

УДК 621.372

А.С. Чайковский, канд. техн. наук, В.Н. Иванова

Анализ LC – генераторов гармонических колебаний

На основе иммитансного критерия устойчивости электронных схем рассмотрен алгоритм анализа LC – генераторов гармонических колебаний с индуктивной и емкостной трёхточками, а также генераторов с индуктивными связями на биполярных и полевых транзисторах, получены аналитические выражения, необходимые для расчета первичных параметров генератора.

On the basis of immitanss criterior of stability electronic circuits the algorithm of analysis of LC - generator of harmonic oscillations with inductive and capacitive threepoints and generators with inductive coupling to the bipolar and field-effect transistors, the analytical expressions required to calculate the primary parameters of the generator.

Введение

Как показано в работах [1, 2], используя иммитансный критерий устойчивости электрической схемы, можно определить значения первичных параметров, определяющих частоту генерируемых колебаний и минимальный коэффициент передачи напряжения усилительного звена генератора. При этом определитель матрицы проводимости $\Delta(j\omega)$ схемной модели генератора должен соответствовать условию:

$$\Delta(j\omega) = \Delta_R(\omega) + j \cdot \Delta_I(\omega) = 0$$

где $\Delta_R(\omega)$ и $\Delta_I(\omega)$ - соответственно действительная и мнимая составляющие определителя матрицы проводимости схемной модели генератора.

Приравнявая вначале действительную составляющую $\Delta_R(\omega)$ к нулю, находится частота гармонических колебаний ω_F , а затем – мнимую составляющую $\Delta_I(\omega = \omega_F)$ к нулю определяется минимальный коэффициент передачи усилительного звена генератора гармонических колебаний.

Алгоритм анализа LC – генераторов

В качестве примера рассмотрим анализ LC – генератора с индуктивной трёхточкой на биполярном транзисторе в схеме с общим эмиттером (ОЭ) (рис. 1).

На рис. 2 приведены соответственно эквивалентная схема по переменному току (рис. 2а)

и соответствующая модель LC - генератора с представлением биполярного транзистора Т1 моделью в h-параметрах (рис. 2б).

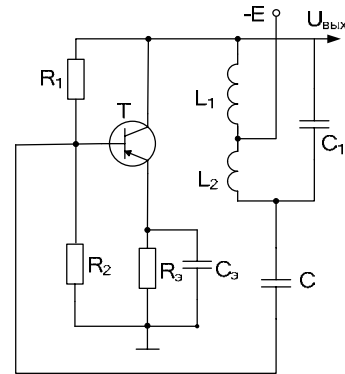


Рис. 1. Схема электрическая принципиальная LC – генератора с индуктивной трёхточкой в схеме ОЭ

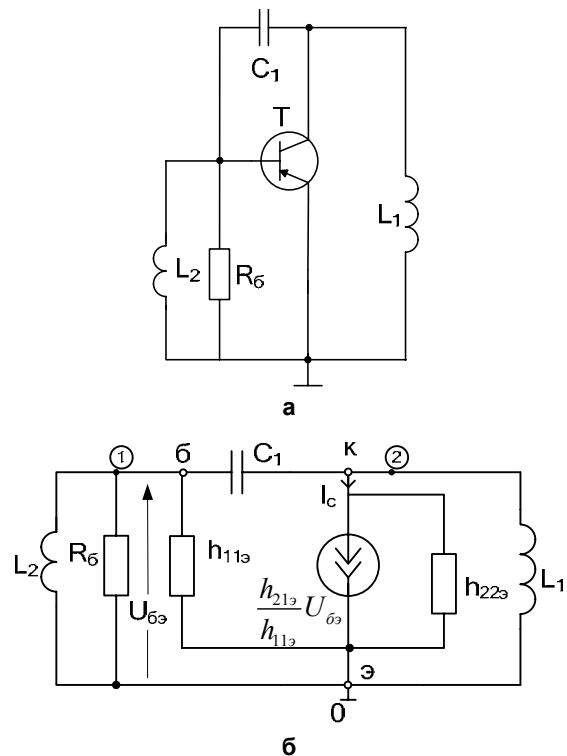


Рис. 2. Схема эквивалентная по переменному току (а) и модель (б) LC – генератора с индуктивной трёхточкой в схеме ОЭ

Матрица проводимости схемы (рис. 2б) имеет вид:

$$Y(j\omega) = \begin{pmatrix} G_6 + \frac{1}{h_{11э}} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_2} & -j\omega C_1 \\ -j\omega C_1 + \frac{h_{21э}}{h_{11э}} & h_{22э} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1} \end{pmatrix}$$

