

УДК 621.372

А.С. Чайковский, канд. техн. наук

## Учет начальных условий реактивных компонентов при анализе временных характеристик электронных схем

Рассмотрено влияние начального заряда на конденсаторах и начального тока в катушках индуктивности электронной схемы на её переходную и импульсную характеристики. Показано, что временные характеристики электронной схемы существенно зависят не только от входного воздействующего сигнала, но и от начальных условий реактивных компонентов схемы.

The influence of the initial charge on the capacitors and the initial current in the inductors of the electronic circuit on its transient and impulse characteristics. It is shown that the temporal characteristics of an electronic circuit essentially depend not only on the input signal, but also on the initial conditions for reactive circuit components.

### Введение

Если в определенный момент времени  $t = 0$  ток в катушке индуктивности  $I_L(0)$  и напряжение на конденсаторе  $U_C(0)$  не равны нулю (рис. 1), то закон Ома в операторной форме для этих компонентов представляется в форме [1]:

$$U_L(p) = pL \cdot I_L(p) + L \cdot I_L(0) \quad (1)$$

$$U_C(p) = \frac{1}{pC} \cdot I_C(p) + \frac{U_C(0)}{p} \quad (2)$$

Из равенства (1) следует, что идеальную катушку индуктивности с начальным током  $I_L(0)$  (рис. 1.а) можно представить операторной схемой (рис. 2.а), состоящей из последовательного соединения сопротивления, идеальной катушки индуктивности  $Z_L(p) = pL$  с нулевым начальным током и идеального источника напряжения в операторной форме  $L \cdot I_L(0) = U_{L0}(p)$ .

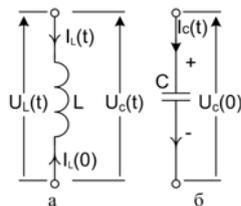


Рис. 1. Схемное обозначение катушки индуктивности L (а) и конденсатора C(б)

Из уравнения (2) также очевидно, что идеальный конденсатор с начальным напряжением  $U_C(0)$

(рис. 1.б) можно представить операторной схемой (рис. 2.б), состоящей из последовательного сопро- тивления идеального конденсатора  $Z_C(p) = \frac{1}{pC}$  с нулевым начальным зарядом и идеального источника напряжения в операторной форме  $\frac{U_C(0)}{p} = U_{C0}(p)$ .

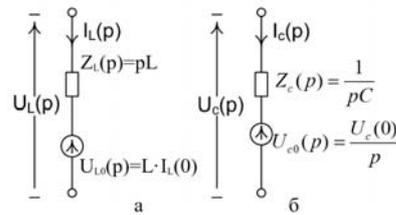


Рис. 2. Операторные схемы катушки индуктивности L (а) и конденсатора C(б)

Электронную схему содержащую n конденсаторов с ненулевыми начальными напряжениями  $U_{Ci}(0)$  и число m катушек индуктивности с начальными токами  $I_{Lj}(0)$ , можно представить электронной схемой с нулевыми начальными условиями, в которую входит число n незаряженных конденсаторов  $C_1 - C_n$  и число m обесточенных катушек индуктивности  $L_1 - L_m$ , а также вне электронной схемы на внешних n и m пар зажимов соответствующих задающих идеальных источников напряжения  $U_{Ci}(0)$  и  $U_{Lj}(0)$  (рис. 3). Входное задающее напряжение  $U_{вх}(p)$  поступает к паре зажимов "а" и "с", выходное напряжение  $U_{вых}(p)$  снимается с зажимов "b" и "d".



Рис. 3. Электронная схема с нулевыми начальными условиями

### Анализ временных характеристик электронной схемы

Алгоритм анализа временных характеристик электронной схемы, содержащей реактивные

компоненты с ненулевыми начальными условиями состоит в следующем:

1. Для анализируемой области времен составляем схемную операторную модель. При этом последовательно с конденсаторами  $C_1 - C_n$  подключаются в операторном виде задающие источники напряжения  $U_{C1}(p) = \frac{U_{C1}(0)}{p}$   $U_{Cn}(p) = \frac{U_{Cn}(0)}{p}$ , а последовательно с катушками индуктивности  $L_1 - L_m$  подключаются в операторном виде задающие источники напряжения  $U_{L1}(p) = LI_{L1}(0) \div U_{Lm}(p) = LI_{Lm}(0)$ . Каждый источник напряжения  $U_{C0i}(p)$  подключен к зажимам  $e_i-f_i$ , а каждый источник напряжения  $U_{L0j}(p)$  подключен к зажимам  $k_j-r_j$ .

