

УДК 534.222

С.А. Козерук, канд. физ.-мат. наук

## Моделирование фокусированного акустического поля плоских матричных излучателей

Рассмотрено фокусированное акустическое поле для плоских матричных излучателей в форме диска и квадрата. Давление излучения в фокальной области рассчитывается как сумма вкладов отдельных дискретных источников, с учетом их фокусировки. Приведены расчеты осевого распределения давления для различных значений коэффициента фокусировки. Исследованы зависимости протяженности и ширины фокальной области от размера апертуры дискового излучателя. Приведен пример формирования протяженного акустического луча дисковой матрицы.

It was considered a beamed sound field for a planar matrix disk- and square-shaped oscillator. The radiation pressure in focal region is calculated as a sum of contributions of separate discrete sources considering their focusing. There is given estimation of an axial pressure distribution for different values of focusing index. The dependence of focal region extent and width on aperture size of disk oscillator was analyzed. There is cited an example for forming of a spread sound beam of disk matrix.

**Ключевые слова:** численное решение, плоский матричный излучатель, фокусированное акустическое поле, ступенчатая фокусировка.

### Введение

Ближнее акустическое поле - акустический луч - плоских излучателей расходится в радиальном направлении вследствие дифракции. На некотором расстоянии от преобразователя ширина луча становится достаточно большой, чтобы получать хорошее поперечное разрешение. Интенсивность акустической энергии падает, ухудшаются характеристики обнаружения локационного устройства. Поэтому часто используют фокусированный акустический луч для получения высокого разрешения и отношения сигнал помеха в интересующей области пространства. Для фокусировки акустического поля применяют рефлекторы, зональные пластинки, линзы [158]. Акустическое поле фокусирующего сферического преобразователя подробно исследовано в [2]. В медицинской и технической диагностике используют плоские матричные излучатели позволяющие реализовать простран-

ственное сканирование и фокусировку ультразвукового луча [2-3]. Расчет и анализ характеристик фокусированного ультразвукового поля матричного линейного излучателя проведен в работе [4]. В работе [5] предложен численный алгоритм расчета акустического поля излучателей произвольной формы. Поверхность преобразователя разбивается на элементарные источники с заданной колебательной скоростью. Поле рассчитывается, как сумма вкладов элементарных источников.

В работе исследовано фокусированное акустическое поле для плоских матричных излучателей в форме диска (круга) и квадрата. Приведены расчеты осевого и радиального распределения давления в фокальной области. Отмечен существенно меньший уровень бокового поля дискового излучателя в сравнении с квадратным. Исследованы зависимости протяженности и ширины фокальной области от размера апертуры дискового излучателя. Приведен пример ступенчатого формирования протяженного фокусированного луча.

### Расчетные соотношения и исследуемые параметры

Для расчета фокусированного акустического поля будем использовать декартову систему координат  $(x, y, z)$ , расположенную в центре матричного излучателя (рис.1). Дискретные излучатели малого волнового размера  $\Delta S$  располагают в узлах координатной сетки.

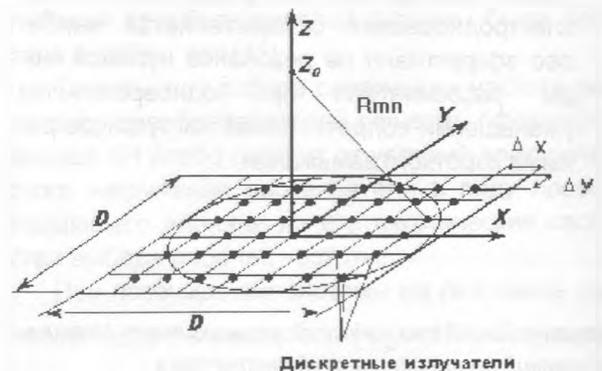


Рис. 1. Координатная сетка, нанесенная на поверхность матричного излучателя

Расстояние между излучателями - шаг матрицы ( $\Delta x = \Delta y$ ) равен половине длины волны  $\lambda$ .

Матрица состоит из  $N \times M$  жестко закрепленных элементов, излучающих в полупространство с волновым сопротивлением  $\rho c$ . Все дискретные излучатели имеют одинаковую нормальную колебательную  $V_0$  и объемную скорости  $Q = V_0 \Delta S$ .

