постоянного и спектра гармонических токов, протекающих в безинерционной электрической цепи (ЭЦ), представленной на рис.1 при равных одинаковых постоянных напряжениях прямого смещения р-п перехода. Где 1– безинерционная электрическая цепь, состоящая из последовательного соединения ПС 2 и линейного резистора R_H . ПС включает нелинейный элемент (р-п переход) 3 и последовательно соединенное сопротивление областей эмиттера и базы ПС R_S . Резистор R_I моделирует ток утечки по поверхности р-п перехода V –напряжение подаваемое на ЭЦ, V_0 – вольтметр постоянного напряжения и V_- – селективный вольтметр.

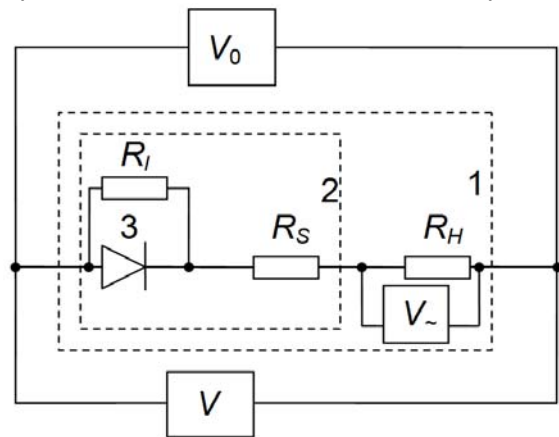


Рис. 1. Структурная схема ЭЦ

2. Основная часть

Аналитические зависимости для постоянно и составляющих спектра гармонических токов определили при действии на ЭЦ напряжения V , состоящего из суммы постоянного напряжения прямого смещения р-п перехода V_0 и одного или двух малосигнальных разночастотных гармонических напряжений.

$$V = V_0 + V_{1m} \cos \omega_1 t \quad (1)$$

$$V = V_0 + V_{1m} \cos \omega_1 t + V_{2m} \cos \omega_2 t \quad (2)$$

Частоты ω_1 и ω_2 должны удовлетворять условию безинерционности ЭЦ.

Статическую ВАХ для ЭЦ в пределах изменения постоянного напряжения $V_0 \pm (V_{1m} + V_{2m})$ представили в виде:

$$i_0 = i_s (e^{a(V_0 - i_0(R_S - R_H))} - 1) + \frac{V_0 - i_0(R_S + R_H)}{R_I} \quad (3)$$

где: i_s —ток насыщения включающий тепловую и генерационную составляющие; i_0 — постоянный ток протекающий через сопротивление R_H ; V_0 — постоянное напряжение приложенное к ЭЦ для обеспечения прямого смещения р-п перехода; $a = q/kT$.

Анализ зависимостей для гармонических токов на первой и разностной частотах, представленных в [1, 2], показал, что в пределах изменения значений аргументов функций Бесселя $0 < aV_{1m} \leq 0,6$ и $0 < aV_{2m} \leq 0,6$, коэффициенты $k_{11}(y_1)$, $k_{12}(y_2)$ и функции Бесселя нулевого порядка $J_{01}(y_1)$, $J_{02}(y_2)$ могут изменяться в пределах не более (2–5)% при изменениях постоянного напряжения прямого смещения р-п перехода V_0 в пределах $V_{0m} \pm (V_{1m} + V_{2m})$, где V_{0m} —постоянное напряжение при котором в ЭЦ достигается максимальное значение тока $I_{урпм}$ на разностной ($\omega_1 - \omega_2$) частоте и обеспечивается возможность определения информативных ЭФП ПС.

В предположении постоянства коэффициентов $k_{11}(y_1)$, $k_{12}(y_2)$, функций Бесселя нулевого порядка $J_{01}(y_1)$, $J_{02}(y_2)$, коэффициента кривизны a , тока насыщения i_s , в интервале постоянного напряжения прямого смещения р-п перехода $V_0 \pm (V_{1m} + V_{2m})$ при условии подачи на ЭЦ напряжения (2), постоянную составляющую и спектр гармонических токов представили в виде [2]:

