

УДК 537.312.62

Д.М. Сергеев, канд. физ.-мат. наук<sup>1</sup>, К.А. Мусабаев<sup>1</sup>, А.К. Кошиков<sup>1</sup>, Н.Н. Садвокасов<sup>1</sup>,  
К.Ш. Шункеев, д-р физ.-мат. наук<sup>2</sup>

## О переключении ток-фазовой зависимости джозефсоновских контактов от гармонического режима в ангармонический режим

Рассмотрен вопрос о переключении ток-фазовой зависимости джозефсоновских контактов (ДК) от гармонического режима в ангармонический. Предложена эквивалентная структура ДК в ангармоническом режиме, представленная как последовательно соединенные гармонические переходы. С применением указанной эквивалентной структуры интерпретированы особенности свойств ДК, проявляющиеся в ангармоническом режиме.

The question of current - phase dependence switching for Josephson contacts (JC) from harmonic mode to anharmonic one is considered. The equivalent structure of JC in anharmonic mode is represented as serial connected harmonic junctions. The features of JC in anharmonic a mode are interpreted using the equivalent structure.

**Ключевые слова:** джозефсоновский контакт, ток-фазовая зависимость, ангармонический режим.

### Введение

Как известно, соотношение между сверхпроводящим током  $I_s$ , протекающий через джозефсоновский контакт (ДК), и разностью фаз волновых функций  $\varphi$  сверхпроводящих берегов, характеризуется функцией [1]:

$$I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi, \quad (1)$$

где  $I_c$  - критический ток,  $\varphi$  - разность фаз. В случае, когда в качестве слабой связи выступает ферромагнетик, образуются контакты SFS-типа (сверхпроводник-ферромагнетик-сверхпроводник), где возможно переключение знака ток-фазовой зависимости (ТФЗ) ДК (1):

$$I_s(\varphi) = -I_c \sin \varphi. \quad (2)$$

Формирование знакопеременного сверхпроводящего состояния в ДК SFS-типа объясняется осцилляцией сверхпроводящей волновой функции в F-слое [2].

При определенных условиях (например, при низких температурах  $T \ll T_c$  в ДК SINS- и SNS-типа [3], при уменьшении толщины слабой связи в ДК с антиферромагнетиком [4], при воздействии СВЧ сигналом на ДК SNS-типа [5], а также в

сверхпроводящих сверхрешетках [6]) наблюдается существенное отклонение ТФЗ (1) от стандартной синусоидальной (гармонической) формы. Положим для определенности, что если выполняется условие (1), то ТФЗ ДК функционирует в гармоническом режиме (ГР), если выполняется (2) – инвертированный ГР; в случае наблюдения отклонения ТФЗ от гармонических форм (1), (2) речь идет о переключении от ГР в ангармонический режим (АР). Переключение ТФЗ ДК в АР демонстрирует ряд неожиданных интересных физических явлений, как формирование двухъямного потенциала, увеличение плазменной частоты, появление на вольт-амперной характеристике (ВАХ) полупроводящих ступеней Шапиро под влиянием ВЧ сигнала, возникновение смешанного состояния при значениях влияющего на ДК магнитного потока кратного на флюксон и т. д. Некоторые из этих физических явлений рассматривались с различной точкой зрения, что привело к объяснению с различными механизмами. До сих пор не существует единой интерпретации физических явлений в ДК в АР. В связи с этим в данной работе ангармонические ДК рассматриваются как последовательно соединенные контакты и на их основе интерпретируются особенности свойств ДК в АР.