Фокусировка акустического поля предполагает введение временных задержек в функцию возбуждения дискретных излучателей, с целью синфазного суммирования вкладов источников в заданной точке пространства - точке фокусировки  $Z_0$ . Пространственная задержка  $\Delta R_{nm}$ , для произвольного точечного излучателя с номером  $nm$ , рассчитывается как:  $\Delta R_{nm} = R_{\max} - R_{nm}$ , где  $R_{\max}$  и  $R_{nm}$  максимальное и текущее значение расстояния до точки фокусировки. Давление излучения  $p(R)$  в произвольной точке наблюдения, нормированное к  $p_0 = \rho c V_0$ , определяется численно:

$$p(R) = \frac{\Delta S}{\lambda} \sum_n \sum_m \frac{\exp(-jk(R_{nm}^* + \Delta R_{nm}))}{R_{nm}^*}, \quad (1)$$

где  $R_{nm}^*$  - расстояние от точечного излучателя с номером  $nm$  до точки наблюдения.

Проведем расчеты акустического поля матричных фокусированных излучателей в форме диска и квадрата равной апертуры  $D$  с расстоянием между элементами  $\Delta x = \Delta y = 0.5\lambda$ . Рассмотрим параметры основного лепестка акустического поля в осевом направлении: максимум нормированного давления излучения, фокусное расстояние ( $Z_0$ ), начало ( $Z_1$ ), конец ( $Z_2$ ) и протяженность ( $\Delta Z_f$ ) акустического луча, а также ширину луча ( $d$ ) и величину первого бокового лепестка ( $\sigma$ ) в фокальной плоскости. Начало и конец акустического луча в осевом направлении будем оценивать по уменьшению нормированного давления до 0.707 от максимального значения в фокусе. Протяженность луча рассчитываем, как  $\Delta Z_f = Z_2 - Z_1$ . Ширину луча  $d$  находим в радиальном направлении по уменьшению нормированного давления до 0.707 от максимального значения. Протяженность ближнего поля - область Френеля  $Z_f$ , и коэффициент фокусировки  $K_f$  зададим соотношениями [2-3]:

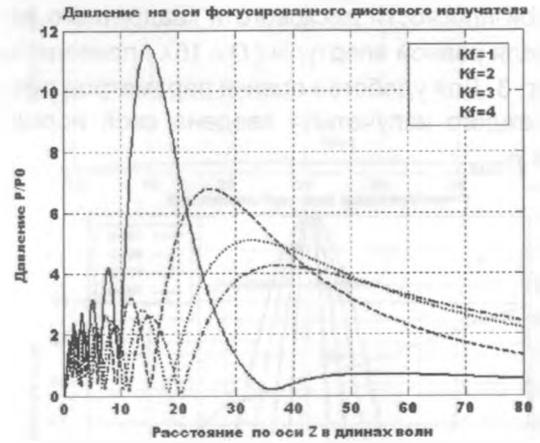
$$Z_f = \frac{D^2}{4\lambda}, \quad K_f = \frac{Z_0}{D}$$

### Распределение давления в осевом направлении

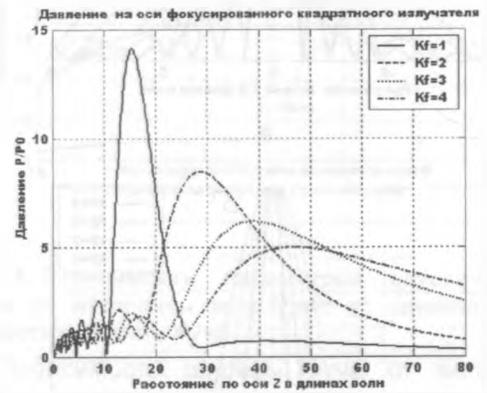
На рис. 2. приведены расчетные графики распределения давления на оси  $z$  дискового и

квадратного матричных излучателей равной апертуры ( $D = 16\lambda$ ) для различных значений коэффициента фокусировки. Расчетное значение максимума давления дискового излучателя (рис.2а) близко к оценке полученной в [2] для коэффициента усиления по давлению излучающего поршня:

$$K_p = \frac{p}{p_0} = \frac{\pi D}{4 \lambda K_f}$$



а



б

Рис. 2. Распределение давления вдоль оси  $z$ : а) дисковый излучатель; б) квадратный излучатель