2. Определяем изображение выходной реакции схемы [2]:

$$U_{вых}(p) = K_u(p) \cdot U_{вх}(p) + \sum_{i=1}^n K_{Ci}(p) \cdot U_{Ci}(p) + \sum_{j=1}^m K_{Lj}(p) \cdot U_{Lj}(p), \quad (3)$$

где  $K_u(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{вх}(p)}$  - коэффициент передачи входного напряжения схемы с нулевыми начальными условиями при  $U_{Ci}(p) = 0, i = \overline{1, n}$ , и  $U_{Lj}(p) = 0, j = \overline{1, m}$ .  $K_{Ci}(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{Ci}(p)}$  - коэффициент передачи напряжения  $U_{C0i}(p)$  при  $U_{вх}(p) = 0$  и всех остальных  $U_{Ci}(p) = 0$ , и  $U_{Lj}(p) = 0$ .

$$K_{Lj}(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{Lj}(p)} - \text{коэффициент передачи}$$

напряжения  $U_{L0j}(p)$  при  $U_{вх}(p) = 0$  и всех остальных  $U_{Ci}(p) = 0$ , и  $U_{Lj}(p) = 0$ .

3. Определяем оригинал временной характеристики

$$U_{вых}(t) = U_{вых1}(t) + U_{вых2}(t) + U_{вых3}(t),$$

где  $U_{вых1}(t)$  - выходная реакция при воздействии только одного напряжения  $U_{вх}(t)$ .

$U_{вых2}(t)$  - выходная реакция при воздействии только "n" напряжений конденсаторов  $U_{C0}(t)$ .

$U_{вых3}(t)$  - выходная реакция при воздействии только "m" напряжений катушек  $U_{L0}(t)$ .

В качестве примера найдем переходную и импульсную характеристику RC-усилителя (рис.4) в области больших времен (нижних частот).

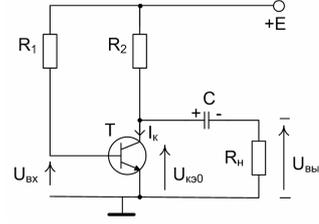


Рис. 4. Схема электрическая принципиальная RC - усилителя

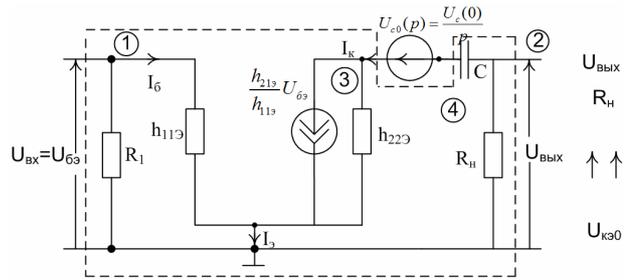


Рис. 5. Схемная модель RC – усилителя с заряженным конденсатором С

Как видно из схемы (рис. 4) до подачи входного напряжения  $U_{вх} = U_{бэ}$  конденсатор С заряжен до напряжения  $U_{C0}(t) = U_C(0) = U_{кэ0} = E - R_2 \cdot I_k$ , причем плюсовое напряжение будет на левой пластине конденсатора С.

Составляем модель RC-усилителя в области больших времен (рис. 5).

На рис.5 пунктиром обведена схемная модель усилителя с ненулевым начальным зарядом на конденсаторе  $U_{C0} = 0$  (узлы 3 и 4 связаны между собой).