$$\begin{aligned} i = & J_{01}(y_1)J_{02}(y_2) \left(i_s e^{a(V_0 - i_0 R)} + \frac{V_0 - i_0 R}{R_I} \right) - i_s + \\ & + \sum_{b=1}^{\infty} 2J_{02}(y_2)k_{b1}(y_1)V_{1m}^b \frac{d^b i_0}{dV_0^b} \cos(b\omega_1 t) + \\ & + \sum_{c=1}^{\infty} 2J_{01}(y_1)k_{c2}(y_2)V_{2m}^c \frac{d^c i_0}{dV_0^c} \cos(c\omega_2 t) + \\ & + \sum_{b=1}^{\infty} 2k_{b1}(y_1)k_{c2}(y_2)V_{1m}^b V_{2m}^c \frac{d^{(b+c)} i_0}{dV_0^{(b+c)}} \cos(b\omega_1 \pm c\omega_2) t \end{aligned} \quad (4)$$

где: $R = R_S + R_H$; $y_1 = aV'_{1m}$, $y_2 = aV'_{2m}$ —экспериментально определенные эффективные значения аргументов функций Бесселя; V'_{1m} , V'_{2m} — эффективные амплитудные значения разностных малосигнальных гармонических напряжений; $k_{b1}(y_1) = J_{b1}(y_1)/y_1^b$, $k_{c2}(y_2) = J_{c2}(y_2)/y_2^c$.

Подставив соотношение (3) в (4) и выполнив дифференцирование, при условии постоянства коэффициентов $k_{b1}(y_1)$, $k_{b2}(y_2)$ и функций Бесселя $J_{01}(y_1)$ и $J_{02}(y_2)$, при одинаковых напряжениях прямого смещения р-п перехода, а также $b=c=1$

и $b=c=2$ определили аналитические зависимости для гармонических токов на частотах ω_1 , ω_2 , $2\omega_1$, $2\omega_2$ и $\omega_1 \pm \omega_2$:

$$i_{\omega 1} = \frac{2J_{02}(y_2)k_{11}(y_1)V_{1m}(i_s a e^{a(V_0 - i_0 R)} + \sigma_I)}{1 + \sigma_I R + R i_s a e^{a(V_0 - i_0 R)}} \cos \omega_1 t \quad (5)$$

$$i_{\omega 2} = \frac{2J_{01}(y_1)k_{12}(y_2)V_{2m}(i_s a e^{a(V_0 - i_0 R)} + \sigma_I)}{1 + \sigma_I R + R i_s a e^{a(V_0 - i_0 R)}} \cos \omega_2 t \quad (6)$$

$$i_{2\omega 1} = \frac{2J_{02}(y_2)k_{21}(y_1)V_{1m}^2 a^2 i_s e^{a(V_0 - i_0 R)}}{(1 + \sigma_I R + R i_s a e^{a(V_0 - i_0 R)})^3} \cos 2\omega_1 t \quad (7)$$

$$i_{2\omega 2} = \frac{2J_{01}(y_1)k_{22}(y_2)V_{2m}^2 a^2 i_s e^{a(V_0 - i_0 R)}}{(1 + \sigma_I R + R i_s a e^{a(V_0 - i_0 R)})^3} \cos 2\omega_2 t \quad (8)$$

$$i_{\omega 1 \pm \omega 2} = \frac{2k_{11}(y_1)k_{12}(y_2)V_{1m}V_{2m}a^2 i_s e^{a(V_0 - i_0 R)}}{(1 + \sigma_I R + R i_s a e^{a(V_0 - i_0 R)})^3} \times \cos(\omega_1 \pm \omega_2) t \quad (9)$$

Среднеквадратические значения гармонических токов на частотах ω_1 , ω_2 , $2\omega_1$, $2\omega_2$ и $\omega_1 \pm \omega_2$ и постоянный ток представлены в виде:

$$I_{\omega 1} = \frac{2J_{02}(y_2)k_{11}(y_1)V_{1c}(a i_s e^{a(V_0 - i_0 R)} + \sigma_I)}{1 + \sigma_I R + R a i_s e^{a(V_0 - i_0 R)}} \quad (10)$$

$$I_{\omega 2} = \frac{2J_{01}(y_1)k_{12}(y_2)V_{2c}(a i_s e^{a(V_0 - i_0 R)} + \sigma_I)}{1 + \sigma_I R + R a i_s e^{a(V_0 - i_0 R)}} \quad (11)$$

