

УДК 621.317.73

В.В. Мартинюк, канд. техн. наук, М.В. Федула

Синтез реактивних двохполюсників з втратами з застосуванням алгоритму оберненої згортки

Разработан алгоритм синтеза реактивных двухполюсников с потерями с помощью операции обратной дискретной свертки в среде MATLAB. В результате синтеза получены значения параметров элементов эквивалентной схемы замещения суперконденсатора.

The algorithm for synthesis of reactive lossy two-port networks by the discrete deconvolution operation in MATLAB environment was elaborated. As a result of the synthesis were obtained the parameters of the supercapacitor equivalent circuit elements.

Ключевые слова: алгоритм, синтез, двухполюсник, обратная свертка, суперконденсатор.

Вступ

Сучасний розвиток радіоелектроніки набув значного прискорення в наслідок впровадження нанотехнологій, які широко використовуються в процесі створення нових радіоелектронних компонентів. Прикладом застосування нанотехнологій є використання нанопористого вуглецю при створенні суперконденсаторів.

Суперконденсатори – нові радіоелектронні компоненти, які характеризуються великою еквівалентною ємністю, а також втратами електричної енергії внаслідок еквівалентного активного внутрішнього опору. Суттєвою особливістю суперконденсаторів є частотна залежність еквівалентних ємності та активного опору в процесі вимірювання цих параметрів на змінному струмі [1].

В більшості випадків суперконденсатори використовуються в зарядному та розрядному режимах. В цих режимах заряд або розряд суперконденсатора здійснюється від джерела стабільного струму (гальваностатичний режим) або від джерела стабільної напруги (потенціостатичний режим). Результатом дослідження суперконденсаторів в цих режимах є зарядно-розрядні криві напруги та струму [2, 3].

Моделлю суперконденсатора є реактивний двохполюсник з втратами. Тому для розробки, дослідження та експлуатації суперконденсаторів, а також їх ефективного використання в сучасних радіоелектронних пристроях необхідно розробити ефективний алгоритм синтезу реактивних двохполюсників з втратами у часовій області.

Відомо, що існують дві найбільш поширені групи методів синтезу електричних кіл за заданими часовими характеристиками. До першої групи відносяться розроблені ще досить давно методи синтезу кіл в частотній області з частотною характеристикою, перетворення Фур'є або Лапласа якої забезпечує отримання часової характеристики достатньо близької до заданої. При такому підході реалізація електричної схеми реактивного двохполюсника з втратами здійснюється класичними методами синтезу кіл у частотній області [4, 5].

Але такі методи синтезу електричних кіл за заданими часовими характеристиками мають ряд суттєвих недоліків, які призводять до значного зниження ефективності синтезу та зростання похибок апроксимації часових характеристик [6].

По-перше, перетворення Фур'є або Лапласа у деяких випадках можуть вносити досить великі спотворення у часову характеристику синтезованої схеми. По-друге, недоліком вказаних методів є те, що в процесі апроксимації частотної характеристики кола, яка отримана по заданій часовій характеристиці, потрібно здійснювати мінімізацію похибки часової характеристики, а не частотної. Це значно ускладнює процес синтезу реактивного двохполюсника з втратами [7].

Інша група методів – методи синтезу електричних кіл у часовій області. В літературі з теорії синтезу електричних кіл 60-х – 70-х років описуються методи синтезу у часовій області з апроксимацією часових характеристик експоненційними і тригонометричними функціями (наприклад, метод узагальнено-поліноміальної апроксимації) [4, 5].

Вище згадані методи синтезу електричних кіл у часовій області не набули поширення тому, що вони у багатьох випадках вимагають використання апроксимуючих функцій більш високих порядків для забезпечення заданої точності апроксимації, а це ускладнює процедуру реалізації схеми.

В іншому випадку, похибка апроксимації при застосуванні цих методів, як правило, не менша, ніж похибка синтезу у частотній області з перетворенням заданої часової характеристики у частотну [6].

Стрімкий розвиток електронно-обчислювальної техніки призвів до появи нових підходів у синтезі електричних кіл. Яскравим прикладом цього є динамічний розвиток генетичних алго-

ритмів синтезу [8], методів, які базуються на підході В. Фойснера [9] та інші.

Іншим підходом до синтезу електричних кіл є широке застосування алгоритмів дискретної обробки сигналів. Перевагою цих алгоритмів є те, що вони дають можливість числовими методами розв'язувати складні математичні задачі, аналітичний розв'язок яких отримати дуже важко або практично неможливо [10].

Тому задача синтезу реактивних двополюсників з втратами з застосуванням алгоритму оберненої згортки є дійсно актуальною, тому що її розв'язок дозволить підвищити ефективність моделювання суперконденсаторів у часовій області.

