# *Методы и средства обработки сигналов и изображений*

УДК 621.312

О.М. Шинкарук, д-р техн. наук, В.Р. Любчик, канд. техн. наук, Т.О. Дементьєв

## Дослідження потенційної точності та роздільної здатності фазового багаточастотного методу вимірювання відстаней

**Розглянуто особливості впливу умов вимірювання відстаней фазовим багаточастотним методом на точність результатів вимірювання та роздільну здатність. Побудовані залежності цих величин відносно вибору частотних характеристик вимірювальних сигналів.**

**The article examines the peculiarities of conditions of distance measuring by multifrequency phase method. Influence of measurement condition on precision of measuring results and resolution is discussed.**

**Ключові слова***: фазовий багаточастотний метод, крок частоти, точність, роздільна здатність.*

### Вступ

Питанню підвищення точності вимірювання відстаней до багатьох об‘єктів присвячена велика кількість робіт. Одним із шляхів підвищення точності вимірювання відстані є застосування фазових методів вимірювання. Розробці фазових методів вимірювання відстаней до багатьох об‘єктів присвячені роботи [1-5]. Одним із найбільш перспективних є аналітичний багаточастотний фазовий метод вимірювання відстаней [4]. Застосування фазового багаточастотного аналітичного методу вимагає проведення вимірювань фазових зсувів та амплітуд сумарних відбитих гармонійних сигналів в заданій смузі частот із визначеним кроком по частоті. Смуга частот та крок повинні вибиратись відповідно до необхідних точності та розрізнювальної спроможності. Після проведення необхідних математичних перетворень, отримуємо значення векторів сигналів відбитих від кожного об‘єкту. Визначення модуля та аргументу цих векторів дозволяє знайти амплітуду та фазовий зсув сигналів відбитих від кожного об‘єкту. Використавши значення фазових зсувів сигналів та дані про зондуючи частоту, можна отримати значення відстаней до кожного об‘єкту дослідження.

Проте фазовий багаточастотний метод вимірювання відстаней до багатьох об’єктів має багато невирішених аспектів, а саме: спосіб визначення кількості об’єктів, роздільна здатність близькорозташованих об’єктів, точність результатів, врахування згасання амплітуди сигналів у фізичних середовищах, спосіб паралельного (одночасного) вимірювання векторів на всіх необхідних частотах. Дана стаття присвячується питанням точності та роздільної здатності, оскільки ці величини сильно пов’язані між собою.

### Постановка завдання

Визначення точності та роздільної здатності методу є багатовимірною задачею, тобто ці величини залежать від багатьох вхідних параметрів, а саме: початкова частота, ширина спектру, крок збільшення частоти, відстань між сусідніми об’єктами, похибка по амплітуді, похибка по фазі. Тому неможливо розглянути усі ці підзадачі в межах однієї статті, розглянемо тільки найголовніші.

Мета даної статті – розглянути та проаналізувати як впливають на точність та роздільну здатність методу початкова частота та крок частоти.

### Основний розділ

Розглянемо стисло суть вимірювання відстаней до багатьох об’єктів фазовим багаточастотним методом. Апріорно нам необхідно знати кількість об’єктів $n$ та приблизну довжину траси $d_{\max}$. Для усунення фазової неоднозначності в довжину траси повинна вкладатись половина довжини хвилі λ/2. Знаючи довжину траси ми можемо знайти початкову частоту $f$:

$$f=\frac{c}{2d_{\max}}, \qquad (1)$$

де $c$ – швидкість розповсюдження хвиль в середовищі; $d_{\max}$ – довжина траси.

Знаючи кількість об’єктів $n$, ми знайдемо необхідну кількість частот $N$ за такою формулою:

$$N=3(n+1)+\frac{(n+1)(n+2)}{2}-2\ , \qquad (2)$$

де $N$ – кількість частот; $n$ – кількість об’єктів.

Суть методу полягає в тому, що потрібно по черзі подавати в досліджувану лінію гармонійні сигнали з частотами від 1-ї до $N$-ї та вимірювати амплітуду $a_{\Sigma i}$ і фазу $\phi_{\Sigma i}$ сумарного відбитого сигналу, який у векторному вигляді можна представити:

$$\overrightarrow{B_i} = a_{\Sigma i} \cdot \exp\left( j \cdot \phi_{\Sigma i} \right), \qquad (3)$$

де $a_{\Sigma i}$ – сумарна амплітуда відбитих сигналів на $i$-тій частоті; $\phi_{\Sigma i}$ – сумарна фаза відбитих сигналів на $i$-тій частоті.