### 1. Модель ток-фазовой зависимости в ангармоническом режиме

Переключение ТФЗ ДК (1) в АР происходит при наличии высших гармоник, в основном, второй гармоники:

$$I_s(\varphi) = I_{c1} \sin \varphi \pm I_{c2} \sin 2\varphi, \quad (3)$$

где  $I_{c1}$ ,  $I_{c2}$  - критические токи первой и второй гармоник. Если в (3) второй компонент ТФЗ имеет положительный знак ( $+I_{c2} \sin 2\varphi$ ), то речь идет о ТФЗ с положительной гармоникой, в противном случае ( $-I_{c2} \sin 2\varphi$ ) – о ТФЗ с отрицательной. Выражение (3) для инвертированного режима (2):

$$I_s(\varphi) = -I_{c1} \sin \varphi \mp I_{c2} \sin 2\varphi. \quad (4)$$

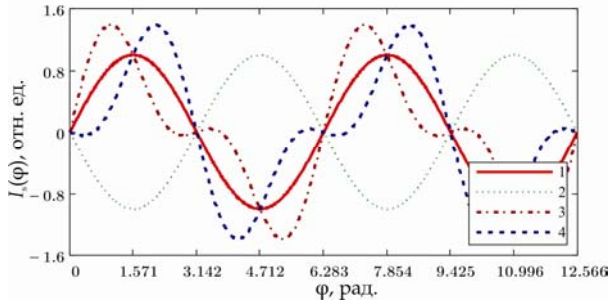
Рассмотрим ТФЗ ДК с положительной гармоникой (частный случай (3)):

$$I_s(\varphi) = I_{c1} \sin \varphi + I_{c2} \sin 2\varphi. \quad (5)$$

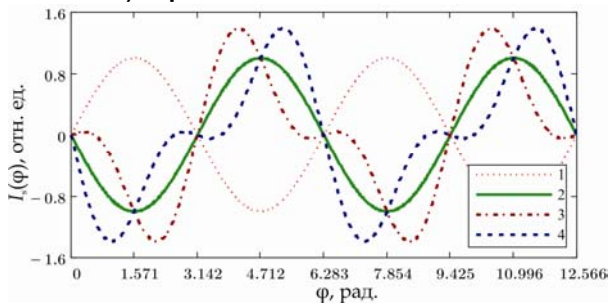
Выражение (5) преобразуем, представляя значение  $I_{c2}$  через  $I_{c1}$  введением параметра  $k$  :

$$I_s(\varphi) = I_{c1} \sin \varphi + k I_{c1} \sin 2\varphi, \quad (6)$$

где  $k = I_{c2}/I_{c1}$  - параметр ангармонизма ТФЗ. Полагаем, что те физические процессы, приводящие к ангармонизму ТФЗ скрыты в параметре  $k$ .  
Графики ТФЗ ДК при  $k = 0,6$  приведены на рис. 1 а,б.



а) переключение ТФЗ от ГР в АР



б) переключение инвертированной ТФЗ от ГР в АР

Рис. 1. Зависимость сверхток-фаза ДК (1-гармоническая, 2- гармоническая инвертированная, 3- с положительной гармоникой, 4- с отрицательной гармоникой)

Согласно выражениям (3), (4), (6) одиночные ангармонические ДК можно рассматривать как последовательно соединенные две ДК JJ №1 и JJ №2 с значениями сверхтоков  $I_{s1}(\varphi) = I_{c1} \sin \varphi$ ,  $I_{s2}(\varphi) = I_{c2} \sin 2\varphi$  (рис. 2), а в случае с отрицательной гармоникой можно представить в виде последовательно соединенных ДК с инвертированной ТФЗ.

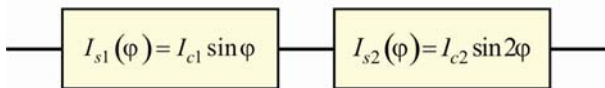


Рис. 2. ДК в АР как последовательно соединенные контакты

При  $k > 0.6$  влияние второй гармоники становится существенным и называется ДК с сильной гармоникой.

## 2. Особенности свойств ДК в ангармоническом режиме

Используя модель ангармонизма ТФЗ (6), нами вычислены выражения для работы, совершающий над ангармоническим сверхтоком. Зна-

чение работы, определяемое из

$$W_s = \int_{t_1}^{t_2} I_s(\varphi) V dt, \text{ в АР, как и в случае ГР [3], не}$$

зависит от промежуточного хода процесса, а зависит от начального и конечного значений фазы, что позволяет приравнивать значение работы с потенциальной энергией  $W_s = U(\varphi)$ . С учетом ТФЗ ДК в АР находим потенциальную энергию:

$$U(\varphi) = E_j (1 - \cos \varphi - 0.5k + 0.5k \cos 2\varphi - i\varphi), \quad (7)$$

где  $i = I/I_c$  - внешний ток, нормированный на критический.

