Теория сигналов и систем

УДК 621.37:621.391

В.В. Палагин, канд. техн. наук

Полиномиальные алгоритмы обнаружения сигналов на фоне коррелированных негауссовских помех

Разработан метод проверки статистических гипотез для синтеза и анализа нелинейных алгоритмов обнаружения постоянных сигналов на фоне негауссовских коррелированных помех на основе использования полиномиальных решающих правил и моментно-кумулянтного описания случайных величин. Показано, что использование совместных моментов различных порядков дает возможность учитывать корреляционные свойства случайных величин и их негауссовское распределение. Полученные результаты показывают, что нелинейная обработка выборочных значений и учет тонкой структуры негауссовских помех с использованием коэффициентов асимметрии и эксцесса позволяет повысить эффективность решающих правил.

The development of method testing statistical hypotheses for a synthesis and analysis of nonlinear algorithms of signals detection on a background Non-Gaussian noise is considered. The new method based of the use of polynomial decision rules and moment-cumulant description of random variable. It is show that the use of joint moments of different orders is given possibility to take into account cross-correlation properties of random variable and their Non-Gaussian distributing. The got results show that nonlinear processing of selective values and account of structure of Non-Gaussian noise as coefficients of asymmetry and excess allows increasing of efficiency of decision rules.

Ключевые слова: *стохастические полиномы, моментные критерии качества, коррелированные негауссовские помехи.*

Введение

Во многих радиотехнических, телекоммуникационных и информационных системах актуальными являются задачи построения оптимальных алгоритмов статистической обработки сигналов при наличии помех. Среди множества таких задач особое место занимают задачи по обнаружению, различению и распознаванию сигналов на фоне помех. Данному направлению посвящено достаточно много фундаментальных работ по проверке статистических гипотез [1–3], в которых приведены основные результаты исследований без наложения ограничений на плотности распределения рассматриваемых случайных величин. Однако на практике, в виду нормализации многих природных процессов и удобства использования математической модели, наиболее широко используются гауссовские модели случайных величин, что не всегда адекватно отображает реальные физические процессы [4].

Интерес к обработке негауссовских случайных процессов постоянно растет, о чем свидетельствуют публикации [5, 6]. Для решения задач различения и обнаружения сигналов на фоне негауссовских помех активно применяются такие подходы, как марковские процессы, полигауссовские модели, в основе которых лежит использование плотностей распределения случайных величин и вероятностных критериев качества (критерий Байеса, Неймана-Пирсона и др.).

Определение 1. Критерии качества выбора решающих статистик, основанные на использовании плотностей распределения для описания случайных величин и вероятностях ошибок решающих правил, будем называть вероятностными критериями качества.

В теории вероятностей и математической статистике случайные величины количественно можно охарактеризовать не только с помощью установления вероятности осуществления того или иного события, но и с помощью более грубых количественных мер числовых характеристик случайных величин, таких как математическое ожидание, дисперсия и т. д.

Определение 2. Критерии качества выбора решающих статистик, основанные на использовании моментов для описания случайных величин, будем называть моментными критериями качества.

Новым подходом к разрешению проблем обработки негауссовских сигналов и помех является использование моментных критериев качества, которые основываются на моментно-кумулянтном описании случайных величин [7] и стохастических полиномах конечного порядка

[8–10] в виде решающих правил (РП), что позволяет, с одной стороны, описывать негауссовский характер случайных величин, а с другой – приводит к упрощению конечных алгоритмов обработки сигналов с лучшими качественными показателями [10–12].

В отмеченных работах по использованию моментных критериев качества для проверки статистических гипотез получены результаты, которые относятся к обработке статистически независимых выборочных значений. В тоже время существует ряд задач с ограниченным интервалом наблюдений, где статистическими связями выборочных значений случайных величин пренебречь нельзя [13]. В связи с этим представляет интерес исследования таких статистических связей и их влияния на качественные показатели обнаружения сигналов на фоне негауссовских помех.

Таким образом, актуальным является разработка метода для проверки статистических гипотез при использовании статистически зависимых негауссовских случайных величин, получение аналитических выражений решающих правил и исследование их эффективности.