При цьому частоти змінюємо з певним сталим кроком (інкрементом), який будемо виражати в частках одиниці і позначимо *inc*. Тобто частоти пов’язані співвідношенням:

$$f_2 = f_1 + 1 \cdot inc;$$
$$f_3 = f_1 + 2 \cdot inc; \ldots;, \text{ де } k=1..N. \qquad (4)$$
$$f_N = f_1 + k \cdot inc$$

Виміряні вектори обробляємо за допомогою певного математичного алгоритму, і в результаті отримуємо значення шуканих відстаней $l_i$, з певною похибкою. Алгоритм і метод вимірювань детально розкриті в статті [4]. Коротко опишемо суть математичних перетворень цього алгоритму. Вектори $\overrightarrow{B_i}$ за допомогою комбінаційних добутків і сум перетворюються в елементи матриць $H$ і $L$. Ці матриці являють собою СЛАР, але не мають фізичного змісту. СЛАР вирішується методом Гауса і отримується вектор розв’язків $Y$. З цього вектора вибираються $n$ перших розв’язків (по кількості об’єктів), які далі підставляються в $n$–степеневе рівняння як коефіцієнти. Розв’язком $n$–степеневого рівняння є комплексні корені $C_1$, $C_2$, … $C_n$. Це і є шукані вектори сигналів, відбитих від кожного об’єкту. Інформація про відстань до об’єктів міститься в аргументі цих векторів і обчислюється за формулою (25) [4].

Точність та роздільна здатність є важливими характеристиками методу. Вони дають змогу, знаючи допустиму точність результатів, поставити вимоги до умов вимірювання, а саме до частот і похибок приладів.

В даному випадку розглядаємо точність як різницю між істинною відстанню $d$ і виміряною $l$ по відношенню до довжини траси, тобто відносну точність:

$$\delta l = \frac{|d - l|}{d_{\max}}, \qquad (5)$$

де $d$ – істинна відстань; $l$ – виміряна відстань; $d_{\max}$ – довжина траси.

Роздільна здатність – це мінімальна відстань між двома сусідніми об’єктами $\Delta d$, при якій метод дозволяє визначити їх як два окремих об’єкта, а не один. Це можна виразити співвідношенням:

$$\Delta d = d_2 - d_1 \text{ при } \max\left(\Delta l_1, \Delta l_2\right) < \Delta d \qquad (6)$$

де $\Delta l_1$, $\Delta l_2$ – абсолютні похибки відстаней;
$d_1$, $d_2$ – істинні відстані до об’єктів.

Тут вираз в правій частині – умова розділення: якщо всі абсолютні похибки менші за реальну відстань між сусідніми об’єктами, то ми їх розділяємо.

Для визначення характеру залежності точності та роздільної здатності від початкової частоти та кроку збільшення частоти використаємо математичне моделювання. Задамося певними значеннями відстаней $d_1$, $d_2$, … $d_n$, з них ми можемо розрахувати вектори $B_1$, $B_2$, … $B_n$, потім за алгоритмом [4] знайти відстані $l_1$, $l_2$, … $l_n$, і використовуючи вирази (5) та (6) знайти необхідні залежності.

Розглянемо модель для трьох об’єктів. Це мінімальне значення, тому що нам необхідно розглянути 2 близькорозташованих об’єкта. Значення кроку частоти будемо змінювати в межах 5..100%, оскільки крок більше 100% є технічно невигідним, це означає збільшення частоти в рази, що значно розширює спектр.

*Залежність точності від кроку частоти*. Візьмемо наступні вхідні параметри моделювання:

– початкова частота $f$ = 100 кГц;
– відстані до об’єктів: $d_1$ = 200 м; $d_2$ = 400 м; $d_3$ = 600 м.

Ми розглядаємо рівновіддалені об’єкти (ідеалізований випадок) для виключення впливу роздільної здатності методу на точність. Вибрані вхідні параметри $f$, $d_i$, inc підставляємо в модель, з якої отримуємо значення $l_i$.