$$I_{2\omega 1} = \frac{2\sqrt{2}J_{02}(y_2)k_{21}(y_1)V_{1c}^2 a^2 i_s e^{a(V_0 - i_0 R)}}{(1 + \sigma_I R + R a i_s e^{a(V_0 - i_0 R)})^3} \quad (12)$$

$$I_{2\omega 2} = \frac{2\sqrt{2}J_{01}(y_1)k_{22}(y_2)V_{2c}^2 a^2 i_s e^{a(V_0 - i_0 R)}}{(1 + \sigma_I R + R a i_s e^{a(V_0 - i_0 R)})^3} \quad (13)$$

$$I_{\omega 1 \pm \omega 2} = \frac{2\sqrt{2}k_{11}(y_1)k_{12}(y_2)V_{1c}V_{2c}a^2 i_s e^{a(V_0 - i_0 R)}}{(1 + \sigma_I R + R a i_s e^{a(V_0 - i_0 R)})^3} \quad (14)$$

$$I_{01} = J_{01}(y_1)J_{02}(y_2) \left(i_s e^{a(V_0 - i_0 R)} + \frac{V_0 - i_0(R_S + R_H)}{R_I} \right) \quad (15)$$

где V_{1c} и V_{2c} среднеквадратические значения гармонических токов.

Используя зависимости (12)–(14) определили, что максимальные значения токов на частотах $2\omega_1$, $2\omega_2$ и $\omega_1 \pm \omega_2$ достигаются при постоянном напряжении прямого смещения р-п перехода:

$$V_{0\text{дм}} = \frac{1}{a} \ln \frac{R_I + R}{2R_I R a i_s} \quad (16)$$

Минимально возможное значение $V_{0\text{дм}}$ ограничено сопротивлением R_I при $R \gg R_I$ и не может быть меньше величины определяемой выражением

$$V_{0\partial m} = \frac{1}{a} \ln \frac{1}{2R_I a i_S}$$

Выражения для среднеквадратических значений гармонических токов при постоянном напряжении прямого смещения р-п перехода $V_{0\partial m}$ получены в виде:

$$I_{\omega 1m} = 2J_{02}(y_2)k_{11}(y_1) \left(\frac{V_{1c}}{3R} + \frac{2V_{1c}}{3(R_I + R)} \right) \quad (17)$$

$$I_{\omega 2m} = 2J_{01}(y_1)k_{12}(y_2) \left(\frac{V_{2c}}{3R} + \frac{2V_{2c}}{3(R_I + R)} \right) \quad (18)$$

$$I_{2\omega 1m} = \frac{8\sqrt{2}}{27} J_{02}(y_2)k_{21}(y_1) \frac{aR_I^2 V_{1c}^2}{R(R_I + R)^2} \quad (19)$$

$$I_{2\omega 2m} = \frac{8\sqrt{2}}{27} J_{01}(y_1)k_{22}(y_2) \frac{aR_I^2 V_{2c}^2}{R(R_I + R)^2} \quad (20)$$

$$I_{(\omega 1 \pm \omega 2)m} = \frac{8\sqrt{2}}{27} k_{11}(y_1)k_{12}(y_2) \frac{aR_I^2 V_{1c} V_{2c}}{R(R_I + R)^2} \quad (21)$$

Если аргументы функции Бесселя мнимого аргумента y_1 и $y_2 \leq 0,2$, то с относительной погрешностью $\leq 1\%$ коэффициенты $k_{11}(y_1) \approx k_{12}(y_2) \approx 0,5$, $k_{21}(y_1) \approx 0,125$, $J_{01}(y_1) \approx J_{02}(y_2) \approx 1$ и тогда выражения (17), (19) и (21) можно записать в виде:

$$I_{\omega 1m} = \frac{V_{1c}}{3R} + \frac{2}{3} \frac{V_{1c}}{R_I + R} \quad (22)$$

$$I_{2\omega 1m} = \frac{\sqrt{2}}{27} a V_{1c}^2 \frac{R_I^2}{R(R_I + R)^2} \quad (23)$$

$$I_{(\omega 1 \pm \omega 2)m} = \frac{2\sqrt{2}}{27} a V_{1c} V_{2c} \frac{R_I^2}{R(R_I + R)^2} \quad (24)$$

Если $R_I \gg R = R_H + R_S$, то для значений аргументов $0,2 < y_1 \leq 0,6$ и $0,2 < y_2 \leq 0,6$ выражения (20)–(22) можно представить:

$$I_{\omega 1m} = 2J_{02}(y_2)k_{11}(y_1) \frac{V_{1c}}{3R} \quad (25)$$

$$I_{2\omega 1m} = \frac{8\sqrt{2}}{27} J_{02}(y_2)k_{21}(y_1) \frac{aV_{1c}^2}{R} \quad (26)$$

$$I_{(\omega 1 \pm \omega 2)m} = \frac{8\sqrt{2}}{27} k_{11}(y_1)k_{12}(y_2) \frac{aV_{1c} V_{2c}}{R} \quad (27)$$

Используя соотношения (22)–(27) составлены модели для определения ЭФП ПС, которые приведены в таблице 1.

