

УДК 534.232.74

М.И. Болтычев, О.Н. Петрищев, д-р техн. наук, Г.М. Сучков, д-р техн. наук

## Расчет частотной характеристики преобразователя электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн в листовом неферромагнитном металлопрокате

В работе впервые построена и исследована частотная характеристика преобразователя электромагнитного типа с приемником переменного магнитного поля в форме плоской круговой катушки. Установлено, что любое увеличение размеров электрического контура приемника переменного магнитного поля сопровождается уменьшением ширины полосы рабочих частот преобразователя и смещением этой полосы в область низких частот. Показано, что скин-эффект уменьшает практически на два порядка чувствительность преобразователя во всем диапазоне рабочих частот.

In this paper, for the first time the frequency response of the electromagnetic type transducer with the alternating magnetic field detector in the shape of a plane circular coil is plotted and analyzed. It is established that the detector's electrical circuit size extension causes the narrowing of the transducer's work frequency range and its displacement towards the low frequencies. It is shown that the skin effect decreases the sensitivity of the transducer practically by two orders in all work frequency range.

### Введение

Под ультразвуковым преобразователем электромагнитного типа в настоящем изложении понимается устройство, которое реагирует на переменное магнитное поле, которое возникает в результате динамического деформирования металлов в присутствии достаточно сильного и неизменяющегося во времени магнитного поля. Это система с распределенными параметрами, состоящая из источника постоянного магнитного поля, приемника переменного магнитного поля и некоторого объема деформируемого металла, где и происходит преобразование изменяющихся во времени деформаций в переменное магнитное поле. В работе [1] изложены принципы построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн в металлах неферромагнитной группы. Ключевыми моментами являются расчет пространственного распределения вихревого электрического тока, который порождается

изменяющимися во времени деформациями металла в присутствии постоянного магнитного поля, и вычисление интеграла в математической формулировке теоремы о наведенном магнитном потоке. Применение теоремы о наведенном магнитном потоке существенным образом упрощает процедуру решения задачи о взаимодействии магнитных полей рассеяния, которые возникают при деформировании металлов в присутствии постоянного магнитного поля, с электрическим контуром преобразователя и обеспечивает эффективное построение рациональных математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в металлах.

В настоящей статье приводится пример практической реализации изложенных в работе [1] принципов математического моделирования преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн.

### Математическая модель преобразователя электромагнитного типа в режиме регистрации радиально распространяющихся ультразвуковых волн в пластинах

В соответствии с доказанной в работе [1] теоремой о наведенном магнитном потоке, амплитуда  $U_n(\omega)$  гармонически изменяющейся во времени по закону  $e^{i\omega t}$  ( $i = \sqrt{-1}$ ;  $\omega$  - круговая частота;  $t$  - время) разности электрических потенциалов на выходе преобразователя электромагнитного типа определяется следующим образом

$$U_n(\omega) = -\frac{i\omega\mu_0}{I^n} \iiint_V J^B [\vec{n} \cdot \vec{H}(x_k)] dV, \quad (1)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м - магнитная проницаемость вакуума;  $J^B$  - линейная плотность [1] вихревого тока в точке с координатами  $x_k \in dV$ ;  $V$  и  $dV$  - объем и элемента объема деформируемого металла;  $\vec{n}$  - вектор единичной нормали, который в любой момент времени параллелен вектору магнитного момента слоя вихревых токов;  $\vec{H}(x_k)$  - напряженность магнитного поля, которое создается в вакууме в точке с координатами

натами  $x_k$  электрическим контуром приемника переменного магнитного поля при протекании по нему тока  $I^n$ .

Предположим, что в металлическом листе толщиной  $2h$  (рис. 1) в точке  $O'$  расположен линейный источник, который пульсирует в радиальном направлении с частотой  $\omega$ . Источник формирует осесимметричную гармоническую волну, смещения материальных частиц во фронте которой определяются радиальным компонентом  $u_r(x_k, t) = u_r(x_k) e^{i\omega t}$ . Будем полагать, что амплитуда радиальных смещений изменяется в пространстве следующим образом:

$$u_r(x_k) = U_r H_1^{(2)}(\gamma r), \quad (2)$$

где  $U_r$  - не зависящая от координат  $r, \phi, z'$  связанной с источником упругих волн цилиндрической системы координат величина;  $H_1^{(2)}(\gamma r)$  - функция Ханкеля второго рода первого порядка;  $\gamma = \omega/v_f$  - волновое число распространяющейся гармонической волны;  $v_f$  - фазовая скорость.