Відносну точність розраховуємо за формулою (5), причому для кожного об’єкту точність буде своя. Результати зводимо в таблицю 1.

**Таблиця 1. Залежність точності від кроку частоти**

| inc | 0.05 | 0.1 | 0.15 | 0.2 | 0.25 | 0.3 | 0.35 | 0.4 | 0.45 | 0.5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\delta l_1$ | 1.1381e-3 | 2.4393e-4 | 5.5203e-5 | 3.8444e-5 | 3.0622e-6 | 8.4815e-7 | 8.4653e-7 | 3.3179e-8 | 1.8148e-7 | 2.7831e-8 |
| $\delta l_2$ | 3.8228e-3 | 1.1115e-4 | 2.9125e-4 | 2.3464e-4 | 2.3672e-7 | 9.7094e-8 | 2.1804e-7 | 3.9005e-7 | 2.5945e-7 | 6.2585e-8 |
| $\delta l_3$ | 6.0915e-4 | 3.5771e-4 | 8.3338e-5 | 6.6510e-5 | 3.6656e-6 | 8.6518e-7 | 1.0015e-6 | 2.4321e-7 | 3.6224e-8 | 2.3590e-8 |
| inc | 0.55 | 0.6 | 0.65 | 0.7 | 0.75 | 0.8 | 0.85 | 0.9 | 0.95 | 1 |
| $\delta l_1$ | 2.4578-8 | 1.2812e-8 | 1.0210e-8 | 5.7180e-9 | 1.9366e-8 | 4.7572e-9 | 2.4055e-8 | 2.2927e-8 | 4.6195e-9 | 5.9740e-9 |
| $\delta l_2$ | 2.6077e-8 | 9.2860e-8 | 1.2420e-8 | 1.6237e-8 | 2.9749e-8 | 2.7722e-8 | 1.4514e-7 | 4.8993e-8 | 1.3083e-8 | 7.3449e-9 |
| $\delta l_3$ | 2.6325e-8 | 2.954e-10 | 2.6104e-8 | 5.4997e-9 | 1.1236e-8 | 3.3625e-8 | 2.9825e-8 | 2.3879e-8 | 1.8160e-8 | 9.1224e-9 |

Як видно з табл. 1, точність змінюється в широких межах – аж на 6 порядків, тому для побудови графіка розіб'ємо весь діапазон значень на 2 проміжки: inc=0,05..0,2 та inc=0,2..1. Отримані графіки залежності точності від кроку частоти показано на рис. 1.

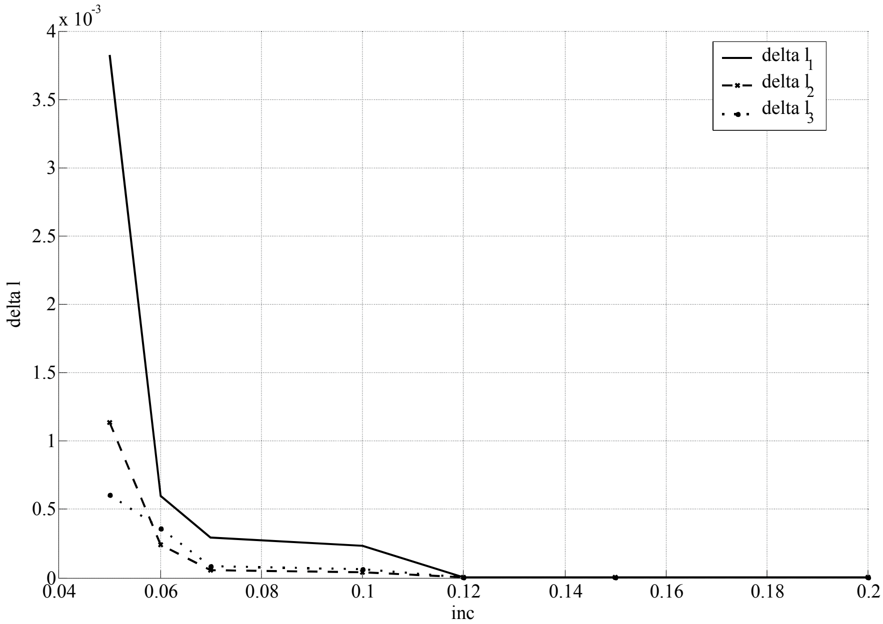
З рис. 1 видно, що зі збільшенням кроку частоти точність зростає, причому ця залежність схожа на експоненційну. Але після значення inc=0,5 точність змінюється мало і не перевищує значення $10^{-7}$. При значенні inc=1 точність найкраща, але, з точки зору вимірювань, це значення не є оптимальним, тому що воно означає збільшення частоти в рази, а це значно розширює спектр. Отже оптимальним є значення inc=0,5.