Используя формулы (17) и (22), при условии, что $R_H \gg R_S$, получены формулы для оценки сопротивления R_I : при $0,2 < aV_{1m} \leq 0,6$

$$R_I = \frac{3R_H(V_{1c} - R_H(2J_{02}(y_2)k_{11}(y_1))^{-1} I_{\omega 1m})}{3R_H(2J_{02}(y_2)k_{11}(y_1))^{-1} I_{\omega 1m} - V_{1c}} \quad (28)$$

$$\text{при } 0 < aV_{1m} \leq 0,2 \quad R_I = \frac{3R_H(V_{1c} - R_H I_{\omega 1m})}{3R_H I_{\omega 1m} - V_{1c}} \quad (29)$$

Таблица 1.

| Параметр ПС | $0,2 < aV_{1m} \leq 0,6$ $0,2 < aV_{2m} \leq 0,6$ | $0 < aV_{1m} \leq 0,2$ $0 < aV_{2m} \leq 0,2$ |
|-------------------|---|---|
| m | $\frac{4\sqrt{2} q k_{12}(y_2) V_{2c}}{9 k T J_{02}(y_2)} \frac{I_{\omega 1m}}{I_{(\omega 1 - \omega 2)m}}$ | $\frac{2\sqrt{2} q V_{2c}}{9 k T} \frac{I_{\omega 1m}}{I_{(\omega 1 - \omega 2)m}}$ |
| a | $\frac{9\sqrt{2} J_{02}(y_2) I_{(\omega 1 - \omega 2)m}}{8 k_{12}(y_2) I_{\omega 1m} V_{2c}}$ | $\frac{9\sqrt{2} I_{(\omega 1 - \omega 2)m}}{4 I_{\omega 1m} V_{2c}}$ |
| R_S | $\frac{2}{3} J_{02}(y_2) k_{11}(y_1) \frac{V_{1c}}{I_{\omega 1m}} - R_H$ | $\frac{V_{1c}}{3I_{\omega 1m}} - R_H$ |
| $V_{0\partial m}$ | $V_{0m} - \frac{2}{3} J_{02}(y_2) k_{11}(y_1) \frac{I_{0m} V_{1c}}{I_{\omega 1m}}$ | $V_{0m} - \frac{I_{0m} V_{1c}}{3I_{\omega 1m}}$ |
| R_{∂} | $\frac{4}{3} J_{02}(y_2) k_{11}(y_1) \frac{V_{1c}}{I_{\omega 1m}}$ | $\frac{2}{3} \frac{V_{1c}}{I_{\omega 1m}}$ |
| R_c | $\frac{V_{0m}}{I_{0m}} - \frac{2}{3} J_{02}(y_2) k_{11}(y_1) \frac{V_{1c}}{I_{\omega 1m}}$ | $\frac{V_{0m}}{I_{0m}} - \frac{V_{1c}}{3I_{\omega 1m}}$ |
| i_S | $\left(\frac{3\sqrt{2} J_{02}^2(y_2) k_{11}(y_1) I_{(\omega 1 - \omega 2)m} V_{1c}}{2 k_{12}(y_2) I_{\omega 1m}^2 V_{2c}} e^{aV_{0\partial m}} \right)^{-1}$ | $\left(\frac{3\sqrt{2} I_{(\omega 1 - \omega 2)m} V_{1c}}{2 I_{\omega 1m}^2 V_{2c}} e^{aV_{0\partial m}} \right)^{-1}$ |

R_c – статическое сопротивление р-п перехода, R_{∂} – дифференциальное сопротивление р-п перехода I_{0m} – измеренное значение постоянного тока протекающего через R_H при напряжении V_{0m}