Определитель матрицы проводимости приравняем к нулю:

$$\begin{aligned} \Delta(j\omega) &= \left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_2} \right) \times \\ &\times \left(h_{223} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1} \right) - \\ &- \left(j\omega C_1 - \frac{h_{213}}{h_{113}} \right) \cdot j\omega C_1 = \\ &= h_{223} \cdot \left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} \right) + \frac{C_1}{L_1} + \frac{C_2}{L_2} - \frac{1}{\omega^2 L_1 L_2} + \\ &+ j \left[\omega C_1 \left(\frac{h_{213} + 1}{h_{113}} + G_6 + h_{223} \right) - \right. \\ &\left. - \frac{1}{\omega} \left[\frac{1}{L_1} \left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} \right) + \frac{h_{223}}{L_2} \right] \right] = 0 \end{aligned}$$

Приравняем действительную составляющую определителя к нулю:

$$\Delta_R(\omega) = h_{223} \cdot \left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} \right) + \frac{C_1}{L_1} + \frac{C_2}{L_2} - \frac{1}{\omega^2 L_1 L_2} = 0$$

Откуда находится частота генерируемых колебаний:

$$\omega = \omega_{зр} = \frac{1}{\sqrt{h_{223} \left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} \right) L_1 L_2 + C_1 (L_1 + L_2)}}$$

Приравняем мнимую составляющую определителя матрицы к нулю при $\omega = \omega_r$:

$$\begin{aligned} \Delta_I(\omega_r) &= \omega_r C_1 \left(\frac{h_{213} + 1}{h_{113}} + G_6 + h_{223} \right) - \\ &- \frac{1}{\omega_r} \left[\frac{1}{L_1} \left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} \right) + \frac{h_{223}}{L_2} \right] = 0 \end{aligned}$$

Откуда находится минимальный коэффициент передачи напряжения усилителя в схеме с общим эмиттером:

$$K_{кр} = \frac{G_6 + \frac{1}{h_{113}}}{\omega_r^2 L_1 C_1 h_{223}} - \frac{G_6}{h_{223}}$$

где $K_{кр} = \frac{h_{213}}{h_{113} h_{223}}$ – коэффициент передачи напряжения усилителя в схеме с общим эмиттером в режиме холостого хода.

В качестве второго примера рассмотрим алгоритм анализа LC-генератора с емкостной трехточкой в схеме с общим затвором (ОЗ) (рис.3). На рис.4а и рис.4б приведены соответственно эквивалентная схема и модель LC-генератора с представлением полевого транзистора в g-параметрах.

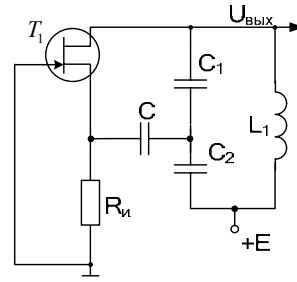


Рис. 3. Схема электрическая принципиальная LC-генератора с емкостной трехточкой в схеме с общим затвором(ОЗ).

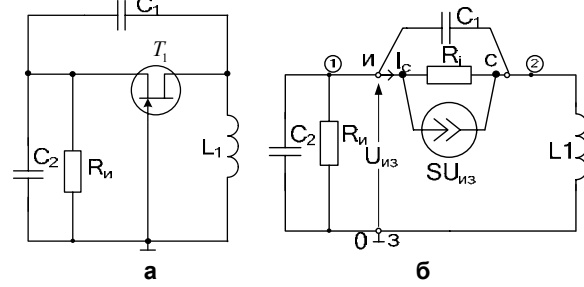


Рис. 4. Эквивалентная схема по переменному току(а) и модель(б) LC-генератора с емкостной трехточкой в схеме с общим затвором(ОЗ).