Эволюция энергии при отсутствии внешнего тока показана на рис.3. Как видно, в АР формируется двухъямный потенциал. Здесь при нулевом значении параметра ангармонизма выражение характеризует потенциальную энергию в ГР (сплошная линия). Полагаем, что двухъямный потенциал в АР формируется суммированием потенциальных энергий составляющих последовательно соединенных переходов JJ №1 и JJ №2:  $U(\varphi) = U_{JJ\#1}(\varphi) + U_{JJ\#2}(\varphi)$ . Такое свойство ДК в АР в перспективе могут быть использовано для создания квантового бита (кубита), являющийся основой квантового компьютера.

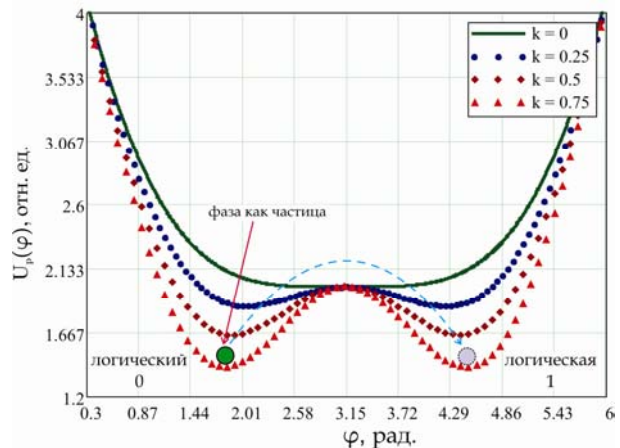


Рис. 3. Потенциальная энергия ДК с увеличением параметра ангармонизма

Известно, что на дне потенциальной ямы возникают плазменные колебания фазы. Частота таких колебаний зависит от приложенного к переходу тока (рис.4.):  $\omega_p = (2eI_c/\hbar C)^{1/2} (1 - i^2)^{1/4}$ . Существенное изменение потенциальной энергии ДК в АР с увеличением параметра ангармонизма должно влиять на величину плазменной частоты.

Для определения влияния ангармонизма ТФЗ на плазменную частоту пользуемся уравнением динамики джозефсоновской системы с учетом параметра ангармонизма, с разложенной фазовой

частью на две составляющие: быстро меняющаяся -  $\varphi_{dyn}$  и медленно меняющаяся -  $\varphi_{sl}$  [7]:

$$\frac{d^2 \varphi_{dyn}}{dt^2} + a \frac{d\varphi_{dyn}}{dt} + \sin(\varphi_{dyn} + \varphi_{sl}) - k \sin(2(\varphi_{dyn} + \varphi_{sl})) = i + i_d \sin \omega_d t \quad (8)$$

где  $i, i_d$  - нормированные на  $I_c$  постоянные и переменные составляющие тока,  $\omega_d$  - частота внешнего поля в единицах плазменной частоты,  $a$  - амплитудный коэффициент. Результаты вычислений представлены на рис. 4 для разных значений амплитудного коэффициента, как видно, в АР плазменная частота увеличивается. Полагаем, что увеличение плазменной частоты происходит из-за наличия ангармонической части сверхтока, которая дает вклад на формирования второй ямы, вследствие чего плазменная частота в АР состоит из сумм плазменных частот последовательно соединенных переходов  $JJ \text{ №1}$  и  $JJ \text{ №2}$ :  $\omega_{p \text{ AP}} = \omega_{p(JJ \text{ №1})} + \omega_{p(JJ \text{ №2})}$ .

