

УДК 534.222

С.А. Козерук, канд. физ.-мат. наук

## Моделирование ближнего поля акустических плоских излучателей

Рассмотрен способ формирования ближнего акустического поля плоскими излучателями. Потенциал поля записывается в виде интеграла Рэлея, с заданной на поверхности произвольной нормальной колебательной скоростью. Решение ищется численно. Показано влияние распределения колебательной скорости на однородность и ширину акустического поля. Приведены сравнительные расчеты давления сплошного и матричного излучателей.

The way of formation of a near acoustic field by flat radiators is considered. The field potential is written as a Rayleigh integral with arbitrary predefined normal vibrational speed on a surface. The solution is sought numerically. Comparative calculations of a continuous field and matrix radiators are resulted. The influence of the amplitude distribution on uniformity and width of an acoustic field is shown.

**Ключевые слова:** плоский акустический излучатель, плоский акустический матричный излучатель, апертура излучателя, нормальная колебательная скорость, функция распределения колебательной скорости, ближнее акустическое поле, численное решение, потенциал поля, давление излучения.

### Введение

Формирование ближнего акустического поля - акустического луча - с равномерным осевым давлением и заданным сечением является актуальной задачей для приложений в областях технической и медицинской диагностики. Неравномерность осевого давления излучения приводит к погрешности оценки формы и размеров контролируемого объекта. Переменное сечение луча ухудшает поперечное разрешение. Расчет акустического поля, создаваемого плоским излучателем, представляет собой сложную дифракционную задачу [143-3]. Интеграл Рэлея дает принципиальную возможность вычислить потенциал поля в любой точке полупространства. Однако аналитическое выражение интеграла для описания поля отсутствует. Решение получают представлением интеграла в виде бесконечных степенных рядов, сходимость которых зависит от расстояния до излучателя. Для области вблизи излучателя ряды сходятся плохо. В области удаленной от излу-

чателя решение находится с помощью интеграла Френеля. На больших удалениях пользуются асимптотическими приближениями.

С появлением компьютерной техники, позволяющей производить большой объем вычислений, эффективными стали численные методы решения задач излучения. В работе [5] приведен метод расчета акустического поля сплошного излучателя большого волнового размера. Поверхность преобразователя разбивается на элементарные источники с заданной колебательной скоростью. Поле рассчитывается как сумма вкладов элементарных источников. В [6] рассмотрены вопросы оптимизации характеристик поля путем введения амплитудного распределения колебательной скорости по поверхности излучателя.

В работе исследовано влияние амплитудного распределения колебательной скорости на равномерность ближнего поля для излучателей в форме диска и квадрата. Рассмотрены условия замены сплошного излучателя матрицей дискретных точечных излучателей, приведены сравнительные расчеты ближнего акустического поля.

### Расчетные соотношения

Для гармонического колебания излучателя поле в любой точке полупространства описывается интегралом Рэлея:

$$\phi(R) = \frac{1}{2\pi} \iint_s V \frac{\exp(-jkR)}{R} dS, \quad (1)$$

где  $\phi(R)$  - потенциал скорости в точке наблюдения;  $V$  - нормальная колебательная скорость на элементе поверхности излучателя  $dS$ ;  $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$  - волновое число;  $\omega$  - частота колебаний;  $c$ ,  $\lambda$  - скорость и длина акустических волн в среде;  $R$  - расстояние от элементарного источника до точки наблюдения.

Давление  $p(R)$ , определяется через потенциал скорости (1):

$$\begin{aligned} p(R) &= j\rho\omega\phi(R) = jk(\rho c) \frac{1}{2\pi} \iint_s V \frac{\exp(-jkR)}{R} dS = \\ &= jk(\rho c V_0) \frac{1}{2\pi} \iint_s W \frac{\exp(-jkR)}{R} dS, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $W = \frac{V}{V_0}$  - функция распределения скорости по поверхности излучателя;  $V_0$  - скорость в центре излучателя;  $\rho$  - плотность среды.