Теоретичне обґрунтування синтезу реактивних двополюсників з втратами з застосуванням алгоритму оберненої згортки

З теорії лінійних електричних кіл відомо, що пасивний ємнісний двополюсник з втратами можна представити у вигляді однієї із чотирьох канонічних форм Фостера та Кауера. На основі аналізу параметрів та характеристик суперконденсаторів можна зробити висновок, що їх еквівалентна схема заміщення може бути зображена у вигляді першої форми Кауера, яку зображено на рис. 1.

Синтез еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора (рис. 1.) можна здійснити, встановивши залежність між відліками заданої імпульсної характеристики та параметрами її елементів.

У випадку складного RC-кола по характеру його імпульсної характеристики $a(t)$ можна зробити наступні висновки.

1). Якщо $a(0) \neq 0$, то коло можна зобразити у вигляді послідовного з'єднання резистора R та невідомого двополюсника X (рис. 2).

Припустимо, що у колі (рис. 2) протікає струм $i(t) = \delta(t)$, який дорівнює дельта функції. Тоді імпульсна характеристика кола описується виразом (1):

$$a(t) = a_R(t) + a_X(t) = R \cdot \delta(t) + a_X(t), \quad (1)$$

де $a_X(t)$ – імпульсна характеристика невідомого двополюсника X .

Тоді імпульсна характеристика невідомого двополюсника X дорівнює:

$$a_X(t) = a(t) - R \cdot \delta(t). \quad (2)$$

Приймаємо, що $a_X(t)$ задовольняє наступним умовам:

$$a_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t = 0 \\ a(t) & \text{при } t \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

2). Якщо $a(0) = 0$, то невідоме коло можна зобразити у вигляді паралельного з'єднання конденсатора C та невідомого двополюсника X (рис.3).

У такому випадку струм та напруга невідомого двополюсника X , визначаються виразами (4) та (5) відповідно.

$$i_X(t) = i(t) - i_C(t) = \delta(t) - C \cdot \frac{du(t)}{dt} \quad (4)$$

$$u(t) = \int_0^t i_X(\tau) \cdot a_X(t - \tau) d\tau = \int_0^t \left[\delta(\tau) - C \cdot \frac{du(\tau)}{d\tau} \right] \cdot a_X(t - \tau) d\tau \quad (5)$$

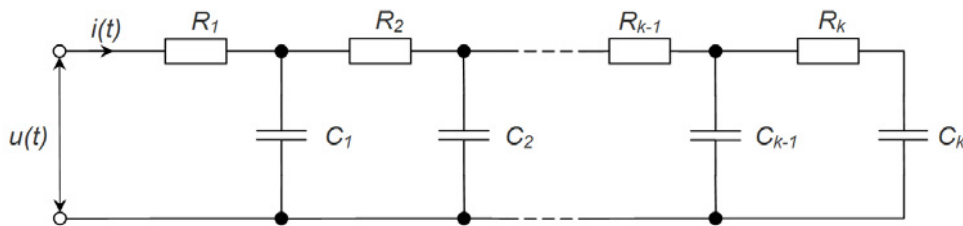


Рис. 1. Еквівалентна схема заміщення суперконденсатора

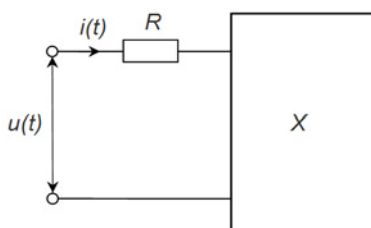


Рис. 2. Послідовне з'єднання резистора R та невідомого двополюсника X

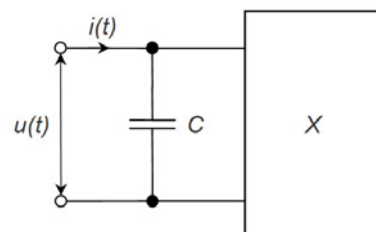


Рис. 3. Паралельне з'єднання конденсатора C та невідомого двополюсника X

Для визначення імпульсної характеристики $a_x(t)$ невідомого двополюсника X необхідно розв'язати рівняння згортки (5). Для розв'язку цього рівняння струм $i(t)$ та напругу $u(t)$ представимо дискретними послідовностями відліків i_k та u_k відповідно з періодом дискретизації $\Delta t \rightarrow 0$. Тоді можна перейти від інтегралу згортки до дискретної згортки:

$$u_k = \sum_{j=1}^k i_{Xj} \cdot a_{k-j+1} \Delta t = \sum_{j=1}^k \left[\delta_j - C \cdot \frac{u_{j+1} - u_j}{\Delta t} \right] \cdot a_{k-j+1} \Delta t \quad (6)$$

де $\delta_j = \begin{cases} 1/\Delta t & \text{при } t=0 \\ 0 & \text{при } t \neq 0 \end{cases}$ - δ -функція в дискретній формі.