Изображение переходной характеристики определяется выражением:

$$U_{вых}(p) = K_u(p) \cdot U_{вх}(p) + K_C(p) \cdot U_{C0}(p), \quad (4)$$

где  $K_u(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{вх}(p)}$  - коэффициент передачи

входного напряжения  $U_{вх}(p)$  схемы на выход при  $U_{C0}(p) = 0$ , то есть при закорачивании узлов 3 и 4 (см. рис. 6).

$$K_C(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_C(p)} - \text{коэффициент передачи на}$$

пряжения  $U_{C0}(p)$  при  $U_{вх}(p) = 0$ , то есть при закорачивании узла 1 на нулевую шину (см. рис. 7).

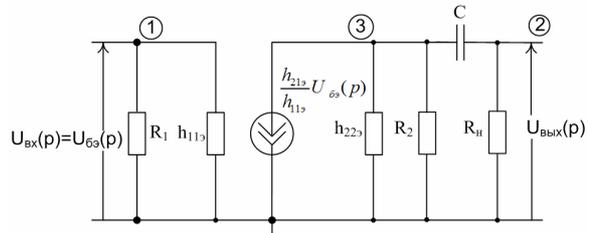


Рис. 6. Схемная модель RC – усилителя с разряженным конденсатором С

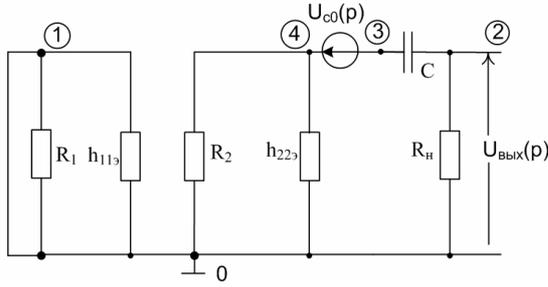


Рис. 7. Схемная модель RC – усилителя при коротком замыкании водных зажимов и заряженным конденсатором C

Матрица проводимости схемы (рис.6) имеет вид:

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} G_1 + \frac{1}{h_{113}} & & \\ & G_H + pC & -pC \\ \frac{h_{213}}{h_{113}} & -pC & h_{223} + pC + G_2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Коэффициент передачи напряжения схемы (рис.5) имеет вид:

$$K_u(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{вх}(p)} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = -\frac{pC \frac{h_{213}}{h_{113}}}{G_H(G_2 + h_{223}) + pC(G_H + h_{223} + G_2)} = -\frac{K_{u0}p}{p + \omega_1}, \quad (5)$$

где  $K_{u0} = \frac{h_{213}}{G_2 + G_H + h_{223}}$ ,  $\omega_1 = \frac{G_H(h_{223} + G_2)}{C(G_H + h_{223} + G_2)}$ .

Из рис.7 очевидно:

$$K_c(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{c0}(p)} = -\frac{U_{c0}(p)R_n}{(R_H + \frac{1}{R_2 + \frac{h_{223}}{R_2 + \frac{1}{pC}}})U_{c0}(p)} = -K_0 \frac{p}{p + \omega_2}, \quad (6)$$

где  $K_0 = \frac{R_n}{R_H + \frac{R_2}{1 + R_2 h_{223}}}$ ,  $\omega_2 = \frac{1}{C(R_H + \frac{R_2}{1 + R_2 h_{223}})}$ .

Учитывая, что  $U_{вх}(p) = \frac{1}{p}$  и  $U_{c0}(p) = \frac{U_c(0)}{p}$ , запишем уравнение (4) с учетом (5) и (6):

$$U_{вых} = \frac{-K_{u0}}{p + \omega_1} - \frac{K_0 U_c(0)}{p + \omega_2}.$$

Оригинал переходной характеристики определяется выражением:

$$U_{вых}(t) = U_{вых1}(t) + U_{вых2}(t),$$

где  $U_{вых1}(t) = K_1 e^{-\omega_1 t}$ ,  $U_{вых2}(t) = K_2 e^{-\omega_2 t}$ , а коэффициенты разложения  $K_1 = -K_{u0}$ ,  $K_2 = -K_0 U_c(0)$ .