1. Разработка и использование моментного критерия качества проверки статистических гипотез при статистически зависимых выборочных значениях

Пусть для случайной величины ξ имеется зависимая выборка $\mathbf{X}=\{x_1,x_2,...,x_n\}$ объемом n, которая произведена при осуществлении гипотезы H_1, когда в моменты времени $1,2,\ldots,n$ наблюдается аддитивная смесь полезного сигнала a и помехи η. Тогда выборочные значения x_v, $v=\overline{1,n}$, описываются начальными моментами $m_i^{(v)}$ порядка i в момент времени v, а смешанные моменты двух выборочных значений x_v и x_k – совместными моментами $m_{i,j}^{(v,k)}$ размерностью (i,j) в моменты времени v и k. При осуществлении гипотезы H_0, когда наблюдается только одна помеха η, выборочные значения x_v описываются начальными моментами $u_i^{(v)}$ порядка i, а смешанные моменты двух случайных величин x_v и x_k описываются совместными моментами $u_{i,j}^{(v,k)}$ размерностью (i,j). Необходимо синтезировать РП, с помощью которого по выборке $\mathbf{X}$ можно определить, какая из гипотез осуществилась.

В работе [14] разработан метод обработки статистически зависимых случайных величин, где отношение правдоподобия можно представить в виде стохастического полинома конечной степени s:

$$\Lambda_{sn}(X)=\sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s}h_{i,v}x_v^i+h_0 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 0, \qquad (1)$$

где $h_{i,v}$, h_0 – оптимальные коэффициенты, которые должны минимизировать один из хорошо известных вероятностных критериев качества, в частности критерий суммы вероятностей ошибок первого (α) и второго рода (β) РП, и определяются из минимума моментного критерия качества верхней границы вероятностей ошибок или кратко $Ku(E,G,\rho)_s$:

$$Ku(E,G,\rho)_s=\frac{\sum_{v=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s}h_{i,v}h_{j,k}F_{i,j}^{(v,k)}}{\left(\sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s}h_{i,v}\left(m_i^{(v)}-u_i^{(v)}\right)\right)^2}, \qquad (2)$$

который, согласно теореме Чебышева:

$$\alpha=P\left[\Lambda_{sn}(x)\geq 0/H_0\right]\leq\frac{G_0}{(E_0+h_0)^2},$$

$$\beta=P\left[\Lambda_{sn}(x)<0/H_1\right]\leq\frac{G_1}{(E_1+h_0)^2};$$

представляет собой сумму верхних границ вероятностей ошибок первого и второго рода РП (1) и зависит от математического ожидания E_r и дисперсии G_r РП при гипотезе H_r ($r=0,1$):

$$E_1=\sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s}h_{i,v}u_i^{(v)};\ E_0=\sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s}h_{i,v}m_i^{(v)};$$

$$G_r=\sum_{v=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s}h_{i,v}h_{j,k}F_{i,j}^{(v,k)}(H_r),\ r=0,1.$$

Отличительной особенностью полученного моментного критерия (2) является то, что используются не только начальные моменты $u_i^{(v)}$ и $m_i^{(v)}$, но и совместные моменты $u_{i,j}^{(v,k)}$ и $m_{i,j}^{(v,k)}$, позволяющие учитывать не только такие параметры, как дисперсию (χ_2), асимметрию (γ_3), эксцесс (γ_4) негауссовской помехи, но и корреляционные свойства выборочных значений в виде заданной функции корреляции $\rho^{(v,k)}$ между v, k выборочными значениями.

В выражении (2) приведен параметр $F_{i,j}^{(v,k)}$, имеющий следующий вид:

$$F_{i,j}^{(v,k)} = F_{i,j}^{(v,k)}(H_0) + F_{i,j}^{(v,k)}(H_1)$$

и который характеризует взаимосвязь между начальными и совместными моментами при гипотезе и альтернативе

$$F_{i,j}^{(v,k)}(H_0) = u_{i,j}^{(v,k)} - u_i^{(v)} u_j^{(k)};$$

$$F_{i,j}^{(v,k)}(H_1) = m_{i,j}^{(v,k)} - m_i^{(v)} m_j^{(k)}.$$

В работе [14] показано, что оптимальные коэффициенты, минимизирующие верхние границы суммы вероятностей ошибок первого и второго рода (2) определяются из решения системы уравнений

$$\sum_{j=1}^{s} h_{j,v} F_{i,j}^{(v,k)} = m_i^{(v)} - u_i^{(v)}, \;\; v,k = \overline{1,n}, \;\; i = \overline{1,s}, \qquad (3)$$