Для излучателей простой геометрии (диск, кольцо, прямоугольник) с равномерным распределением скорости известны асимптотические решения [1-4]. Если распределение отличается от равномерного, то интеграл (2) удобно вычислить численно [5,6]. Поверхность плоского излучателя  $S$  покрывают координатной сеткой, ячейки которой представляют равные площадки малого волнового размера  $dS$  с нормальной колебательной скоростью  $V$  - элементарные односторонние источники в жестком экране [2]. Акустическое поле рассчитывают в декартовой  $(x, y, z)$  или сферической  $(R, \theta, \varphi)$  координатах, расположенных в центре поверхности излучения (рис. 1). Связь координат записывается соотношениями:

$$z = R \cos \varphi; x = R \sin \varphi \cos \theta; y = R \sin \varphi \sin \theta.$$

В частности на поверхности излучателя  $(r, \theta, \varphi = 90^\circ)$  эти выражения упрощаются:  $z = 0; x = r \cos \theta; y = r \sin \theta$ .

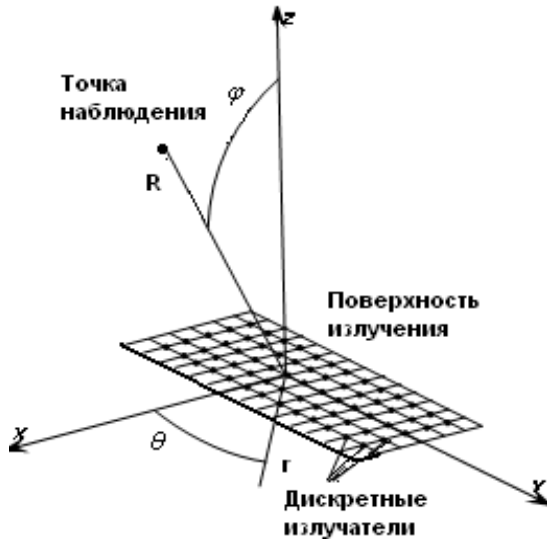


Рис.1 Координатная сетка, нанесенная на поверхность излучателя

Расчетное выражение для давления, нормированного к давлению  $p_0 = \rho c V_0$ , примет вид:

$$p(R) = \frac{dS}{\lambda} \sum_n^N \sum_m^M W_{nm} \frac{\exp(-jkR_{nm})}{R_{nm}}, \quad (3)$$

где  $W_{nm}$  - функция распределения колебательной скорости элементарных источников с номером  $nm$ ;  $R_{nm}$  - расстояние от элементарного источника до точки наблюдения;  $N, M$  - число элементарных площадок  $dS$ , на которые разделена поверхность излучателя.

## Ближнее поле излучателей в форме диска и квадрата

Ниже приведены расчеты давления дискового (круглого поршневого) излучателя с функцией распределения спадающей от центра к краю.

Расчетные значения нормированы к значению максимума давления и приведены к логарифмическому масштабу. На рис.2. показаны графики распределения уровня давления излучения на оси  $z$  диска радиусом  $a = 8\lambda$ . Кривая 1 построена с использованием асимптотического решения [1]. Кривые 2-4 вычислены численно с учетом функции распределения колебательной скорости по радиусу диска  $r$ . Кривая 2 -  $W = 1$ ; кривые 3,4 построены для функций распределения  $W = \cos(\frac{\pi r}{2a}), W = \cos^2(\frac{\pi r}{2a})$  соответственно.

Радиальное распределение уровня давления, при условии  $W = 1$  на поверхности диска, неоднородно и зависит от параметра  $z_0 = l\lambda$  - расстояния до поверхности излучателя (рис.3). Однако среднее давление по сечению перпендикулярному оси излучателя равно среднему давлению на поверхности излучателя [1,2]. Поле сосредоточено в цилиндрической трубке, основанием которой есть излучатель. Длина трубки определяется протяженностью ближнего поля - областью Френеля,  $z_f = \frac{a^2}{\lambda}$ , а ширина - диаметром излучателя. Акустическое поле напоминает луч, компьютерное изображение - "визуализация", которого представлена на рис.4 для функций распределения скорости на поверхности излучателя  $W = 1$  и  $W = \cos(\frac{\pi r}{2a})$  соответственно. Справа на рисунках приведен градиционный клин, позволяющий оценить интенсивность поля в оттенках серого.