*Залежність точності від початкової частоти*. Візьмемо наступні вхідні параметри моделювання:

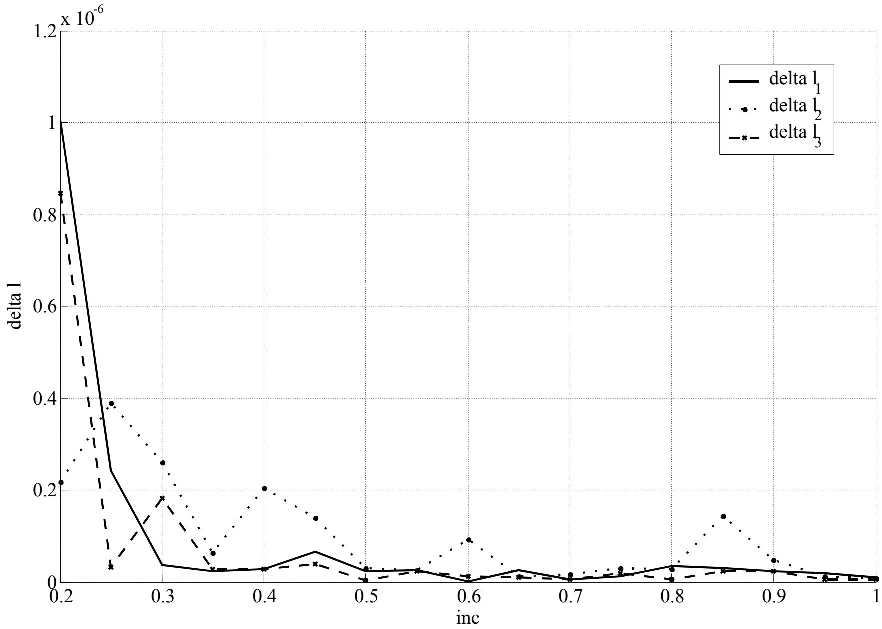
– початкова частота в межах $f$ = 20…200 кГц
– крок частоти inc = 20 кГц;
– відстані до об'єктів: $d_1$ = 200 м; $d_2$ = 400 м; $d_3$ = 600 м.

При цьому крок частоти в разах не може залишатися сталим, тому будемо змінювати його відповідно до $f$, так щоб крок в кілогерцах не змінювався. Результати зведені в таблицю 2, в дужках показано значення кроку.

Графік залежності показано на рис. 2.




а




б

**Рис. 1. Залежність точності від кроку частоти: а – діапазон кроку частоти (0,05..0,2); б - діапазон кроку частоти 0,2..1**

**Таблиця 2. Залежність точності від початкової частоти**

| ***f* (inc)** | 20000 (1) | 22222 (0.9) | 25000 (0.8) | 28571 (0.7) | 33333 (0.6) | 40000 (0.5) | 50000 (0.4) | 66667 (0.3) | 100000 (0.2) | 200000 (0.1) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\delta l_1$ | 3.9950e-7 | 1.3832e-7 | 2.8222e-6 | 2.2230e-8 | 4.6591e-7 | 1.1096e-6 | 1.0092e-7 | 2.0637e-7 | 8.4653e-7 | 3.1655e-7 |
| $\delta l_2$ | 1.0236e-5 | 1.0589e-6 | 6.4621e-6 | 4.1496e-6 | 1.4215e-7 | 2.6186e-6 | 1.5068e-7 | 1.4853e-6 | 2.1804e-7 | 1.4381e-6 |
| $\delta l_3$ | 6.5770e-7 | 9.9062e-8 | 3.6340e-6 | 3.8703e-7 | 9.6148e-8 | 1.5090e-6 | 1.4883e-7 | 5.7489e-7 | 1.0015e-6 | 1.8780e-6 |