а значение коэффициента h_0 определяется как среднее значение между математическими ожиданиями РП (1) при гипотезе и альтернативе:

$$h_0 = -\frac{1}{2}(E_1 + E_0),$$

или

$$h_0 = -\frac{1}{2}\sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} h_{i,v}\left(m_i^{(v)} + u_i^{(v)}\right). \qquad (4)$$

Необходимо отметить, что система алгебраических уравнений (3) решается при использовании численных методов, т. к. параметр $F_{(i,j)}^{(v,k)}(H_r)$ при гипотезе H_r $(r = 0,1)$ представляет собой корреляционные матрицы, описывающие взаимосвязь выборочных значений в виде заданной функции корреляции $\rho^{(v,k)}$.

Например, при построении линейного РП (1) при степени полинома $s = 1$ коэффициент $h_{1,v}$ по методу Крамера будет выражаться через определитель системы уравнений (3):

$$\Delta_1 = \left|F_{1,1}^{(v,k)}\right| = \begin{vmatrix} \rho^{(1,1)}, \rho^{(1,2)} & \cdots & \rho^{(1,n)} \\ \rho^{(2,1)}, \rho^{(2,2)} & & \rho^{(2,n)} \\ \ldots & & \\ \rho^{(n,1)}, \rho^{(n,2)} & \cdots & \rho^{(n,n)} \end{vmatrix}, \qquad (5)$$

а при построении нелинейного РП (1) при степени полинома $s = 2$ выражение (3) представляет собой систему $2n$ уравнений с $2n$ неизвестными, где определитель примет вид

$$\Delta_2 = \left|\begin{array}{ccc:ccc} F_{1,1}^{(1,1)} & \ldots & F_{1,1}^{(1,n)} & F_{1,2}^{(1,1)} & \ldots & F_{1,2}^{(1,n)} \\ \ldots & & & \ldots & & \\ F_{1,1}^{(n,1)} & \ldots & F_{1,1}^{(n,n)} & F_{1,2}^{(n,1)} & \ldots & F_{1,2}^{(n,n)} \\ \hdashline F_{2,1}^{(1,1)} & \ldots & F_{2,1}^{(1,n)} & F_{2,2}^{(1,1)} & \cdots & F_{2,2}^{(1,n)} \\ \ldots & & & \ldots & & \\ F_{2,1}^{(n,1)} & \ldots & F_{2,1}^{(n,n)} & F_{2,2}^{(n,1)} & \ldots & F_{2,2}^{(n,n)} \end{array}\right|, \qquad (6)$$

и находится по формуле Шура, используя понятие блочных матриц [15].

Легко показать, что при перемножении левой и правой части выражения (3) на найденные оптимальные коэффициенты $h_{i,v}$ получим минимальное значение моментного критерия качества:

$$Ku(E,G,\rho)_s = J_s^{-1},$$

где J_s – количество извлекаемой информации из выборочных значений о различии гипотез H_1 и H_0 с помощью РП (1), равное

$$J_s = \sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} h_{j,v}\left(m_i^{(v)} - u_i^{(v)}\right) = \sum_{v=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} h_{i,v} h_{j,k} F_{i,j}^{(v,k)}. \qquad (7)$$

Таким образом, для зависимой выборки РП проверки статистических гипотез представлено в виде стохастического полинома (1), где коэффициент h_0 определяется согласно формуле (4), а коэффициенты $h_{i,v}$ находятся из решения системы алгебраических уравнений (3). При этом минимальное значение критерия качества, а соответственно и верхние границы вероятностей ошибок первого и второго рода определяются согласно (7). Полученные выражения позволяют синтезировать конкретные РП для обнаружения различных сигналов при негауссовских помехах для зависимых выборочных значений.