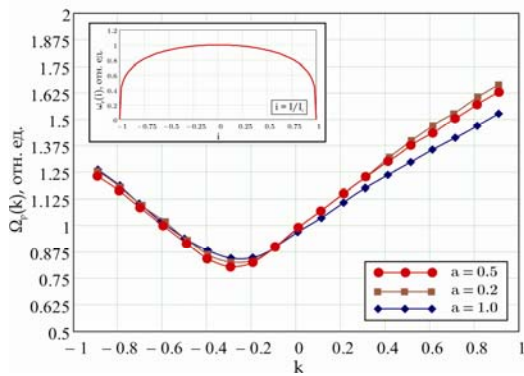


Рис. 4. Зависимость плазменной частоты от параметра ангармонизма (на вставке – зависимость плазменной частоты от тока)

Величина плазменной частоты характеризует коэффициент Маккамбера-Стюарта (МС), который определяет положения резистивной ветви ВАХ ДК. Увеличение величины плазменной частоты уменьшает значение коэффициента МС, так как указанные параметры обратно пропорциональны, и существенно влияет на ВАХ. Сравнение ВАХ ДК в ГР и АР показало, что при нулевом значении коэффициента МС изменение не наблюдается, с увеличением коэффициента МС влияние ангармонизма ТФЗ становится существенным, и приводит к сужению гистерезиса ВАХ ДК. Одним из интересных резонансных явлений в ДК является появление на ВАХ ступеней Шапиро под влиянием электромагнитного излучения при напряжениях  $n\hbar\omega/2e$ . Однако эксперимент показал, что в ДК с ангармонической ТФЗ помимо целых ступеней Шапиро наблюдаются

полуцелые ступени Шапиро при значениях напряжениях  $n\hbar\omega/4e$  (рис.5). В работах [8, 9] мы выдвинули возможные механизмы для объяснения данного эффекта связанного с увеличением величины плазменной частоты в АР и 4e транспортом сверхтока: 1) в полуцелых значениях увеличенная величина плазменной частоты поднимает сверхпроводящую ветвь ВАХ, когда под влиянием СВЧ сигнала уменьшается, поочередное воздействие на ВАХ формируют ступени и в целом и в полуцелом значениях напряжений; 2) при обычном 2e транспорте формируются целые ступени, а в 4e транспорте - полуцелые ступени. Помимо этого имеется ряд возможных механизмов предложенные в работе [10]. В рамках данной работы можно полагать, что возникновение полуцелых ступеней связано реакцией на электромагнитное излучение второй составляющей ДК  $JJ \text{ №2}$ , а появлению целых ступеней – реакция первой составляющей  $JJ \text{ №1}$ .

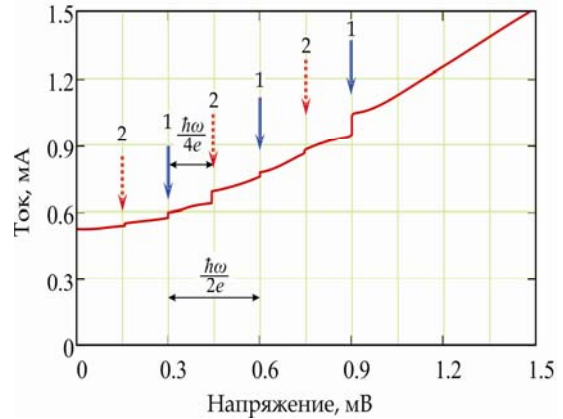


Рис. 5. Полуцелые ступени Шапиро на ВАХ ДК

Влияние внешнего магнитного потока на ДК оценивается выражением фазовой динамики джозефсоновского перехода [3]. Используя уравнение динамики ДК (8) и модель ТФЗ (6) определим зависимость максимального сверхтока от внешнего магнитного потока, нормированного на флюксон (квант магнитного потока  $\Phi/\Phi_0$ ):

$$I_{max} = I_c \left| \frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{\pi\Phi/\Phi_0} - \frac{k \sin(2\pi\Phi/\Phi_0)}{2\pi\Phi/\Phi_0} \right| \quad (9)$$

Из графика зависимости (рис.6) видно, что смешанное состояние в джозефсоновской системе, как и в ГР, совершенно неустойчиво, когда в переходе укладывается целое число нормированного магнитного потока. Помимо этого в АР неустойчивость проявляется и при полуцелом значениях нормированного магнитного потока. Для значений параметра ангармонизма 0,2; 0,4; 0,6; 0,9 зависимость максимального сверхтока от магнитного поля приведена на рис.6.