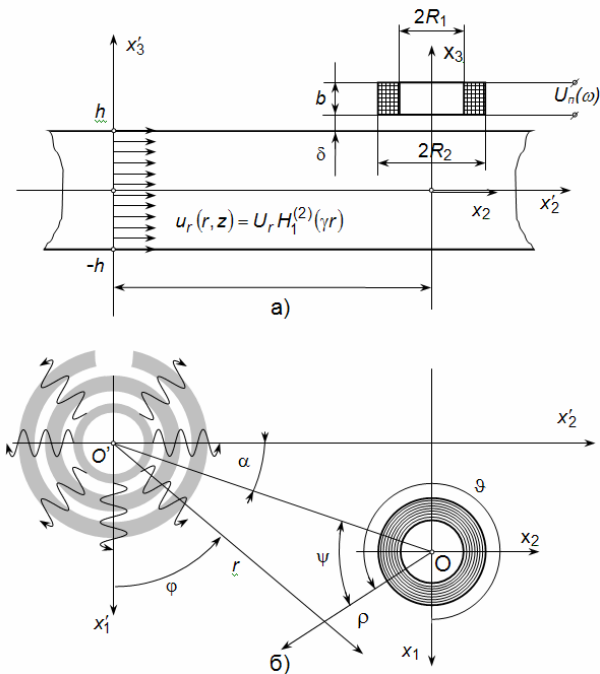


Рис. 1. Взаимное расположение источника ультразвуковых волн и электрического контура приемника переменного магнитного поля и связанных с ними координатных систем

Электрический контур приемника переменного магнитного поля представляет собой катушку из  $N$  концентрических витков провода. Катушка имеет конечные размеры поперечного сечения – высоту (символ  $b$  на рис. 1) и ширину  $d = R_2 - R_1$ . Катушка находится на конечном расстоянии  $\delta$  над поверхностью металлического листа.

Предположим, что вектор напряженности постоянного поля подмагничивания  $\mathbf{H}^0$  не изменяется в пространстве (по крайней мере, в ближайшей окрестности электрического контура приемника переменного магнитного поля), и полностью определяется аксиальным компонентом  $H_z^0$ .

Определим амплитуду разности электрических потенциалов  $U_n(\omega)$  на выходе электрически ненагруженного приемника переменного магнитного поля.

При распространении радиальных деформаций в токопроводящей среде в присутствии аксиального постоянного магнитного поля, силы Лоренца [1] формируют окружные токи с поверхностной плотностью  $j_\phi^n(r) = -i\omega r_2 \mu_0 U_r H_z^0 H_1^{(2)}(\gamma r)$ , где  $r_2$  - удельная электрическая проводимость в поперечном относительно ориентации поля подмагничивания направлении.

Этот ток индуцирует вихревое электромагнитное поле, вектор напряженности электрического компонента которого имеет всего лишь один окружной компонент  $E_\phi^B(r, z)$ , который, как следует из общих формулировок (см. уравнение (12) в работе [1]), удовлетворяет дифференциальному уравнению в частных производных следующего вида:

$$-E_{\phi,zz}^B - \left( -\frac{1}{r^2} E_\phi^B + \frac{1}{r} E_{\phi,r}^B + E_{\phi,rr}^B \right) + i\omega \mu_0 r_2 E_\phi^B + (\omega \mu_0)^2 r_2 I_0 H_1^{(2)}(\gamma r) = 0 \quad \forall (r, z) \in V, \quad (3)$$

где  $I_0 = U_r H_z^0$ ;  $V$  - объем металлического листа; при записи уравнения (3) учтено, что аксиальная координата определяется одинаковым образом в системе координат, связанной с центром источника упругих волн и в системе координат, связанной с осью симметрии электрического контура приемника переменного магнитного поля, т. е.  $z' = z$ ; по этой причине в дальнейшем изложении для определения аксиальной координаты в обеих системах координат будем пользоваться символом  $z$ .

Решение уравнения (3) будем искать в виде

$$E_\phi^B(r, z) = E_\phi^B(z) H_1^{(2)}(\gamma r). \quad (4)$$

Подстановка предполагаемого решения (4) в уравнение (3) превращает его в обыкновенное дифференциальное уравнение следующего вида:

$$E_\phi^B(z)_{,zz} - \zeta^2 E_\phi^B(z) = (\omega \mu_0)^2 r_2 I_0, \quad (5)$$

где  $\zeta^2 = \gamma^2 + i\omega\mu_0 r_2$ . Так как в диапазоне рабочих частот ультразвуковых устройств неразрушающего контроля всегда выполняется сильное неравенство  $|i\omega\mu_0 r_2| \gg \gamma^2$ , то в дальнейшем будем считать, что  $\zeta^2 = i\omega\mu_0 r_2$ . Решение уравнения (5) выполняется с помощью стандартных процедур и может быть записано в следующем виде:

$$E_{\phi}^B(z) = [A + A(z)]ch\zeta z + [B + B(z)]sh\zeta z, \quad (6)$$

где  $A$  и  $B$  - подлежащие определению константы;

$$A(z) = \zeta^2 I_0 (ch\zeta z - ch\zeta h) / r_2;$$

$$B(z) = -\zeta^2 I_0 (sh\zeta z + sh\zeta h) / r_2.$$

Электрическая составляющая электромагнитного поля рассеяния определяется в результате решения граничной задачи, которая в работе [1] сформирована соотношениями (14) и (15), и для области  $z > h$  задается следующим образом

$$\tilde{E}_{\phi}^{(+)}(z) = D e^{-\gamma z}. \quad (7)$$

В области  $z < -h$  окружной компонент вектора напряженности электрического поля рассеяния записывается в следующем виде

$$\tilde{E}_{\phi}^{(-)}(z) = C e^{\gamma z}. \quad (8)$$

В соотношениях (7) и (8)  $D$  и  $C$  - подлежащие определению константы.