Исследование негауссовских моделей сигналов и помех представляет собой достаточно обширную задачу, так как приходится рассматривать определенную последовательность начальных моментов и кумулянтов, которые описывают степень отклонения случайных величин от нормального закона распределения. При этом возникают сложные вопросы, связанные с существованием области допустимых значений кумулянтов и наложении ограничений при их взаимном использовании [7]. С другой стороны показано, что кумулянты различных порядков, как коэффициенты разложения характеристической функции, могут быть отнесены к определенным классам, которые характеризуют соответствующую плотность вероятностей. Такая классификация негауссовских случайных величин получила название их перфорации, где выделены асимметричные, эксцессные и др. статистически независимые случайные величины различных типов и видов [8].

В данной работе предлагается дальнейшее развитие классификации негауссовских статистически зависимых случайных величии, что позволяет существенно упростить построение РП и исследование их свойств. Приведем примеры классификации случайных величин, которые будут использоваться для построения РП при степени полинома $s = 1,2$.

Определение 3. Гауссовскими статистически зависимыми случайными величинами называются такие, которые описываются начальными моментами $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \chi_2$, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = 3\chi_2^2$, $\alpha_5 = 0$, $\alpha_6 = 15\chi_2^3$, …, и совместными моментами $u_{i,j}^{(v,k)}$, выраженными через совместные кумулянты $\chi_{i,j}$:

$$u_{1,1}^{(v,k)} = \chi_{1,1}^{(v,k)} = \chi_2 \cdot \rho^{(v,k)};$$

$$u_{1,2}^{(v,k)} = \chi_{1,2} = 0;$$

$$u_{2,2}^{(v,k)} = \chi_2^2\left[1 + 2\left(\rho^{(v,k)}\right)^2\right],$$

где χ_2 – дисперсия случайной величины; $\rho^{(v,k)}$ – нормированная корреляционная функция заданного вида между v-м и k-м выборочным значением.

Определение 4. Асимметричными статистически зависимыми случайными величинами 1-го типа 1-го вида называются такие, которые описываются начальными моментами $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \chi_2$, $\alpha_3 = \chi_3$, $\alpha_4 = 3\chi_2^2$, $\alpha_5 = 10\chi_2\chi_3$, $\alpha_6 = 10\chi_3^2 + 15\chi_2^3$, …, и совместными моментами $u_{i,j}^{(v,k)}$, выраженными через совместные кумулянты $\chi_{i,j}$:

$$u_{1,1}^{(v,k)} = \chi_{1,1}^{(v,k)} = \chi_2 \cdot \rho^{(v,k)};$$

$$u_{1,2}^{(v,k)} = \chi_{1,2}^{(v,k)} = \gamma_3\chi_2^{3/2}\left(\rho^{(v,k)}\right)^{3/2};$$

$$u_{2,2}^{(v,k)} = \chi_2^2\left[1 + 2\left(\rho^{(v,k)}\right)^2\right].$$

Определение 5. Эксцессными статистически зависимыми случайными величинами 1-го типа 1-го вида называются такие, которые, описываются начальными моментами $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \chi_2$, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = \chi_4 + 3\chi_2^2$, $\alpha_5 = 0$, $\alpha_6 = 15\chi_2\chi_4 + 15\chi_2^3$, …, и совместными моментами $u_{i,j}^{(v,k)}$, выраженными через совместные кумулянты $\chi_{i,j}$:

$$u_{1,1}^{(v,k)} = \chi_{1,1}^{(v,k)} = \chi_2 \cdot \rho^{(v,k)};\quad u_{1,2}^{(v,k)} = \chi_{1,2} = 0;$$

$$u_{2,2}^{(v,k)} = \chi_2^2\left[\gamma_4\left(\rho^{(v,k)}\right)^2 + 1 + 2\left(\rho^{(v,k)}\right)^2\right].$$

В данной работе в качестве примера приведены результаты построения РП обнаружения постоянных сигналов, имеющих место в системах передачи дискретных сигналов, в системах последетекторной обработки и т. д., на фоне асимметричных и эксцессных коррелированных негауссовских помех.