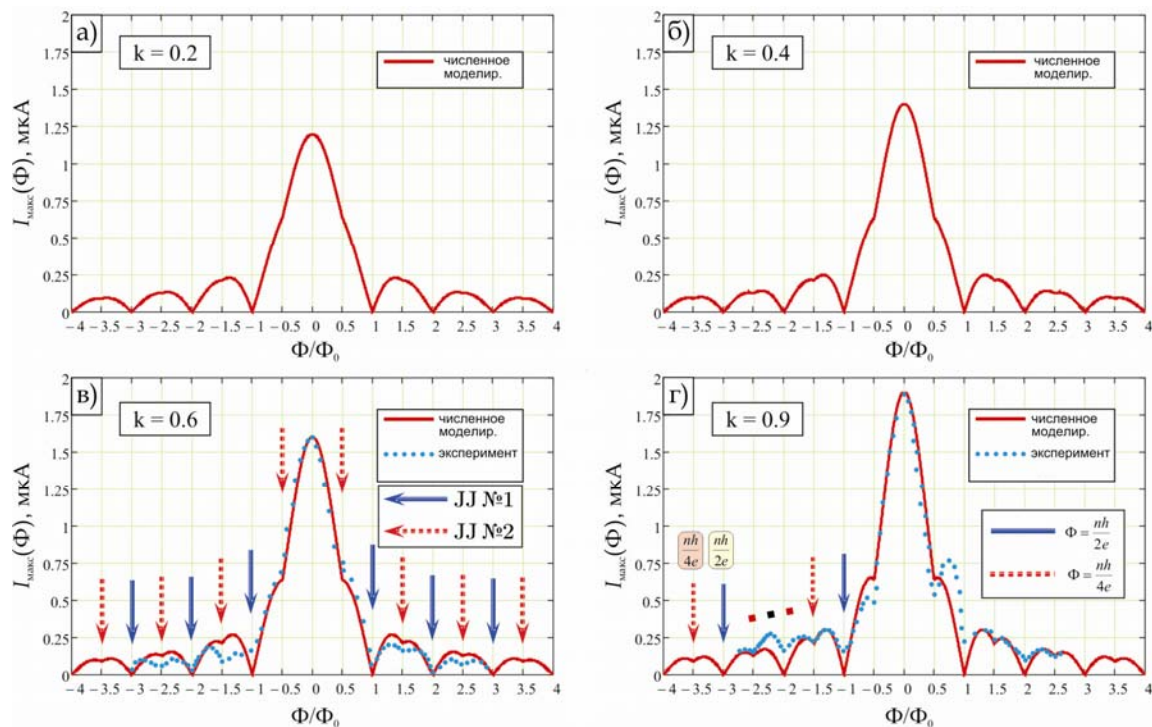


Рис. 6. Зависимость критического тока ДК от магнитного потока при разных значениях коэффициента ангармонизма

В работе [11] появление минимумов в полуцелых значениях, т.е. полуцелое квантование магнитного потока в таких системах, нами интерпретировано с наличием  $4e$  транспорта сверхтока: для  $2e$  транспорта сверхтока минимум соответствует целому значению нормированного квантового потока, а для  $4e$  транспорта – полуцелому значению. Однако  $4e$  транспорт сверхтока обусловлен присутствием квантовой флуктуации. Поэтому в АР вклад на появление минимумов в полуцелых значениях магнитного потока, возможно, дает вторая гармоника или вторая составляющая последовательно соединенных ДК  $JJ$  №2, а появлению минимумов в целых значениях – первая составляющая  $JJ$  №1.