Максимум давления на оси квадратного излучателя превышает значение для диска, так как его поверхность покрывается большим числом дискретных излучателей (рис. 2б). Дифракционные эффекты смещают точку максимума давления к поверхности излучателя. Действительное фокусное расстояние  $Z_f$  становится ближе расчетного  $Z_0$ . Смещение возрастает с увеличением коэффициента фокусировки. Повышение коэффициента фокусировки увеличивает протяженность луча. Таким образом, выбрав точку фокусировки, а значит и коэффициент фокусировки, можно сформировать равномерный луч требуемой протяженности.

Например, фокусируя диск в точку  $Z_0 = Z_f = 64\lambda$  ( $K_f = 4$ ) получим акустический

луч протяженностью  $\Delta Z_f = 40\lambda$  с давлением излучения почти в 2 раза превышающим давление сплошного поршневого излучателя [6] той же апертуры.

### Распределение давления в фокальной плоскости

Графики распределения давления в фокальной плоскости дискового и квадратного излучателя равной апертуры ( $D = 16\lambda$ ) приведены на рис. 3. Для удобства оценки параметров луча для каждого излучателя введена своя нормировка  $p_{\max}$ .

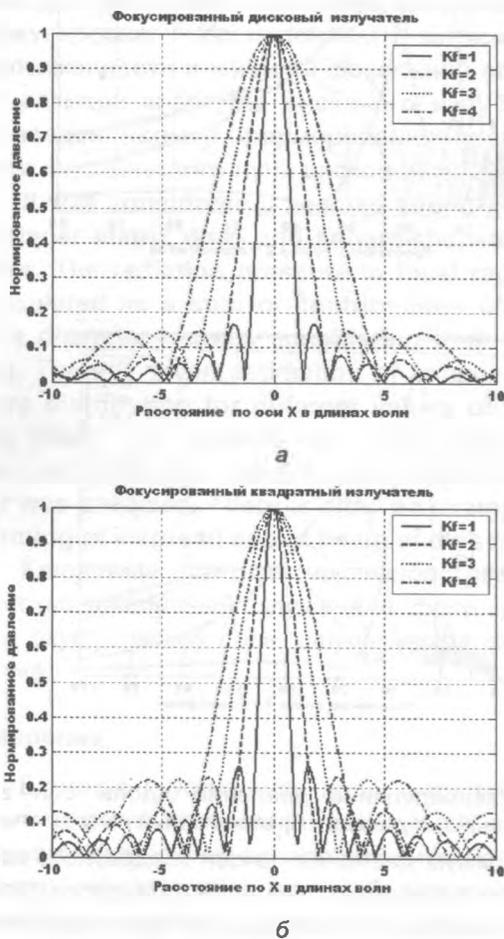


Рис. 3. Распределение давления в радиальном направлении: а) дисковый излучатель; б) квадратный излучатель

Сравним численные расчеты, приведенные на рис. 3а с результатами, полученными в [2], для распределения давления в фокальной плоскости сферического сегментного излучателя:

$$\frac{p}{p_{\max}} = |2J_1\left(\frac{kx D}{2Z_0}\right) / \left(\frac{kx D}{2Z_0}\right)| \quad (2)$$

Здесь  $J_1$  – функция Бесселя первого порядка;  $x$  – радиальное удаление от оси излучения в фокальной плоскости.

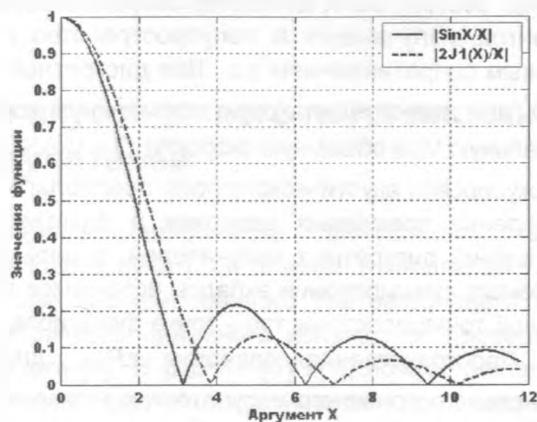


Рис. 4. Графики функций  $\sin(X)/X$  и  $2J_1(X)/X$

Убедимся также в том, что распределение давления в фокальной плоскости для квадратного излучателя (рис.3б) можно представить функцией:

$$\frac{p}{p_{\max}} = \left| \sin\left(\frac{kx D}{2Z_0}\right) / \left(\frac{kx D}{2Z_0}\right) \right| \quad (3)$$