2. Синтез и анализ полиномиальных алгоритмов обработки сигналов

Пусть при осуществлении гипотезы H_1 наблюдается случайная величина ξ, имеющая вид

$$\xi = a + \eta,$$

где a – наблюдаемый постоянный сигнал; η – негауссовская случайная величина с нулевым математическим ожиданием и кумулянтами χ_k, $k = \overline{1,n}$; а при осуществлении гипотезы H_0 наблюдается случайная величина вида $\xi = \eta$.

Легко показать, что РП общего вида (1) при степени полинома $s = 1$, используя формулы (3) и (4), примет вид

$$\sum_{v=1}^{n} A_v\left(x_v - \frac{a}{2}\right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 0, \tag{8}$$

где A_v – определитель, полученный из Δ_1 заменой v-го столбца столбцом, состоящего из единиц, а Δ_1 имеет вид (5).

При этом количество извлекаемой информации (7) о различии гипотез для линейного РП (8) примет вид

$$J_1 = \frac{a^2}{\Delta_1}\sum_{v=1}^{n} A_v, \tag{9}$$

а значение критерия качества $Ku(E,G,\rho)_1$ будет иметь вид, обратный выражению (9).

Рассматривая определитель Δ_1 (5) видно, что его элементы $\rho^{(v,k)}$ характеризуют статистические связи между v-м и k-м выборочными значениями. Так как случайные величины x_v, x_k характеризуются одинаковыми среднеквадратичными отклонениями $\sigma_v = \sigma_k = \sigma$, то $\Delta_1 = \sigma^{2n}\Delta_1^*$, $\Delta_v = \sigma^{2(n-1)}\Delta_v^*$, где Δ_1^* – определитель с элементами $\rho^{(v,k)}$, а Δ_v^* – определитель, полученный из Δ_1^* заменой v-го столбца столбцом из единиц.

Тогда выражение (9) имеет следующий вид:

$$J_{1,n} = \frac{a^2}{\sigma^2\Delta_1^*}\sum_{v=1}^{n}\Delta_v^* = \frac{q}{\Delta_1^*}\sum_{v=1}^{n}\Delta_v^*,$$

где $q = \dfrac{a^2}{\sigma^2}$ – отношение сигнал/помеха, а значние критерия качества равно

$$Ku(E,G,\rho)_1 = \frac{\Delta_1^*}{q\sum\limits_{v=1}^{n}\Delta_v^*}. \qquad (10)$$

Из формулы (10) видно, что чем большее отношение сигнал/помеха q, тем меньшее значение критерия качества $Ku(T,G,\rho)_1$, и следовательно, меньше верхние границы вероятностей ошибок первого и второго рода линейного РП (8).

Если выборочные значения независимые, т. е. $\rho^{(v,k)} = 0$ при $v \neq k$ и $\rho^{(v,k)} = 1$ при $v = k$, тогда $\Delta_1^* = 1$, $\sum\limits_{v=1}^{n}\Delta_v^* = n$ и значение критерия качества $Ku(E,G,\rho)_1$ (10) примет хорошо известное значение как при независимых выборочных значениях [11, 12]:

$$Ku\left(E,G,\rho\right)_1 = \frac{1}{nq},$$

а линейное РП (8) преобразуется к виду

$$\frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n}x_v - \frac{a}{2} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 0, \qquad (11)$$

где происходит сравнение усредненной суммы выборочных значений с половинным значением математического ожидания принимаемого сигнала.

Отметим, что РП вида (8) и (11) совпадают с результатами, полученными из отношения правдоподобия для гауссовских моделей помех в предположении статистически зависимых и независимых выборочных значений соответственно [1, 2], что подчеркивает тесную связь предложенного моментного критерия качества с вероятностным критерием идеального наблюдателя.