Матрица проводимости схемы (рис. 4б) имеет вид:

	1	2
1	$G_u + j\omega(C_1 + C_2) + G_i + S$	$-G_i - j\omega C_1$
2	$-G_i - j\omega C_1 - S$	$G_i + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1}$

Определитель матрицы проводимости приравняем к нулю:

$$\begin{aligned} \Delta(j\omega) &= \Delta_R(\omega) + \Delta_I(\omega) = \\ &= [G_u + j\omega(C_1 + C_2) + G_i + S](G_i + j\omega C_1 + \frac{1}{\omega L_1}) - \\ &- (G_i + j\omega C_1)(G_i + j\omega C_1 + S) = \\ &= \frac{C_1 + C_2}{L_1} + G_u G_i - \omega^2 C_1 C_2 + \\ &+ j \frac{\omega^2 L_1 (C_1 G_u + C_2 G_i) - G_u - G_i - S}{\omega L_1} = 0 \end{aligned}$$

Приравняем действительную составляющую определителя к нулю:

$$\Delta_R(\omega) = \frac{C_1 + C_2}{L_1} + G_u G_i - \omega^2 C_1 C_2 = 0$$

Откуда находится частота генерируемых колебаний:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 L_1} + \frac{G_u G_i}{C_1 C_2}}$$

Приравняем мнимую составляющую к нулю при $\omega = \omega_r$:

$$\Delta_I(\omega = \omega_r) = \frac{\omega_r^2 L_1 (C_1 G_u + C_2 G_i) - G_u - G_i - S}{\omega_r L_1} = 0$$

Откуда находится минимальный коэффициент передачи напряжения усилителя в схеме с общим затвором:

$$K_{кр} = \frac{\omega_r^2 L_1 (C_1 G_u + C_2 G_i)}{G_i} - \frac{G_u}{G_i}$$

где $K_{кр} = 1 + \frac{S}{G_i}$ - коэффициент передачи напряжения усилителя в схеме с общим затвором в режиме холостого хода.

В качестве третьего примера рассмотрим алгоритм анализа LC – генератора с индуктивной связью в схеме с общим эмиттером (рис. 5).

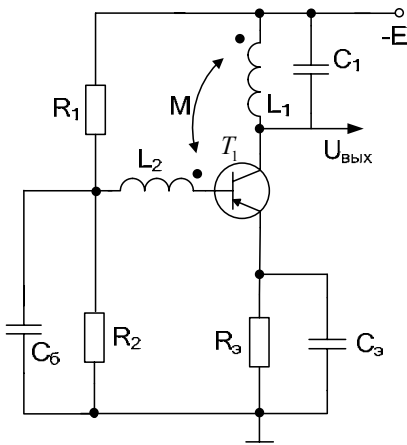


Рис. 5. Схема электрическая принципиальная LC – генератора с индуктивной связью в схеме ОЭ

На рис. 6а и рис. 6б приведены соответственно эквивалентная схема и модель LC – генератора с представлением транзистора T1 эквивалентной моделью в h – параметрах и моделью двух индуктивно связанных катушек L1 и L2.

Матрица проводимости схемы (рис. 6б) имеет вид:

$$Y = \begin{pmatrix} Y_{22}(j\omega) + \frac{1}{h_{11\beta}} & -Y_{21}(j\omega) \\ \frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}} - Y_{12}(j\omega) & h_{22\beta} + Y_{11}(j\omega) + j\omega C_1 \end{pmatrix}$$

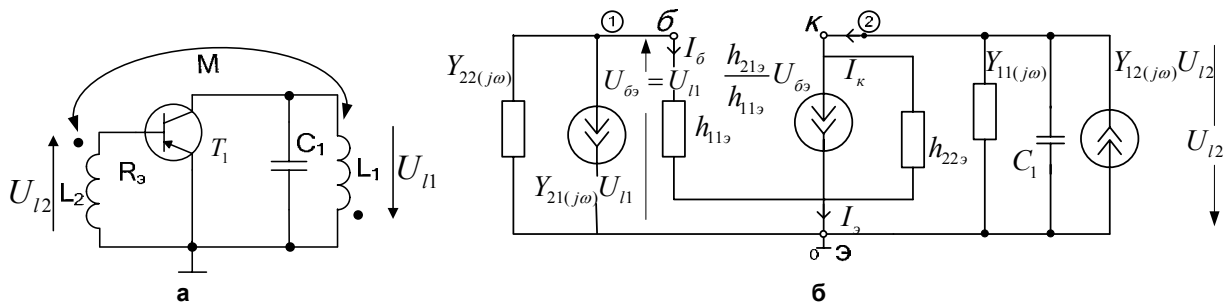


Рис. 6. Схема эквивалентная по переменному току (а) и модель (б) LC – генератора с индуктивной связью в схеме ОЭ

где $Y_{11}(j\omega) = \frac{jL_2}{\omega(M^2 - L_1 L_2)}$,

$$Y_{12}(j\omega) = Y_{21}(j\omega) = \frac{-jM}{\omega(M^2 - L_1 L_2)}, \quad Y_{22}(j\omega) = \frac{jL_1}{\omega(M^2 - L_1 L_2)}$$