Для этого приведем некоторые оценки параметров акустического луча полученных с использованием числового алгоритма (1) и вышеприведенных аналитических выражений (2) и (3). Если точка фокусировки удалена на большое расстояние ( $K_f \geq 2$ ), то расчетное значение максимумов первых боковых лепестков  $\sigma$  не превышает 13% и 22% для дискового и квадратного излучателей соответственно, что равно значению максимумов первых боковых лепестков функций (2) и (3) (рис. 4). Приравняв аргумент функций значениям аргумента первых боковых максимумов  $\frac{kx}{2K_f} = 5.14$  и  $\frac{kx}{2K_f} = 4.51$ ,

найдем радиальное положение  $x$  боковых лепестков. Например, задав  $K_f = 2$ , находим расстояния до первого бокового лепестка  $x = 3.28\lambda$  и  $x = 2.86\lambda$ , которые совпадают с величинами определенными по графикам (рис. 3) для диска и квадрата соответственно.

Ширина луча в фокусе для круглого (поршневого) излучателя оценена в [2] выражением  $d = 1.02K_f$ , которое хорошо согласуется с результатами оценки ширины луча дискового излучателя (рис. 3 а). Ширина основного лепестка квадратного излучателя меньше дискового ориентировочно на 13%. Этот же вывод следует из анализа аргумента функций (рис. 4) по уровню 0.707. Следовательно, проведенный выше анализ результатов расчета давления в фокальной плоскости для дискового и квадратного излучателей численным и аналитическим методами

показал их адекватность для оценки основных параметров акустического луча.

Представив в фокальной плоскости очерта-ние давления в виде поверхности - 3-D отобра-жение (рис. 5), можно отметить осевую симмет-рию и существенно меньший уровень бокового поля акустического давления дискового матричного излучателя. Поэтому в задачах локации предпочтительнее использовать излучатели в форме круга.

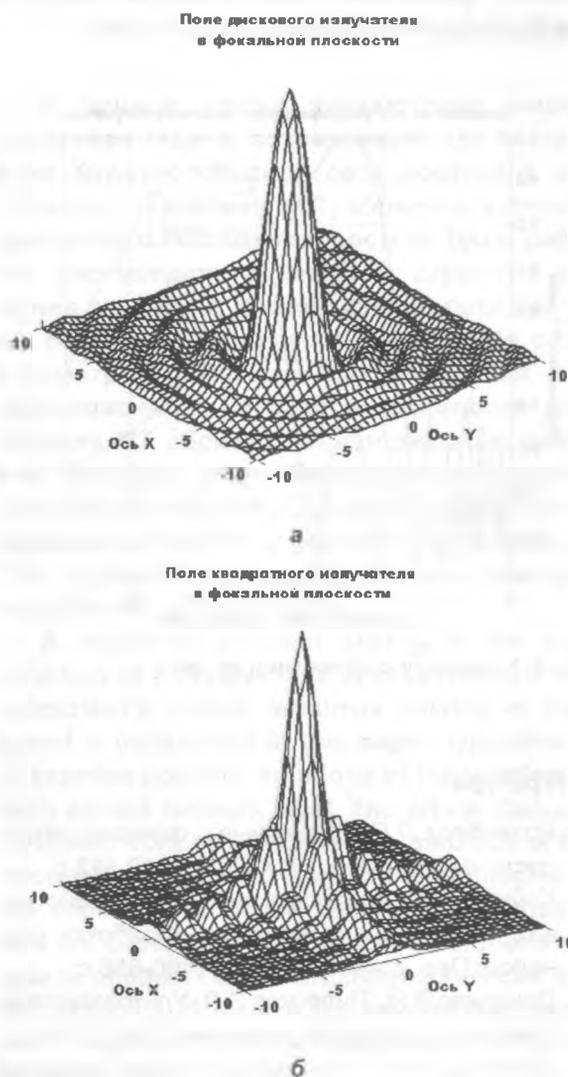


Рис. 5. 3-D отображение огибающей поверхности распределения давления в фокальной плоскости: а) дисковый излучатель; б) квадратный излучатель