Таким образом, в данной работе показано, что переключение ТФЗ с ГР в АР существенно влияет на свойства ДК.

## Выводы

Представленная работа посвящена выяснению изменения свойств джозефсоновских контактов при переключении с гармонического режима в ангармонический. В работе получены следующие результаты:

1) Составлены модели ТФЗ с положительной и отрицательной гармоникой в АР введением параметра ангармонизма  $k$  и предложена эквивалентная структура ДК в АР в виде последовательно соединенных переходов;

2) Установлено, что при переключении ДК с ГР в АР формируется двухъямный потенциал, по-

явление которого можно интерпретировать с присутствием ангармонической составляющей ТФЗ.

3) Показано, что увеличение плазменной частоты ДК в АР происходит из-за присутствия ангармонической составляющей сверхтока, которая дает вклад на образования второй потенциальной ямы и представляется как сумма плазменных частот последовательно соединенных переходов  $JJ$  №1 и  $JJ$  №2:  $\omega_{p\text{AP}} = \omega_{p(JJ\text{№1})} + \omega_{p(JJ\text{№2})}$ ;

4) Интерпретируются появления минимумов в АР в полуцелых значениях нормированного магнитного потока и полуцелых ступеней Шапиро на ВАХ ДК в АР с применением эквивалентной структуры ангармонических ДК, где эти эффекты объясняются с присутствием второй составляющей ДК  $JJ$  №2.

## Литература

1. Josephson B.D. Possible new effects in superconductive tunnelling // Phys. Lett. – 1962. – vol.1. – P. 251-253.
2. Ryazanov V.V., Oboznov V.A. et al. Superconductor-ferromagnet-superconductor pi-junctions // J. Low Temp Phys. – vol.136. – 2004. – P. 385.
3. Лухарев К.К. Введение в динамику джозефсоновских переходов. – М.: Наука, 1985. – 320 с.
4. Demler E., Berlinsky A.J. et al. Proximity Effect and Josephson Coupling in the  $SO(5)$  Theory

- of High- Tc Superconductivity // Phys. Rev. Lett. – 1998. – vol.80, №13. – P.2917-2921.
5. *Fuechsle M., Bentner J. et al.* Effect of Micro-waves on the Current-Phase Relation of Superconductor-Normal Metal-Superconductor Josephson Junctions // Phys. Rev. Lett. – 2009. – vol.102. – P.127001.
  6. *Гогадзе Г.А., Омелянчук А.Н.* Ток-фазовые зависимости сверхпроводящих сверхрешеток // ФНТ. – 1996. – Т.22, №6. – С.648-650.
  7. *Аскерзаде И.Н.* Плазменная частота туннельных джозефсоновских переходов с ангармоническим соотношением ток-фаза // Письма в ЖТФ. –2007. – Т.5., вып.17. – С.10-15.
  8. *Sergeyev D.M., Shunkeyev K.Sh.* Influence of anharmonicity current-phase dependence on properties of weak links of Josephson type // Journal of Internat. Scientific Publ.: Materials, Meth. & Technol. – 2010. – vol. 4, part 2. – P. 398-408.
  9. *Sergeyev D.M.* Influence of a magnetic field on properties tunneling superconductivity with anharmonic dependence of a current –phase // In: Abstract Book the International conference «Trends in Nanotechnology» – Barcelona, 2009. – P. 562-563.
  10. *Тарасов М., Голубев Д., Шумейко В. И др.* Субгармонические ступени Шапиро и шумы в ВТСП джозефсоновских переходах // Письма в ЖЭТФ. – 1998. – Т.68,вып.5. – Сю 426-430.
  11. *Сергеев Д.М., Шункеев К.Ш.* Влияние магнитного поля на слабую сверхпроводимость с ангармонической зависимостью ток-фаза // Известия вузов. Физика. – 2009. – №8/2 – С.556-559.

<sup>1</sup> Военный институт Сил воздушной обороны, Актюбинск, Республика Казахстан

<sup>2</sup> Актюбинский государственный педагогический институт, Республика Казахстан