Давление на оси  $Z$  квадратного поршневого излучателя со стороной  $a = 16\lambda$  представлено на рис.5. Как и для дискового излучателя, в отсутствие распределения колебательной скорости, давление имеет характерную осцилляцию (кривая 1). Введение функции распределения  $W = \cos(\frac{\pi X}{2a})$  (кривая 2) и  $W = \cos(\frac{\pi X}{2a})\cos(\frac{\pi Y}{2a})$  (кривая 3) приводит к сглаживанию неравномерности. График давления по оси  $X$  для различного удаления от поверхности излучателя  $Z_0 = 80\lambda; 20\lambda; 38\lambda$  приведен на рис.6 (кривые 1,2,3) соответственно. Введение функции распределения скорости на поверхности излучателя

ля  $W = \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right)\cos\left(\frac{\pi y}{2a}\right)$  позволяет не только сгладить неравномерность давления, но и сформировать в ближнем поле слабо расходящийся акустический луч. На рис.7 представлены графики давления до (кривые 1) и после (кри-

вые 2) введения распределения для различных удалений  $z$  от поверхности излучателя. Следует отметить уменьшение ширины луча после введения распределения до  $10^{-6}$  (по уровню -6дБ) на всей протяженности области Френеля (рис.8).

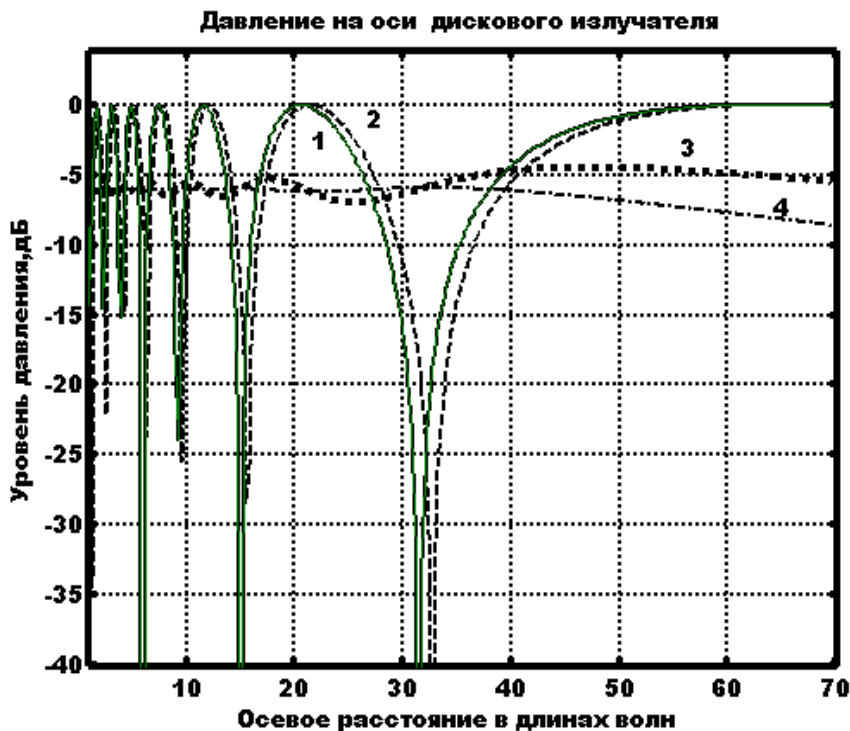


Рис. 2. Распределение давления на оси дискового излучателя

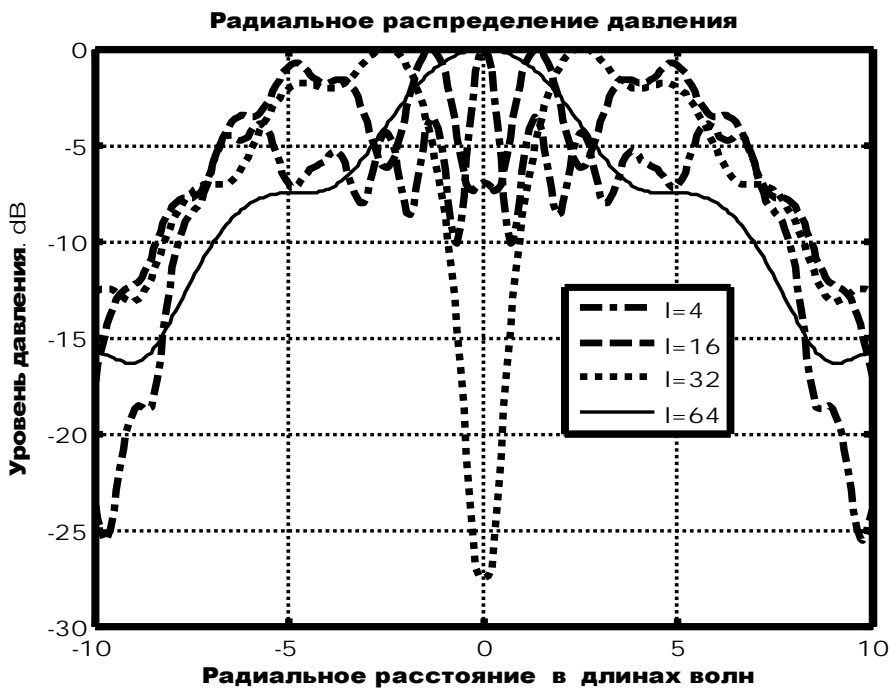


Рис.3. Радиальное распределение давления дискового излучателя

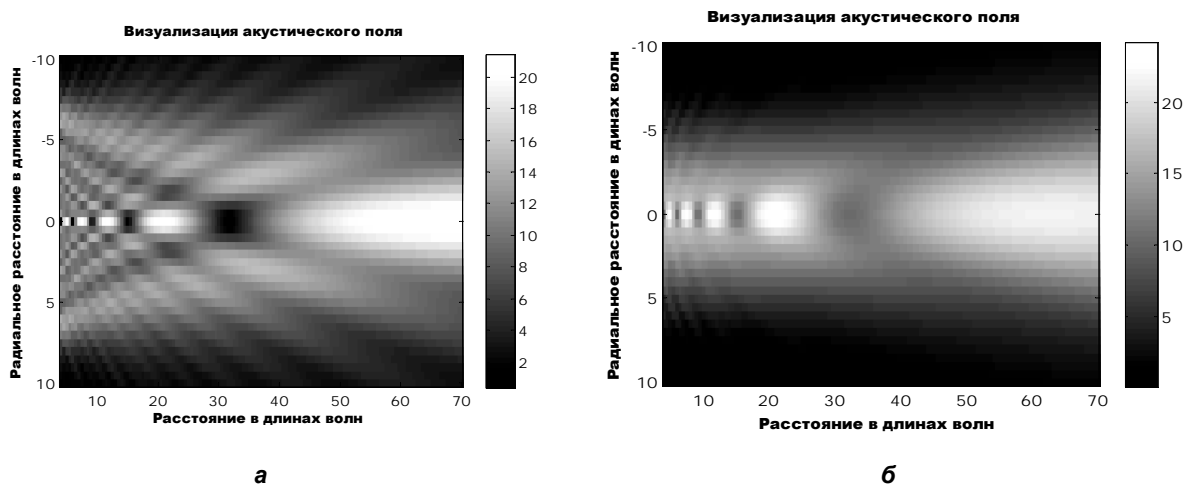


Рис.4. Акустическое поле вдоль оси дискового излучателя для функций распределения колебательной скорости: а)  $W = 1$ ; б)  $W = \cos\left(\frac{\pi r}{2a}\right)$

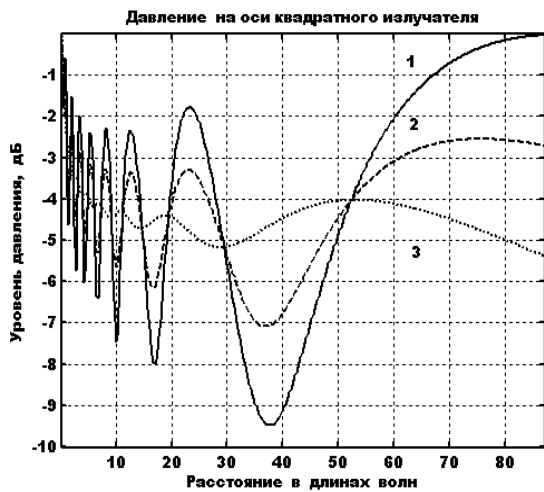


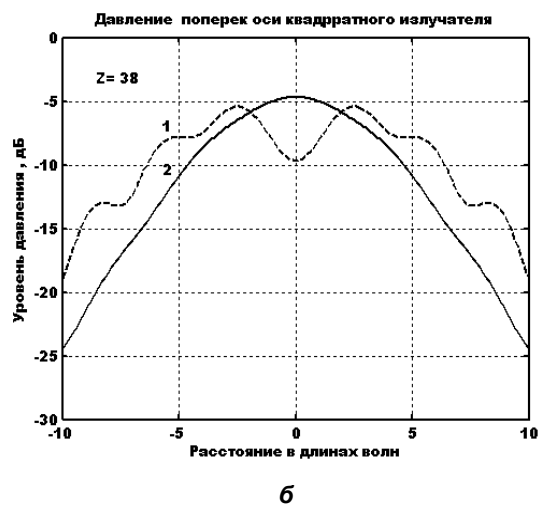
Рис.5. Давление на оси квадратного излучателя