**Формирование протяженных лучей дисковым матричным излучателем**

Протяженный акустический луч формируют ступенчатым или плавным изменением фокусного расстояния [3-4] при поддержании постоянного значения коэффициента фокусировки. Постоянство фокусировки обеспечивает про-

порциональное изменение апертуры излучателя и фокусного расстояния.

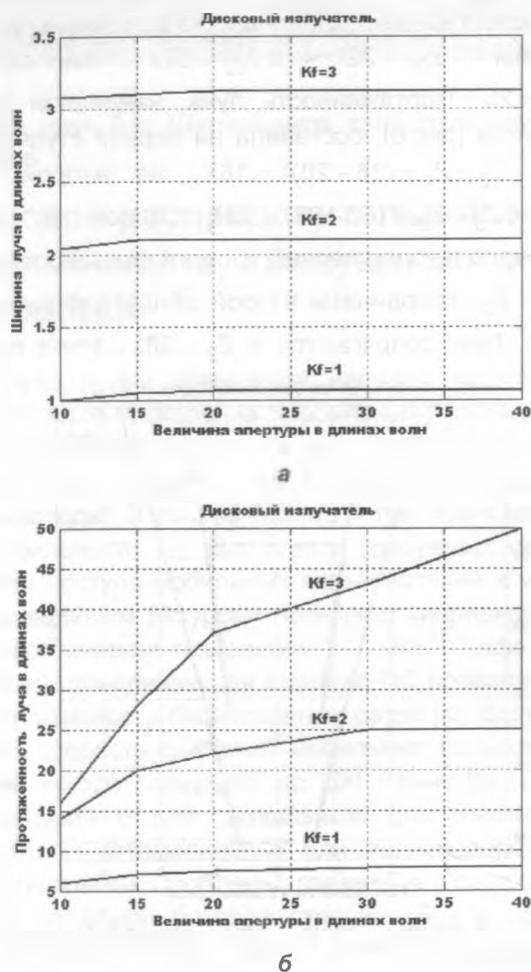


Рис. 6. Зависимость параметров акустического луча от величины апертуры: а) ширина луча; б) протяженность луча

Зависимость ширины луча от величины апертуры дискового излучателя приведена на рис. 6а. Ширина акустического луча в фокусе слабо зависит от размера апертуры и определяется в основном коэффициентом фокусировки. Оценить ширину луча можно простым соотношением  $d = 1.02K_f$ . Постоянство ширины луча в фокальной области обеспечивается для излучателей большого волнового размера. С ростом апертуры излучателя протяженность области фокусировки увеличивается (рис.6б). Для значений  $K_f = 1,2$  и  $D \geq 30\lambda$  протяженность области фокусировки стабилизируется, зависимость от размера апертуры исчезает.

На рис. 7 приведен пример акустического луча (жирная линия), полученного двухступенчатой фокусировкой при постоянном значении  $K_f = 2$ . Параметры матрицы на первой ступени фокусировки:  $D_1 = 16\lambda, Z_{01} = 32\lambda$ . На второй -  $D_2 = 26\lambda, Z_{02} = 52\lambda$ . Контуры соответствуют

ширине луча измеренного по спаду нормированного давления в плоскости  $(z, x)$  до  $0.707$  (сплошная кривая). Ширина луча в точках фокусировки  $Z_{01} = 32\lambda$  и  $Z_{02} = 52\lambda$  одинакова  $d = 2\lambda$ . Протяженность луча, найденная из графиков (рис.8), составила на первой ступени  $\Delta Z_{1f} = Z_2 - Z_1 = (38 - 20)\lambda = 18\lambda$ , на второй -  $\Delta Z_{2f} = Z_3 - Z_2 = (63 - 38) = 25\lambda$ . Здесь  $Z_1$  и  $Z_2$  начало и конец первой области фокусировки,  $Z_2$  и  $Z_3$  - координаты второй области фокусировки. Лучи сопрягаются в  $Z_2 = 38\lambda$  - точке пе-

ресечения кривых нормированных давлений первой и второй области фокусировки. Неравномерность сечения луча на всей протяженности  $Z_3 - Z_1 = 43\lambda$  не превышает  $1.5d$ .