Определитель матрицы проводимости приравняем к нулю:

$$\Delta(j\omega) = \left(Y_{22}(p) + \frac{1}{h_{11\beta}} \right) (h_{22\beta} + Y_{11}(p) + pC_1) + Y_{21}(p) \left(\frac{h_{21\beta}}{h_{11\beta}} - Y_{12}(p) \right) = 0.$$

Приравняем к нулю действительную составляющую определителя:

$$\Delta_R(\omega) = \frac{-h_{11\beta} + \omega^2 L_1 C_1 h_{11\beta} + h_{22\beta} \omega^2 (L_1 L_2 - M^2)}{h_{11\beta} \omega^2 (L_1 L_2 - M^2)} = 0.$$

Откуда частота генерируемых колебаний:

$$\omega = \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1 + \frac{h_{22\beta}}{h_{11\beta}} (L_1 L_2 - M^2)}}$$

Приравняем к нулю мнимую составляющую определителя матрицы проводимости:

$$\Delta_I(\omega) = \frac{L_1 h_{22\beta}}{j\omega (L_1 L_2 - M^2)} + \frac{L_2}{j\omega h_{11\beta} (L_1 L_2 - M^2)} + \frac{j\omega C_1}{h_{11\beta}} - \frac{h_{21\beta} M}{j\omega h_{11\beta} (L_1 L_2 - M^2)} = 0.$$

Откуда следует:

$$K_{кр} = \frac{\omega_2^2 C_1}{M h_{11\beta} h_{22\beta}} (L_1 L_2 - M^2) - \frac{L_1}{M}$$