Полученное линейное РП вида (8) не учитывает негауссовское распределение помех в виде моментов выше третьего порядка. Поэтому представляет интерес увеличения степени стохастического полинома до $s = 2$. В этом случае РП будет нелинейным и в общем случае примет вид

$$\sum_{v=1}^{n}h_{1,v}x_v + \sum_{v=1}^{n}h_{2,v}x_v^2 - h_0 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 0, \qquad (12)$$

где система уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов, согласно системе уравнений (3), запишется как

$$\begin{cases} h_{1,v}F_{1,1}^{(v,k)} + h_{2,v}F_{1,2}^{(v,k)} = a, \\ h_{1,v}F_{2,1}^{(v,k)} + h_{2,v}F_{2,2}^{(v,k)} = a^2,\ v,k = \overline{1,n}. \end{cases} \qquad (13)$$

При решении системы уравнений (13) получены неизвестные коэффициенты РП (12), имеющие вид

$$h_{1,v} = \frac{aA_v}{\Delta_2},\ v = \overline{1,n};\ h_{2,v} = \frac{aB_v}{\Delta_2},\ v = \overline{n+1,2n},$$

где A_v – определитель, полученный из определителя Δ_2 (6) заменой v-го столбца ($v = \overline{1,n}$) столбцом с элементами (1,1,…,1, а,а,…,а), а определитель B_v подобен нахождению определителю A_v, только $v = \overline{n+1,2n}$.

Решение поставленной задачи разделяется на составляющие, которые соответствуют приведенным выше классам статистически зависимых случайных величин. Приведем конечные результаты, характеризующие эффективность нелинейного РП вида (12) по сравнению с известными результатами в виде линейного РП вида (8) для асимметричных и эксцесных коррелированных негауссовских помех.

На рис. 1 приведены зависимости отношения количества извлекаемой информации из выборочных значений для линейного $J_{1,n}$ и нелинейного $J_{2,n}$ РП от коэффициентов асимметрии и эксцесса при различных отношениях сигнал/помеха q и параметре A, характеризую-

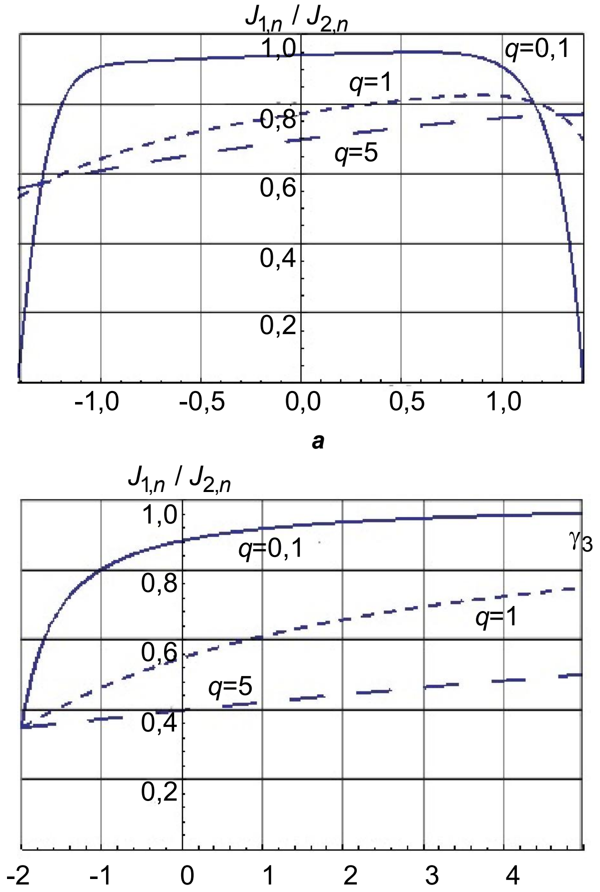

Рис. 1. Зависимость отношения количества извлекаемой информации $J_{1,n}$ к $J_{2,n}$ от коэффициента асимметрии γ_3 (*а*) и коэффициента эксцесса γ_4 (*б*) при различных параметрах q и $A = 1$

щего степень статистической связи для экспоненциальной корреляционной функции вида

$$\rho(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|}.$$

Из графиков следует, что отношение $J_{1,n}$ к $J_{2,n}$ меньше единицы. Это показывает, что для нелинейного РП при $s = 2$ вида (12) значение количества извлекаемой информации $J_{2,n}$ больше чем значение $J_{1,n}$ при $s = 1$ для линейного РП (8), что соответствует увеличению эффективности обнаружения сигналов в виде уменьшения верхних границ суммы вероятностей ошибок первого и второго рода нелинейного РП по сравнению с известными результатами в предположении использования гауссовских моделей помех. Степень эффективности зависит от параметров негауссовской помехи в виде коэффициентов асимметрии γ_3, эксцесса γ_4 и может достигать наибольших значений для граничных значений области допустимых значений, что соответствует неравенству $\gamma_3^2 \le \gamma_4 + 2$ [7, 8]. Из графиков также следует, что при увеличении параметра q эффективность нелинейных РП увеличивается, но уменьшается зависимость от параметров негауссовской помехи, а именно от коэффициента асимметрии и эксцесса.