Следует отметить, что давление вдоль оси излучателя определяется размерами апертур и фокусными расстояниями. Поэтому осевая неравномерность может быть существенной. Для ее уменьшения следует ввести весовой коэффициент возбуждения дискретных излучателей при переключении областей фокусировки.

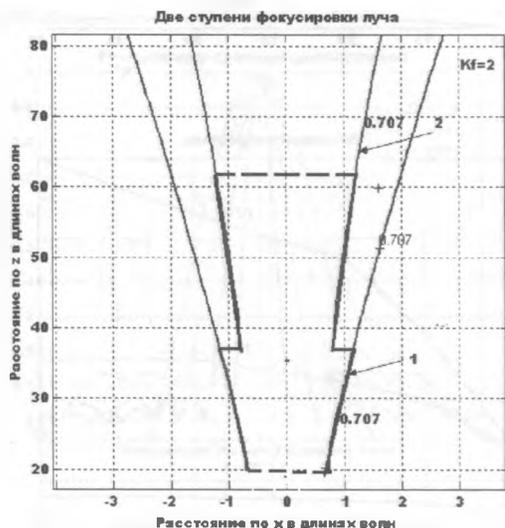


Рис. 7. Контуры луча при двухступенчатой фокусировке

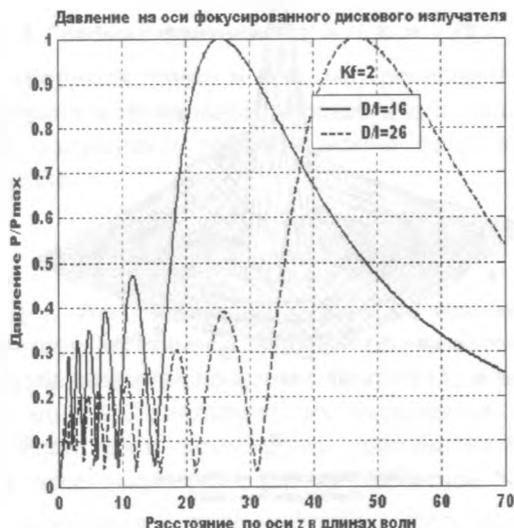


Рис. 8. К вопросу сопряжения лучей

## Выводы

- Использование численного алгоритма (1) позволяет моделировать акустическое фокусированное поле плоских матричных излучателей произвольной геометрии, не прибегая к многообразию асимптотических методов решения.
- Получены зависимости ширины и протяженности акустического луча от размера апертуры дискового излучателя. Ширина луча для больших апертур не зависит от ее величины и может быть оценена простым выражением  $d = 1.02K_f \lambda$ .
- Приведен пример двухступенчатого формирования акустического луча сечением  $d = (2 \pm 0.25)\lambda$  и протяженностью  $\Delta Z = 43\lambda$ .

## Литература

- Розенберг Л.Д. Звуковые фокусирующие системы. - М.: Изд. АН СССР-1949, 112 с.
- Кайно Г. Акустические волны: Устройство, визуализация и аналоговая обработка сигналов: Пер. с англ. - М.: Мир, 1990-656 с.
- Домаркас В.Й., Пилецкас Э.Л. Ультразвуковая эхоскопия. -Л.: Машиностроение, 1988.-276 с.
- Дідковський В.С., Найда С.А. П'єзоелектричні перетворювачі медичних ультразвукових сканерів: Навч. посібник. - К.: НТУУ "КПІ", 1999.-179 с.
- Holm S., "Simulation of Acoustic Fields from Medical Ultrasound Transducers of Arbitrary Shape," Proc. Nordic Symp. in Physical Acoustics, Ustaoset, Norway, Jan. 1995.
- Ржевкин С.Н. Курс лекций по теории звука. - М.: Изд. МГУ, 1960 – 336 с.