Рис.6. Давление поперек оси квадратного излучателя



а



б

Рис.7. Сглаживание давления по оси x для различных удалений от поверхности квадратного излучателя: а)  $Z_0 = 20\lambda$ ; б)  $Z_0 = 38\lambda$

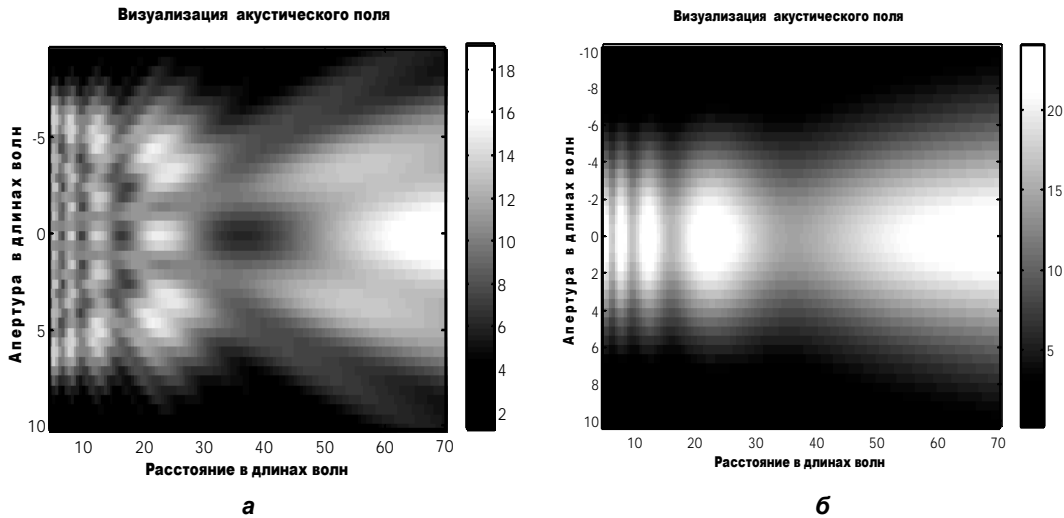


Рис.8. Акустическое поле вдоль оси квадратного излучателя для функций распределения колебательной скорости: а)  $W = 1$ ; б)  $W = \cos(\frac{\pi X}{2a})\cos(\frac{\pi Y}{2a})$

**Моделирование ближнего акустического поля матричных излучателей**

Для расчета ближнего акустического поля прямоугольных матричных излучателей размером  $A \times B$ , дискретные излучатели малого волнового размера  $\Delta S$  располагают в узлах координатной сетки (рис.1). Ячейки сетки равносторонние. Расстояние между излучателями - шаг матрицы ( $\Delta x = \Delta y$ ), задается произвольно. Элементы матрицы, в количестве  $N \times M$  излучателей, закреплены жестко и излучают в полупространство. Объемная скорость отдельного дискретного излучателя  $Q = V \Delta S$  зависит от распределения колебательной скорости  $V$  по элементам матрицы. Вводя функцию распределения колебательной скорости по элементам матрицы  $W$ , получим расчетное выражение для нормированного давления излучения :

$$p(R) = \frac{\Delta S}{\lambda} \sum_n^N \sum_m^M W_{nm} \frac{\exp(-jkR_{nm})}{R_{nm}} \quad (4)$$

Главное отличие выражения (4) от (3) состоит в том, что количество дискретных излучателей матрицы существенно меньше количества элементарных источников, покрывающих такую же поверхность.

Рассмотрим влияние расстояния между дискретными излучателями на формирование акустического поля квадратной матрицы со стороны  $a = 16\lambda$ . На рис.9 приведены графики уровня нормированного давления на оси квадратной матрицы.