В табл.1 и табл.2 приведены соответственно на биполярных и полевых транзисторах схемы электрические принципиальные, по переменному току, модели LC – генераторов, а также определители матрицы проводимости и формулы, определяющие частоту генерируемых колебаний и минимальный коэффициент передачи напряжения усилительного звена генератора.

Таблица 1

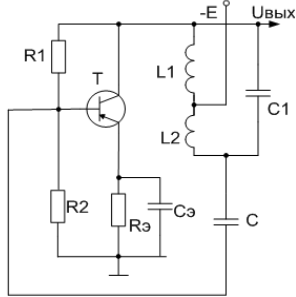
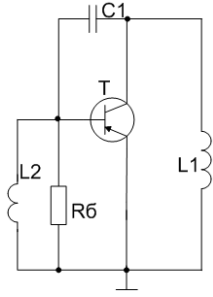
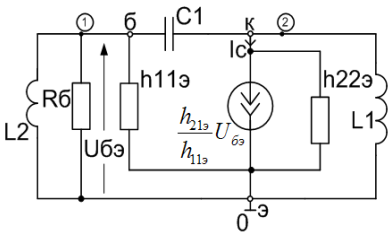
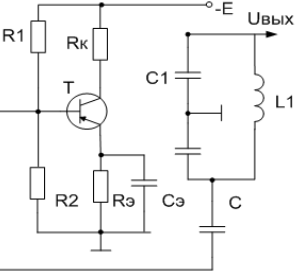
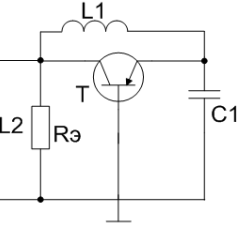
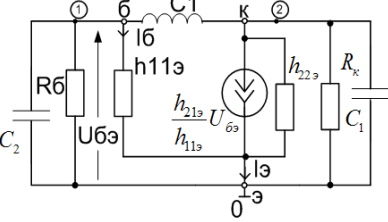
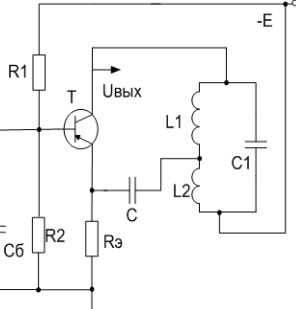
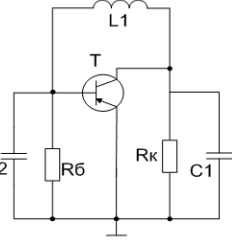
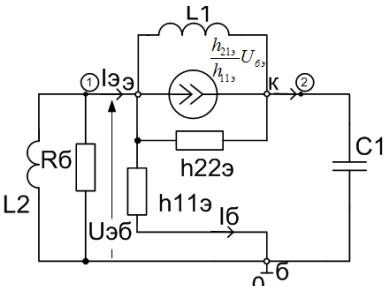
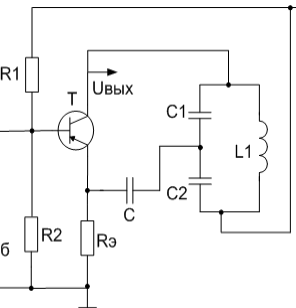
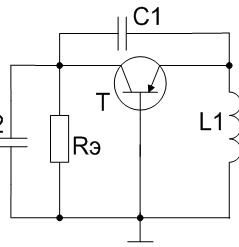
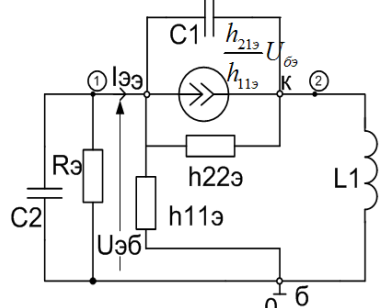
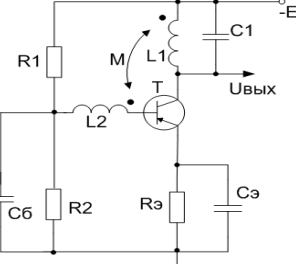
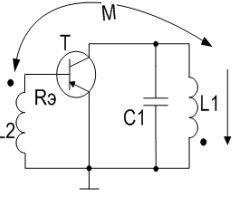
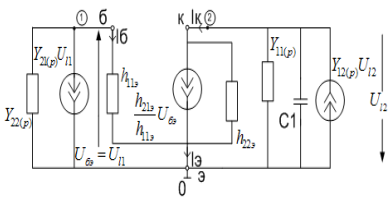
LC- генераторы	Схема электрическая принципиальная	Эквивалентная схема по переменному току	Модель LC - генератора
В схеме с общим эмиттером с трехточкой	индуктивной 		
	емкостной 		
В схеме с общей базой с трехточкой	индуктивной 		
	емкостной 		
В схеме с общим эмиттером с индуктивной связью 			