В результате получим:

$$U_{вых}(t) = -K_{u0} e^{-\omega_1 t} - K_0 U_c(0) e^{-\omega_2 t}. \quad (8)$$

На рис. 8а приведен график переходной характеристики RC-усилителя с общим эмиттером в области больших времен.

Импульсная характеристика (рис.8б) представляет собой производную от переходной характеристики, определяется выражением:

$$U'_{вых}(t) = \omega_1 K_{u0} e^{-\omega_1 t} + \omega_2 K_0 U_c(0) e^{-\omega_2 t}. \quad (9)$$

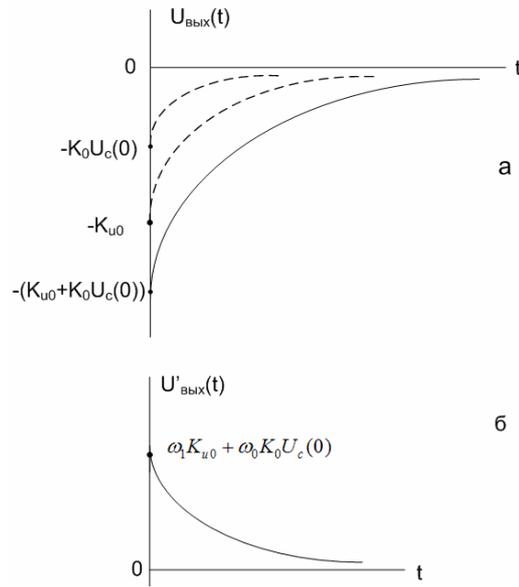


Рис. 8. Переходная (а) и импульсная (б) характеристики RC – усилителя

В качестве примера схемы, содержащей катушку индуктивности L, с протекающим через нее начальным током  $I_L(0)$ , найдем на модели трансформаторного усилителя в схеме с общим коллектором (рис. 9) переходную характеристику  $U_{вых}(t)$  в области больших времен. На рис.3 пунктирной линией обведена схема усилителя с нулевыми начальными условиями когда  $I_L=0$ . Изображение переходной характеристики схемы, содержащей начальный ток в катушке  $I_L \neq 0$  определяется выражением:

$$U_{вых}(p) = K_u(p)U_{вх}(p) + K_{uL}(p)U_{L0}(p), \quad (10)$$

где  $K_u(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{вх}(p)}$  - коэффициент передачи

входного напряжения  $U_{вх}(p)$  при нулевых начальных условиях, при  $U_{L0}(p) = 0$ , то есть при закорачивании узла 3 с нулевым узлом

(рис.10а).  $K_L(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{L0}(p)}$  - коэффициент пе-

редачи напряжения  $U_{L0}(p) = LI_L(0)$  при  $U_{ex}(p) = 0$ , то есть при закорачивании узла 1 с нулевым узлом (рис. 10б).

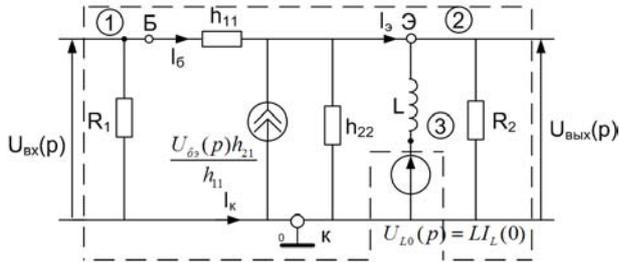


Рис. 9. Схемная модель трансформаторного усилителя с нулевым начальным током в катушке L

Матрица проводимости схемы (рис. 10а) имеет вид:

$$Y_a = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} G_1 + \frac{1}{h_{11\beta}} & -\frac{1}{h_{11\beta}} \\ -\frac{1}{h_{11\beta}} - \frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}} & G_2 + \frac{1}{h_{11\beta}} + \frac{h_{21\beta} + 1}{h_{11\beta}} + \frac{1}{PL} + h_{22\beta} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Откуда:

$$K_u(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{ex}(p)} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = K_{u0} \frac{p}{p + \omega_1}, \quad (11)$$

$$\text{где: } K_{u0} = \frac{\frac{h_{21\beta} + 1}{h_{11\beta}}}{\frac{h_{21\beta} + 1}{h_{11\beta}} + G_2 + h_{22\beta}}, \quad \omega_1 = \frac{1}{L \left( \frac{h_{21\beta} + 1}{h_{11\beta}} + G_2 + h_{22\beta} \right)}$$