**Таблиця 3. Залежність роздільної здатності від кроку частоти**

| **inc** | 0.05 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Δ*d*, м** | 10 | 7 | 3 | 2.050 | 1 | 0.7 | 0.6 | 0.4 | 0.38 | 0.31 | 0.308 |

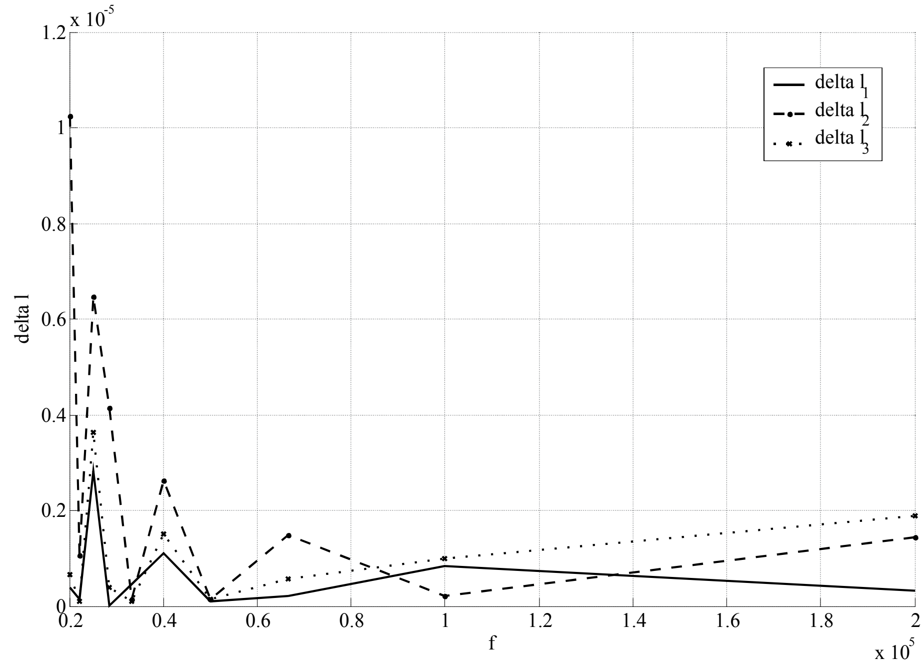



**Рис. 2. Залежність точності від початкової частоти**

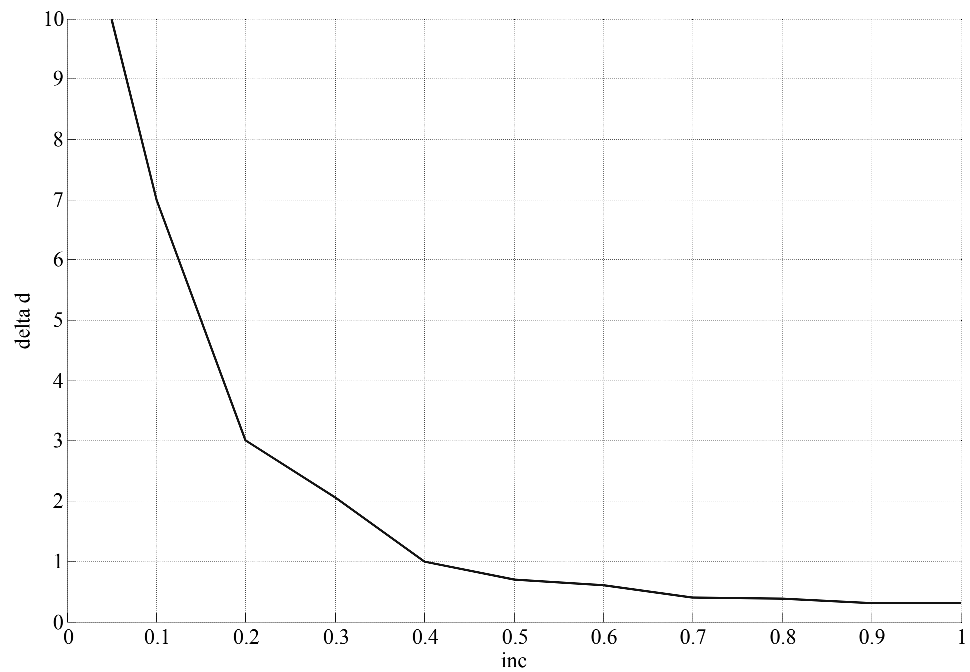



**Рис. 3. Залежність роздільної здатності від кроку частоти**

Як показує рис. 2, зі збільшенням початкової частоти точність теж зростає. І якщо усереднити точність для всіх об’єктів, то залежність буде схожа на експоненційну. Але після значення 50 кГц точність дещо погіршується. Отже, для покращення точності немає сенсу збільшувати частоту більше, ніж у 2,5 рази.

*Залежність роздільної здатності від кроку частоти.* Візьмемо наступні вхідні параметри моделювання:

– початкова частота $f$ = 100 кГц;
– максимальна відстань (довжина траси) $d_{max}$ = 1,5 км
– відстані до об’єктів: $d_1$ = 200 м; $d_2$ = 200+$\Delta d$ м; $d_3$ = 600 м.

Вибрані вхідні параметри $f$, $d_{max}$, $d_i$, $\Delta d$ підставляємо в модель, з якої отримуємо значення $l_i$.

Роздільну здатність розраховуємо як мінімальну $\Delta d$, яка задовольняє умову (6). Результати зведені в таблицю 3.

Графік залежності показано на рис. 3.

Як бачимо з рис. 3, зі збільшенням кроку частоти роздільна здатність покращується. Це пояснюється тим, що при збільшенні кроку сусідні частоти розсуваються, отже близькі вектори більше повертаються, а значить і більше віддаляються один від одного, тому їх легше розділити. На графіку простежується гіперболічна залежність: при зменшенні кроку частоти роздільна здатність буде нескінченно погіршуватись, а в точці inc=0 ми приходимо до класичного одно частотного фазового методу, для якого роздільна здатність не існує в принципі.