Таблица 1 (продолжение)

LC- генераторы	Определитель матрицы проводимости: $\Delta(j\omega) = \Delta_R(\omega) + j \cdot \Delta_I(\omega) = 0$	Частота генерации ω_r из уравнения $\Delta_R(\omega) = 0$	Минимальное усиление $K_{кр}$ из уравнения $\Delta_I(\omega = \omega_r) = 0$
В схеме с общим эмиттером с трехточкой	индуктивной $\begin{vmatrix} G_6 + \frac{1}{h_{113}} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_2} & -j\omega C_1 \\ -j\omega C_1 + \frac{h_{213}}{h_{113}} & h_{223} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1} \end{vmatrix}$	$h_{223} \cdot \left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} \right) + \frac{C_1}{L_1} + \frac{C_2}{L_2} - \frac{1}{\omega^2 L_1 L_2} = 0$ $\omega_e = \frac{1}{\sqrt{h_{223} \left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} \right) L_1 L_2 + C_1 (L_1 + L_2)}}$	$\omega C_1 \left(\frac{h_{213} + 1}{h_{113}} + G_6 + h_{223} \right) - \frac{1}{\omega} \left[\frac{1}{L_1} \left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} \right) + \frac{h_{223}}{L_2} \right] = 0$ $K_{кр} = \frac{G_6 + \frac{1}{h_{113}}}{\omega_1^2 L_1 C_1 h_{223}} - \frac{G_6}{h_{223}}, \text{ где}$ $K_{кр} = \frac{h_{213}}{h_{113} h_{223}}$
	емкостной $\begin{vmatrix} G_6 + \frac{1}{h_{113}} + j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L_1} & -\frac{1}{j\omega L_1} \\ -\frac{1}{j\omega L_1} + \frac{h_{213}}{h_{113}} & G_6 + h_{223} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1} \end{vmatrix}$	$\left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} \right) (G_6 + h_{223}) - \omega^2 C_1 C_2 + \frac{C_2 + C_1}{L_1} = 0$ $\omega_e = \sqrt{\frac{C_2 + C_1}{L_1 C_2 C_1} + \frac{\left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} \right) (G_6 + h_{223})}{C_2 C_1}}$	$\frac{h_{113} \left(G_6 + \frac{1}{h_{113}} + G_6 + h_{223} \right)}{\omega L_1 h_{113}} - \frac{(\omega^2 L_1 C_1 - 1) h_{213}}{\omega L_1 h_{113}} = 0$
В схеме с общей базой с трехточкой	индуктивной $\begin{vmatrix} G_3 + \frac{1}{h_{113}} + h_{223} + \frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{j\omega L_2} + \frac{h_{213}}{h_{113}} & -h_{223} - \frac{1}{j\omega L_1} \\ -h_{223} - \frac{1}{j\omega L_1} + \frac{h_{213}}{h_{113}} & h_{223} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1} \end{vmatrix}$	$\left(G_3 + \frac{1}{h_{113}} \right) h_{223} + \frac{C_1 (L_1 + L_2)}{L_1 L_2} - \frac{1}{\omega^2 L_1 L_2} = 0$ $\omega_e = \frac{1}{\sqrt{h_{223} \left(G_3 + \frac{1}{h_{113}} \right) L_1 L_2 + C_1 (L_1 + L_2)}}$	$\frac{\left(G_3 + \frac{1}{h_{113}} \right) \omega^2 L_1 L_2 C_1 - \left(G_3 + \frac{1}{h_{113}} \right) L_2}{\omega L_1 L_2} - \frac{h_{223} L_1 + \omega^2 L_1 L_2 C_1 \left(G_3 + \frac{1}{h_{113}} \right)}{\omega L_1 L_2} = 0$ $K_{кр} = 1 + \frac{h_{213}}{h_{113} h_{223}}$
	емкостной $\begin{vmatrix} G_3 + j\omega(C_1 + C_2) + \frac{h_{213}}{h_{113}} & -h_{223} - j\omega C_1 \\ -j\omega C_1 - \frac{h_{213}}{h_{113}} & h_{223} + \frac{1}{j\omega L_1} + j\omega C_1 \end{vmatrix}$	$\frac{C_1 + C_2}{L_1} + G_3 h_{223} - \omega^2 C_1 C_2 = 0$ $\omega_e = \sqrt{\frac{1}{L_1} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{G_3 h_{223}}{C_1 C_2}}$	$\omega^2 L_1 (G_3 C_1 + C_2 h_{223}) - G_3 - \frac{h_{213}}{h_{113}} = 0$ $K_{кр} = \omega_e^2 L_1 \left(\frac{G_3 C_1}{h_{223}} + C_2 \right) - \frac{G_3}{h_{223}}$
В схеме с общим эмиттером с индуктивной связью	$\begin{vmatrix} Y_{22}(j\omega) + \frac{1}{h_{113}} & -Y_{21}(j\omega) \\ \frac{h_{213}}{h_{113}} - Y_{12}(j\omega) & h_{223} + Y_{11}(j\omega) + j\omega C_1 \end{vmatrix}$	$\frac{-h_{113} + \omega^2 L_1 C_1 h_{113} + h_{223} \omega^2 (L_1 L_2 - M^2)}{h_{113} \omega^2 (L_1 L_2 - M^2)} = 0$ $\omega_e = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1 + \frac{h_{223}}{h_{113}} (L_1 L_2 - M^2)}}$	$\frac{L_1 h_{223}}{j\omega (L_1 L_2 - M^2)} + \frac{L_2}{j\omega h_{113} (L_1 L_2 - M^2)} + \frac{j\omega C_1}{h_{113}} - \frac{h_{213} M}{j\omega h_{113} (L_1 L_2 - M^2)} = 0$ $K_{кр} = \frac{\omega_e^2 C_1}{M h_{113} h_{223}} (L_1 L_2 - M^2) - \frac{L_1}{M}$