Эффективные значения аргументов модифицированных функций Бесселя определялись с помощью результатов измерений постоянного тока I_{01} при действии на ЭЦ напряжения (2), а затем тока I_0 при условии $V_{1c}=V_{2c}=0$ исходя из следующих зависимостей:

$$\frac{I_{01}}{I_0} = \frac{J_{01}(y_1)J_{02}(y_2) \left(i_S e^{a(V_0 - i_0 R)} + \frac{V_0 - i_0 R}{R_H} \right) - i_S}{\left(i_S e^{a(V_0 - i_0 R)} + \frac{V_0 - i_0 R}{R_H} \right) - i_S} \quad (30)$$

Если $I_0 \gg i_S$ и $V_{1c}=V_{2c}$ при одном и том же постоянном напряжении $V_0 - y_1 = y_2$ и тогда:

$$J_{01}(y_1) = J_{02}(y_2) = \sqrt{\frac{I_{01}}{I_0}} \quad (31)$$

Затем по таблицам функций Бесселя определяем эффективное значение аргумента соответствующее найденному по (31) значению функции. Далее по найденному эффективному значению аргумента определяем значения функций Бесселя высших порядков.

Определение ЭФП ПС можно также выполнить при подаче на ЭЦ напряжения (1). При этом приняв в (4) $b=1$, $c=0$ и $b=2$, $c=0$ получили выражения для среднеквадратических значений гармонических токов на частотах ω_1 , $2\omega_1$ и постоянного тока:

$$I_{\omega_1} = \frac{2k_1(y_1)V_{1c} \left(a i_S e^{a(V_0 - i_0 R)} + \frac{1}{R_I} \right)}{1 + \frac{R}{R_I} + R a i_S e^{a(V_0 - i_0 R)}} \quad (31)$$

$$I_{2\omega_1} = \frac{2\sqrt{2}k_2(y_1)V_{1c}^2 a^2 i_S e^{a(V_0 - i_0 R)}}{\left(1 + \frac{R}{R_I} + R a i_S e^{a(V_0 - i_0 R)} \right)^3} \quad (32)$$

$$I_0 = J_0(y_1) \left(i_S e^{a(V_0 - i_0 R)} + \frac{V_0 - i_0 R}{R_I} \right) \quad (33)$$

Максимальное значение тока на частоте $2\omega_1$ достигается при постоянном напряжении прямого смещения р-п перехода V_{0dm} представленно-

го в (16). Выражения для токов (31)–(33) при достижении напряжении прямого смещения V_{0dm} получены в виде:

$$I_{\omega_1 m} = 2k_1(y_1) \left(\frac{V_{1c}}{3R} + \frac{2V_{1c}}{3(R_I + R)} \right) \quad (34)$$

$$I_{2\omega_1 m} = \frac{8\sqrt{2}}{27} k_2(y_1) \frac{a R_I^2 V_{1c}^2}{R(R + R_I)^2} \quad (35)$$

$$I_{0m} = J_0(y_1) \left(\frac{R_I + R}{2R R_I a} + \frac{1}{a R_I} \ln \frac{R_I + R}{2R R_I a i_S} \right) \quad (36)$$

где $k_1(y_1) = J_1(y_1)/y_1$, $k_2(y_1) = J_2(y_1)/y_1^2$.

Выводы

Таким образом, представлены модели ЭФП ПС с учетом сопротивления параллельного р-п переходу; определены пределы амплитудных значений гармонических напряжений, при которых можно пренебречь значениями функций Бесселя; предложен способ определения эффективных значений аргументов функций Бесселя; представлены аналитические зависимости для составления моделей ЭФП ПС при одночастотном воздействии.

Литература

1. *Самотовка Л.И.*, Самотовка В.Л. Математическое моделирование токов полупроводниковой структуры с р-п переходом. // Электроника и связь. Тематический выпуск "Проблемы электроники". – 2008. – ч.1. – с.38–42.
2. *Вербицкий В.Г.*, Тимофеев В.И., Самотовка Л.И. и др. Низкочастотный метод определения параметров полупроводниковой структуры с р-п переходом. // Электроника и связь. Тематический выпуск "Проблемы электроники". – 2008. – ч.2. – с.10–12.
3. *Кушнир В.Ф.*, Ферсман Б.А. Теория нелинейных электрических цепей. – М.: Связь, 1974.
4. *Янке Е.Я.*, Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1977.