Выводы

В работе приведено построение метода проверки статистических гипотез для синтеза РП обнаружения сигналов на фоне коррелированных негауссовских помех. Получены аналитические выражения полиномиальных линейных и нелинейных РП обнаружения постоянных сигналов фоне коррелированных асимметричных и эксцесных негауссовских помех. Проведено исследование эффективности полученных результатов, которые показывают, что нелинейная обработка статистически зависимых выборочных значений и учет параметров негауссовской помехи в виде коэффициентов асимметрии и эксцесса позволяет повысить эффективность обнаружителей сигналов в виде уменьшения вероятностей ошибок первого и второго рода по сравнению с известными результатами при использовании гауссовских моделей случайных величин.

Литература

1. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1989. – 696 с.
2. *Ван Трис. Г.* Теория обнаружения, оценок и модуляции: В 3т. / Пер. с англ. под ред. В.И. Тихонова. – М.: Сов. радио, 1972. – Т.1. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции. – 744 с.
3. *Безрук В.М.,* Певцов Г.М. Теоретические основы проектирования систем распознавания сигналов для автоматизированного радиоконтроля: Монография. – Х.: Коллегиум, 2007. – 430 с.
4. *Шелухин О.И.,* Беляков И.В. Негауссовские процессы. – СПб.: Политехника, 1992. – 312 с.
5. *Тихонов В.А.* Обобщенные модели линейного предсказания негаусовых процессов и их применение в задачах статистической радиотехники // Праці Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негаусівських процесів» пам’яті профессора Кунченка Ю.П.: Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 2007. – С. 53–55.

6. *Rousseau D.*, Anand G.V., Chapeau-Blondeau F. Noise-enhanced nonlinear detector to improve signal detection in non-Gaussian noise // IEEE Signal Process. – 2006. – Vol. 86, Issue 11. – P. 3456–3465.
7. *Малахов А.Н.* Кумулянтный анализ негауссовских процессов и их преобразований. – М.: Сов. радио, 1979. – 376 с.
8. *Кунченко Ю.П.* Стохастические полиномы. – К.: Наукова думка, 2006. – 275 с.
9. *Кунченко Ю.П.*, Палагин В.В. Построение моментного критерия качества типа Неймана-Пирсона для проверки простых статистических гипотез // Вестник Инженерной Академии Украины. – 2005. – № 1. – С. 26–30.
10. *Палагин В.В.* Построение моментного критерия проверки статистических гипотез при использовании полиномиальных решающих правил // Электронное моделирование. – 2008. – Т.30. – С. 57–72.
11. *Палагін В.В.,* Жила О.М. Синтез поліноміальних алгоритмів розпізнавання сигналів на тлі асиметричних негауссівських завад // Праці Одеського національного політехнічного університету. – 2007. – Вип. 2 (28). – С. 171–176.
12. *Палагін В.В.,* Жила О.М. Поліноміальне вирішення задач розпізнавання випадкових сигналів // Вісник ЧДТУ. – 2008. – № 2. – С. 31–35.
13. *Палагін В.В.,* Івченко О.В. Особливості оцінювання параметрів статистично залежних випадкових величин // Вісник ЧДТУ. – 2009. – № 2. – С. 73–78.
14. *Палагин В.В.* Моментный критерий качества проверки статистических гипотез для обработки сигналов на фоне коррелированных негауссовских помех // Системи обробки інформації. – 2009. – Вип. 4(78). – С. 96–101.
15. *Чурилов А.Н.,* Гессен А.В. Исследование линейных матричных неравенств. Путеводитель по программным пакетам. – СПб.: Издательство Санкт-Петербургского ун-та, 2004. – 148 с.

Черкасский государственный технологический университет

Поступила в редакцию 19 марта 2010 г.