Таблица 2

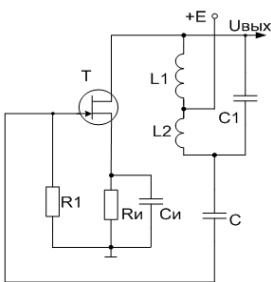
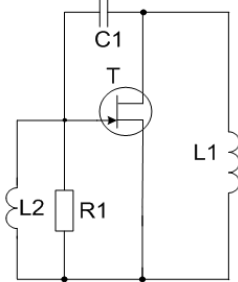
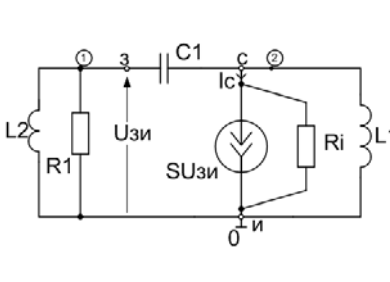
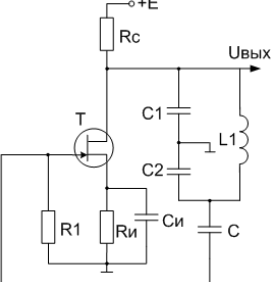
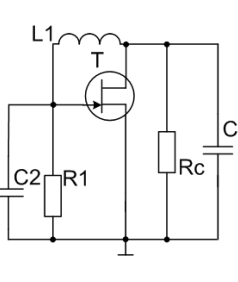
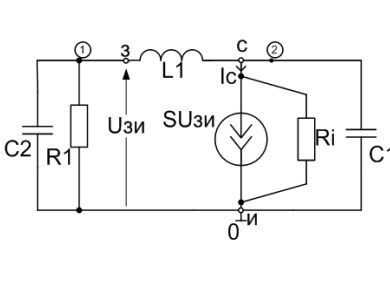
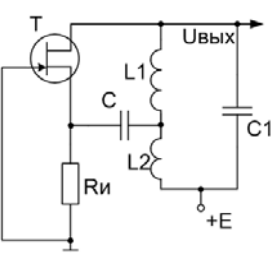
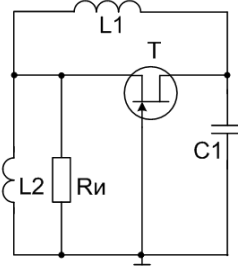
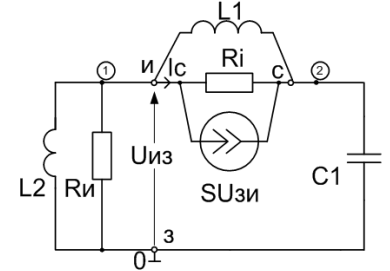
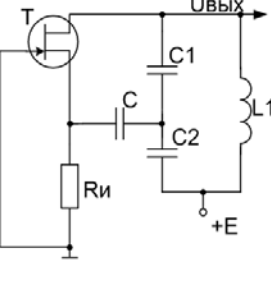
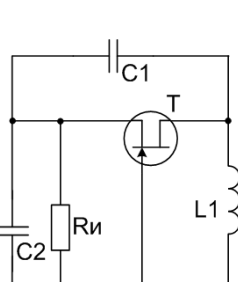
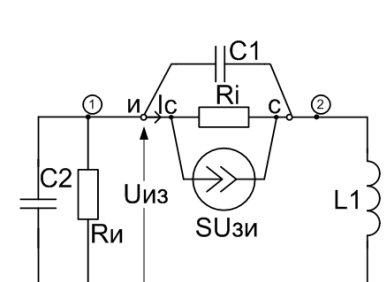
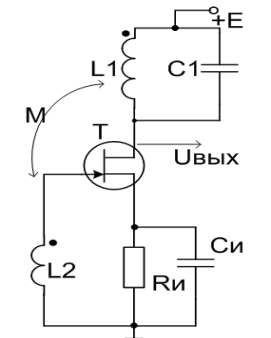
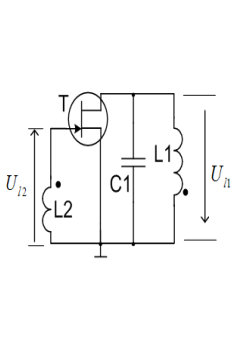
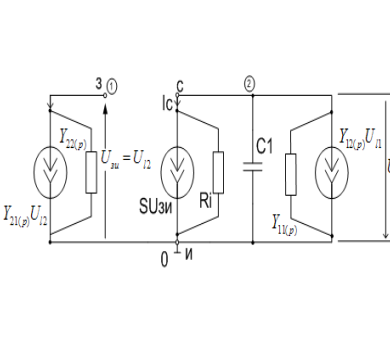
LC - генераторы	Схема электрическая принципиальная	Эквивалентная схема по переменному току	Модель LC - генератора
В схеме с общим истоком с трехточкой	ИНДУКТИВНОЙ 		
	ЕМКОСТНОЙ 		
В схеме с общим затвором с трехточкой	ИНДУКТИВНОЙ 		
	ЕМКОСТНОЙ 		
В схеме с общим эмиттером с ИНДУКТИВНОЙ СВЯЗЬЮ 			

Таблица 2 (продолжение)