Так як у початковий момент часу ($k=1$) струм на конденсаторі буде дорівнювати величині $\delta_1 = 1/\Delta t$, то ємність конденсатора дорівнює $C = \Delta t/u_2$.

Для подальшого синтезу потрібно визначити імпульсну характеристику невідомого двополюсника X . Врахувавши, що струм $i_x(0) = i_{x1} = 0$, можна записати найпростіший вираз оберненої згортки для визначення імпульсної характеристики двополюсника X за напругою u_{Xk} та струмом i_{Xk} :

$$a_{Xk} = \frac{u_k - a_{k-1} i_{X3} - \dots - a_2 i_{Xk} - a_1 i_{Xk+1}}{i_{X2} \Delta t} \quad (7)$$

Визначивши імпульсну характеристику a_{Xk} , повторюємо процес синтезу. Приймаємо, що опір резистора дорівнює відліку a_{X1} , а ємність конденсатора дорівнює $1/a_{X2}$. Далі через обернену згортку визначаємо імпульсну характеристику нового невідомого двополюсника, який паралельно з'єднаний із конденсатором.

Синтез виконується, до тих пір, поки не буде отриманий двополюсник, імпульсна характеристика якого наближається до імпульсної характеристики послідовної ланки $R_k C_k$, яка дорівнює сумі імпульсної характеристики резистора та імпульсної характеристики конденсатора.

Проте за таким алгоритмом можна ефективно здійснювати лише синтез кіл невисоких порядків, так як при багатократній оберненій згортці імпульсної характеристики за виразом (7) значно зростає вплив похибок початкової часової характеристики, на основі якої здійснюється синтез, а також вплив похибок округлення розрахунків. Особливо ці ефекти помітні на ділянках імпульсної характеристики зі значним затуханням.

Для мінімізації вказаних ефектів обернену згортку доцільно здійснювати за одним з ітераційних алгоритмів, наприклад за алгоритмом Ван-Ціттерта, який визначається виразом (8).

$$a_{i+1}(t) = a_i(t) + [y(t) - a_i(t) * x(t)], \quad (8)$$

де $x(t)$ – зовнішній вплив; $y(t)$ – реакція кола на вплив $x(t)$; причому $a_1(t) = y(t)$.

Ітерації потрібно проводити до необхідної мінімізації вказаних вище негативних ефектів. Виходячи із цього зобразимо блок-схему алгоритму синтезу реактивних двополюсників з втратами у часовій області (рис. 4).

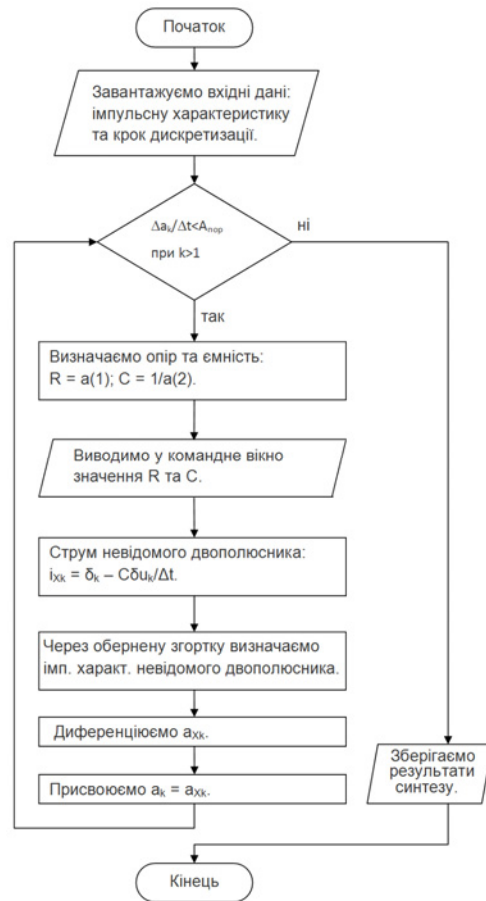


Рис. 4. Блок-схема алгоритму синтезу

Синтез еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора за експериментальною зарядною характеристикою

За допомогою розробленого алгоритму виконаємо синтез у програмному середовищі MATLAB еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора з зарядною характеристикою, яка зображена на рис. 5 (конденсатор заряджувався постійним струмом 1А).

В результаті синтезу отримано еквівалентну схему заміщення суперконденсатора, яка зображена на рис. 6.

Еквівалентна схема заміщення суперконденсатора (рис.6) була промодельована у симуляторі Simscare, який входить до складу пакету MATLAB 7. В результаті моделювання отримано графік залежності (рис.7) абсолютного відхилення зарядної характеристики синтезованої еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора

(рис. 6) від експериментальної зарядної характеристики суперконденсатора (рис. 5).