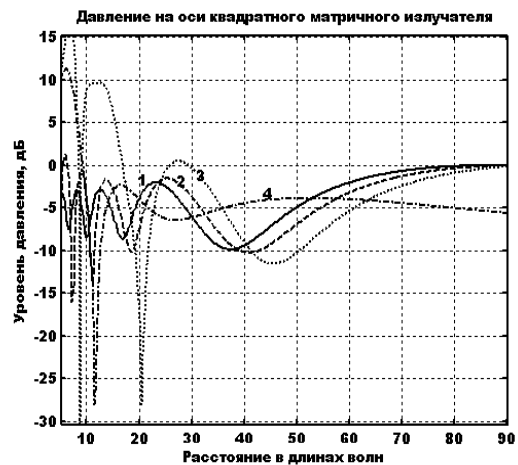


Рис. 9. Давление на оси матричного излучателя

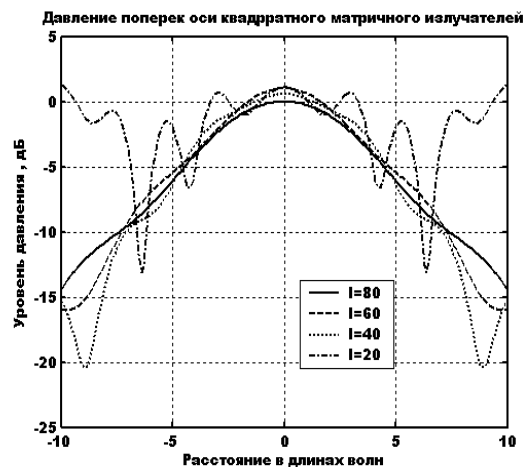


Рис. 10. Давление поперек оси матричного излучателя

Если шаг матрицы мал по сравнению с длиной волны то графики давления излучения матрицы и сплошного квадратного излучателя совпадают (кривая 1). Увеличение расстояния между дискретными излучателями до  $1\lambda$  и  $2\lambda$  приводит к возрастанию неравномерности давления (кривые 2, 3). Введение функции распределения скорости дискретных излучателей по закону  $W_{nm} = \cos\left(\frac{\pi n \Delta x}{2a}\right) \cos\left(\frac{\pi m \Delta y}{2a}\right)$  ( $n=m=0$  в начале координат) уменьшает осевую неравномерность, начиная с середины ближней области излучения (кривая 4). На рис. 10 приведены графики, демонстрирующие влияние функции распределения на неравномерность давления для матрицы с шагом  $2\lambda$ . Удаление от излучателя определяется параметром  $z_0 = l\lambda$ . Для расстояний  $z_0 = 40\lambda$  и менее, акустический луч теряет монолитность, расщепляется на множество лепестков.

### Выводы

Введение распределения колебательной скорости, спадающего к краю излучателя, позволяет сконцентрировать поле вдоль его оси – сформировать однородный акустический луч. Неравномерность осевого поля квадратного излучателя со стороной  $a = 16\lambda$  и функцией распределения  $W = \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{2a}\right)$  не превышает 3 дБ (рис. 5). Ширина луча практически постоян-

на на всем протяжении зоны Френеля (рис. 7) и составляет  $10\lambda$  (по уровню -6дБ).

Сплошной излучатель может быть заменен матричным, без существенного ухудшения качественных характеристик поля, расстояние между дискретными элементами которой не превышает длины волны. Введение функции распределения скорости спадающей к краям матричного излучателя не позволяет достигнуть равномерного ближнего поля, если расстояние между дискретными излучателями составляет 2 и более длин волн.

### Литература

1. Ржевкин С.Н. Курс лекций по теории звука. - М.: Изд. МГУ, 1960 - 336с.
2. Тюлин В.Н. Введение в теорию излучения и рассеяния звука. - М.: Наука-1976-256с.
3. Лепендин Л.Ф. Акустика: учеб. Пособие для втузов. - М.: Высшая школа, 1978-448с.
4. Кайно Г. Акустические волны: Устройство, визуализация и аналоговая обработка сигналов: Пер. с англ. - М.: Мир, 1990-656с.
5. Holm S., "Simulation of Acoustic Fields from Medical Ultrasound Transducers of Arbitrary Shape," Proc. Nordic Symp. in Physical Acoustics, Ustaoset, Norway, Jan. 1995.
6. Holm S. and Elgetun B., "Optimization of the beampattern of 2D sparse arrays by weighting" in Proc. IEEE Ultrasonics Symp., Seattle, Washington, Nov. 1995