LC - генераторы	Определитель матрицы проводимости: $\Delta(j\omega) = \Delta_R(\omega) + j \cdot \Delta_I(\omega) = 0$	Частота генерации ω_r из уравнения $\Delta_R(\omega) = 0$	Минимальное усиление $K_{кр}$ из уравнения $\Delta_I(\omega = \omega_r) = 0$
В схеме с общим истоком с трехточечной	ИНДУКТИВНОЙ	$\frac{\omega^2 L_1 L_2 G_i G_j + \omega^2 C_1 (L_1 + L_2) - 1}{\omega^2 L_1 L_2} = 0$ $\omega = \omega_r = \sqrt{\frac{1}{L_1 L_2 G_i G_j + C_1 (L_1 + L_2)}}$	$\omega^2 C_1 L_1 L_2 G_j - G_j L_1 + \omega^2 C_1 L_1 L_2 G_i - G_i L_2 + \omega^2 C_1 S L_1 L_2 = 0$ $S = \frac{(\omega^2 C_1 L - 1)(G_i + G_j)}{\omega^2 L C_1}$ или $\frac{S}{G_j} = \mu = \frac{(\omega^2 C_1 L - 1)(G_i + G_j)}{\omega^2 L C_1 G_j}$
	ЕМКОСТНОЙ	$\Delta_R(\omega) = \frac{C_1 + C_2}{L_1} + G_i G_j - \omega^2 C_1 C_2 = 0$ $\omega_r = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 L_1} + \frac{G_i G_j}{C_1 C_2}}$	$\frac{\omega^2 L_1 (C_2 G_j + G_i C_1) - G_i - G_j - S}{\omega L_1} = 0$ $K_{кр} = 1 + \frac{S}{G_j} = \frac{\omega_r^2 L_1 (C_1 G_i + C_2 G_j)}{G_j} - \frac{G_i}{G_j}$
В схеме с общим затвором с трехточечной	ИНДУКТИВНОЙ	$\Delta_R(\omega) = G_u G_j + \frac{C_1 (L_1 + L_2)}{L_1 L_2} - \frac{1}{\omega^2 L_1 L_2} = 0$ $\omega_r = \sqrt{\frac{1}{\frac{L_1 L_2}{R_u R_j} + C_1 (L_1 + L_2)}}$	$\frac{\omega^2 C_1 L_1 L_2 (G_i + G_u + S)}{\omega L_1 L_2} + \frac{-G_j L_1 - G_u L_2}{\omega L_1 L_2} = 0$ $S = \frac{1}{C_1} \left(\frac{L_1}{R_i^2 R_u} + \frac{L_2}{R_u^2 R_j} \right) + \frac{L_1}{L_2} (G_i + G_u)$
	ЕМКОСТНОЙ	$\Delta_R(\omega) = \frac{C_1 + C_2}{L_1} + G_u G_j - \omega^2 C_1 C_2 = 0$ $\omega_r = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 L_1} + \frac{G_u G_j}{C_1 C_2}}$	$\frac{\omega^2 L_1 (C_1 G_u + C_2 G_j) - G_u - G_j - S}{\omega L_1} = 0$ $K_{кр} = 1 + \frac{S}{G_j} = \frac{\omega_r^2 L_1 (C_1 G_u + C_2 G_j)}{G_j} - \frac{G_u}{G_j}$
В схеме с общим истоком с ИНДУКТИВНОЙ СВЯЗЬЮ	$\begin{vmatrix} Y_{22}(j\omega) & -Y_{21}(j\omega) \\ S - Y_{12}(j\omega) & Y_{11}(j\omega) + G_j + j\omega C_1 \end{vmatrix}$	$\Delta_R(\omega) = \frac{M^2 - L_1 L_2}{\omega^2 (L_1 L_2 - M^2)^2} + \frac{L_1 C_1}{L_1 L_2 - M^2} = 0$ $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$	$\frac{L_1 G_j}{\omega (L_1 L_2 - M^2)} - \frac{MS}{j\omega (L_1 L_2 - M^2)} = 0$ $K_{кр} = \frac{L_1}{M}$

Выводы

Для десяти видов LC – генераторов гармонических колебаний на биполярных и полевых транзисторах получены аналитические выражения, позволяющие определить частоту генерации ω_r и соотношения первичных параметров усилительного звена, определяющих его минимальное усиление, при которых возможна генерация гармонических колебаний.

Литература

1. Сигорский В.П., Петренко А.И. Основы теории электронных схем. – К.: Техника, 1971, -610 с.
2. А.С. Чайковский, канд. техн. наук, В.Н. Иванова. Иммитансный критерий устойчивости при анализе RC – генераторов гармонических колебаний. Электроника и связь. Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии», ч.2., К.2009.