Матрица проводимости схемы (рис.10б) имеет вид:

$$Y_b = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} G_2 + \frac{1}{h_{11\beta}} + \frac{1}{PL} + h_{22\beta} & -\frac{1}{PL} \\ -\frac{1}{PL} & \frac{1}{PL} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

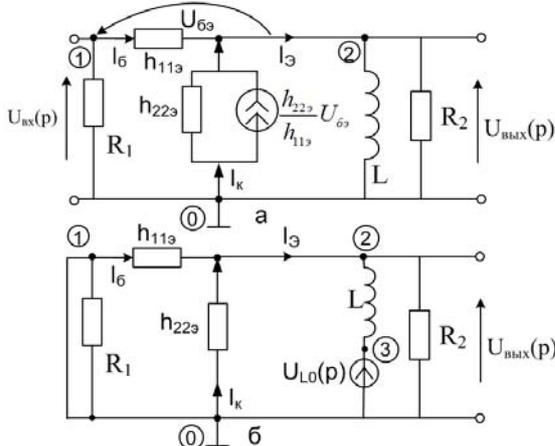


Рис. 10. Схемные модели трансформаторного усилителя с нулевым начальным током в катушке L (а) и при коротком замыкании входных зажимов и ненулевым начальном токе в катушке L (б)

$$\text{Откуда } K_L(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{ex}(p)} = \frac{\Delta_{32}}{\Delta_{33}} = \frac{\omega_0}{p + \omega_0}, \quad (12)$$

$$\text{где: } \omega_0 = \frac{1}{L \left( \frac{1}{h_{11\beta}} + G_2 + h_{22\beta} \right)}$$

Учитывая, что  $U_{ex}(p) = \frac{1}{p}$  и  $U_{L0}(p) = LI_L(0)$

запишем выражение (10) с учетом (11) и (12):

$$U_{вых}(p) = \frac{1}{p} K_{u0} \frac{p}{p + \omega_1} + LI_L(0) \frac{\omega_0}{p + \omega_0} = \frac{K_{u0}}{p + \omega_1} + \frac{K_0}{p + \omega_0}, \quad (13)$$

где  $K_0 = LI_L(0)\omega_0$ .

Оригинал переходной характеристики трансформаторного усилителя в схеме с общим коллектором определяется выражением:

$$U_{вых}(t) = U_{вых1}(t) + U_{вых2}(t),$$

где  $U_{вых1}(t) = K_{u0}e^{-\omega_1 t}$ ,  $U_{вых2}(t) = K_0e^{-\omega_0 t}$ .

В результате получим:

$$U_{вых}(t) = K_{u0}e^{-\omega_1 t} + K_0e^{-\omega_0 t}. \quad (14)$$

На рис.11 приведен график переходной характеристики трансформаторного усилителя в области больших времен.

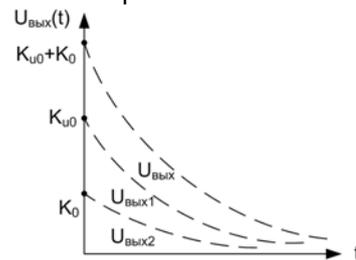


Рис. 11. Переходная характеристика трансформаторного усилителя

### Выводы

Рассмотренный алгоритм определения выходной реакции электронной схемы, содержащий реактивные компоненты с ненулевыми начальными условиями, позволяет существенно повысить точность получения временных характеристик при любых входных воздействующих сигналах.

### Литература

1. Сигорский В.П., Петренко А.И. Основы теории электронных схем. – К.; Техника, 1971, -610 с.
2. Чайковский А.С. Методические указания по изучению курса «Методы анализа и расчета электронных схем и систем» раздела «Анализ поведения динамических систем во временной области», К., КПИ, 1985.