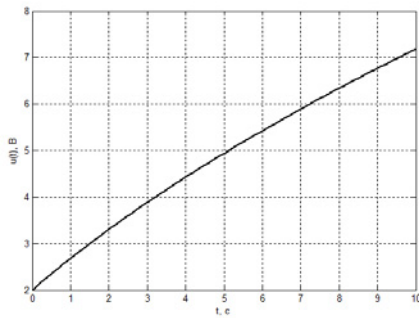


Рис. 5. Зарядна характеристика суперконденсатора

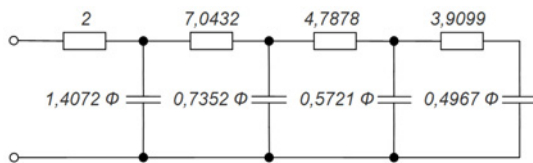


Рис. 6. Еквівалентна схема заміщення суперконденсатора

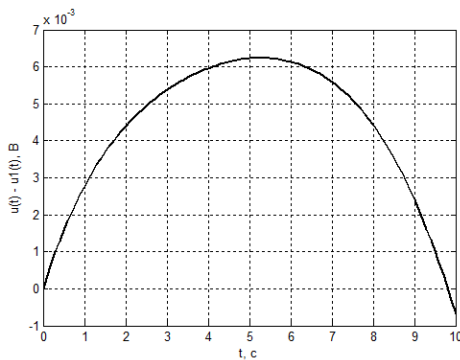


Рис. 7. Графік абсолютного відхилення отриманої зарядної характеристики суперконденсатора від експериментальної зарядної характеристики

Аналізуючи рис. 7 можна зробити висновок, що максимальне відхилення зарядної характеристики синтезованої еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора не перевищує 7мВ від експериментальної зарядної характеристики, що свідчить про ефективність використання розробленого алгоритму.

Висновки

Запропонований синтез реактивних двополюсників з втратами з застосуванням алгоритму оберненої згортки характеризується наступними перевагами.

1) Відсутність похибок, які виникають в результаті перетворень Фур'є та Лапласа і є характерними для класичних методів синтезу у часовій області.

2) Використання числових методів обробки сигналів, точність яких визначається частотою

дискретизації та кроком квантування експериментальних часових характеристик.

3) В результаті моделювання еквівалентної схеми заміщення суперконденсатора у симуляторі Simscap, який входить до складу пакету MATLAB 7, отримано максимальну відносну похибку відхилення від експериментальної зарядної характеристики суперконденсатора, що не перевищує 0,1%.

Література

1. Conway B. Electrochemical Supercapacitors: Scientific Principles and Technological Application / Conway B. - Plenum, New York, NY, 1999.
2. Martynyuk V. Electrochemical Supercapacitor Time Domain Analysis by Means of Multi-Channel Measurement System / V. Martynyuk, D. Makaryshkin, J. Boyko // Proceedings of the 15th IMEKO TC-4 International Symposium on Novelities in Electrical Measurements and Instrumentations. - Iasi. - 2007 - Volume I. - P. 207 - 211.
3. Мартинюк В.В. Суперконденсаторні вимірювальні комплекси та системи // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - 2008. - №1. - С.78-82.
4. Кочанов Н.С. Основы синтеза линейных электрических цепей во временной области. / Кочанов Н. С. - М.: Связь, 1967. - 200с.
5. Матханов П.Н. Синтез реактивных четырехполюсников по временным функциям. / Матханов П.Н. - Ленинградское отделение «ЭНЕРГИЯ», 1970.-134 с.
6. Ланнэ А.А. Оптимальный синтез электрических цепей. / Ланнэ А. А. - М.: Связь, 1969. - 292с.
7. Yoho J.J. Physically-Based Realizable Modeling and Network Synthesis of Subscriber Loops Utilized in DSL Technology / Yoho J.J. - Time Domain & RF Measurement Laboratory, Blacksburg, Virginia, 2001.
8. Grimbleby J.B. Hybrid Genetic Algorithms for Analogue Network Synthesis / Grimbleby J.B. // Electronic Engineering Group, University of Reading, 2002.
9. Горшков К.С., Филаретов В.В. Схемный подход Вильгельма Фойснера и метод схемных определителей / под ред. В. В. Филаретова. Ульяновск: УлГТУ, 2009. 186 с.
10. Воскобойников Ю.Е., Литасов В.А. Устойчивый алгоритм идентификации функции переходной проводимости электрического разряда / Воскобойников Ю. Е., Литасов В.А. // Международная конференция «Обратные и некорректные задачи математической физики», Новосибирск, Россия, 2007г.