## Висновки

Проведені дослідження продемонстрували, що найбільший вплив на точність та роздільну здатність фазового багаточастотного методу має крок частоти. При збільшенні кроку частоти точність та роздільна здатність зростають в рази, причому на графіках простежуються експоненційні залежності. Найкращі результати точності отримані при значенні кроку inc = 1, але з точки зору вимірювань, оптимальним є значення кроку inc = 0,5. Дослідження показали, що збільшення початкової частоти також покращує точність, але цей вплив проявляється в меншій мірі. Залежність точності від початкової частоти, як показує рис. 2, також має експоненційний характер. Таким чином, при вимірюванні відстаней фазовим багато частотним методом необхідно, знаючи смугу частот пропускання досліджуваної лінії, розрахувати і застосувати найбільше можливе значення кроку частоти, тому що цей крок найбільше впливає на роздільну здатність і точність результатів.

## Література

1. *Горященко К.*, Любчик В. Імпульсивно-фазовий метод вимірювання відстані до пошкоджень низькочастотних ліній зв'язку// Вісник Технологічного університету Поділля. Технічні науки.- Хмельницький, 2003.-№1,Ч.1 -С. 196-200.
2. *Любчик В.Р.* Розробка фазового методу вимірювання відстаней до двох об'єктів// Вісник Технологічного університету Поділля. Технічні науки.-Хмельницький, 2004.-№2,Ч.1,Т.3 -С. 108-114.
3. *Любчик В.Р.,* Моставлюк А.С. Фазові ітераційні методи вимірювання відстаней// Вісник Технологічного університету Поділля. Технічні науки.-Хмельницький, 2004.-№5 -С. 163-168.
4. *Любчик В.Р.*, Сенчишина Ю.В., Параска Г.Б., Килимник О.М. Розробка аналітичного фазового методу вимірювання відстаней до трьох об'єктів// Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки.- Хмельницький, 2009.-№2 -С. 142-147.
5. *Параска Г.Б.,* Шинкарук О.М., Любчик В.Р. Теоретичні основи фазових вимірювань відстаней до декількох об‘єктів// Електроніка і зв‘язок, №3, 2010 - С.82-86.

*Хмельницький національний університет*