По значениям компонентов вектора напряженности электрического вихревого поля определяются компоненты вектора напряженности вихревого магнитного поля и из граничных условий (см. соотношения (13) в работе [1]) находятся значения констант  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . После вычисления констант  $A$  и  $B$ , получаем следующее выражение для расчета окружного компонента вектора напряженности электрического вихревого поля в металле:

$$E_{\phi}^B(z) = i\omega\mu_0 I_0 (1 - 2e^{-\zeta h} ch\zeta z). \quad (9)$$

Подставляя выражение (9) в определение вихревого тока (см. соотношение (16) в работе [1]), получаем:

$$j_{\phi}^B(r, z) = -i\omega\mu_0 r_2 I_0 Sk(\zeta z) H_1^{(2)}(\gamma r), \quad (10)$$

где  $Sk(\zeta z) = 2e^{-\zeta h} ch\zeta z$  - функция, учитывающая влияние скин-эффекта на распределение плотности вихревого тока по толщине металлической пластины.

На рис. 2 приведены результаты вычисления модуля функции  $Sk(\zeta z)$  для алюминиевой

пластины толщиной  $2h = 10$  мм с удельной электрической проводимостью  $r_2 = 40$  МСм/м. По оси абсцисс отложено нормированное значение вертикальной координаты  $\hat{z} = z/h$ . Параметром семейства кривых на рис. 2 является нормированная частота  $\Omega = 2\omega h / (v_s \pi)$ , которая обычно используется при аналитическом описании нормальных волн Лэмба [2] в изотропном слое. При выполнении расчетов было принято значение фазовой скорости волн сдвига  $v_s = 3093$  м/с, что соответствует модулю сдвига  $G = (25 \div 26,5)$  ГПа и плотности  $\rho_0 = 2690$  кг/м<sup>3</sup>. Номер  $n$  кривой на рис. 2 определяет значение безразмерной частоты по формуле  $\Omega = 2^{(n-1)}$ . На врезке в поле рис. 2 показан общий вид модуля функции  $Sk(\zeta z)$  на всем интервале изменения безразмерной вертикальной координаты. На рис. 2 отчетливо видно, что при равномерном распределении радиальных смещений  $U_r$  и, соответственно, плотности токов Лоренца по толщине пластины, вихревые токи  $j_{\phi}^B$ , которые, в сущности, определяют энергетику процесса регистрации ультразвуковых волн, имеют заметные уровни лишь в узких приповерхностных областях пластины. Толщина этих зон резко уменьшается по мере возрастания частоты смены знака напряженно-деформированного состояния пластины. Это означает, что высокочастотные компоненты частотного спектра ультразвуковых импульсных сигналов регистрируются с существенными потерями уровня.

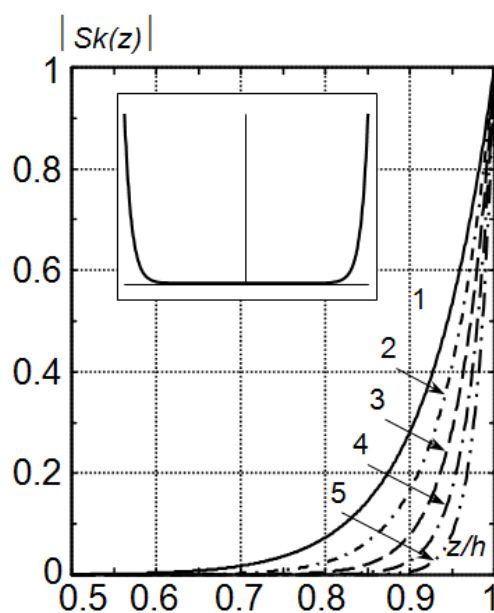


Рис. 2. Распределение плотности вихревого тока по толщине алюминиевой пластины

Подставляя выражение (10) в определение линейной плотности вихревого тока (см. выражение (3) в работе [1]), находим

$$J^B = \frac{i\omega\mu_0 r_2}{\gamma} I_0 Sk(z) H_0^{(2)}(\gamma r).$$

Полученный результат подставляем в формулу (1) для определения амплитуды разности электрических потенциалов. В системе координат  $(\rho, \vartheta, z)$ , связанной с осью симметрии электрического контура приемника переменного магнитного поля, выражение (1) принимает следующий вид:

$$U_n(\omega) = \frac{r_2(\omega\mu_0)^2 I_0}{\gamma^n} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_{-h}^h \rho H_0^{(2)}(\gamma r) Sk(z) H_z^n(\rho, z) dz d\vartheta d\rho. \quad (11)$$

Очевидно (см. рис. 1), что  $H_0^{(2)}(\gamma r) = H_0^{(2)}\left(\gamma\sqrt{\rho^2 + R^2 - 2\rho R \cos\psi}\right)$ . Следуя теореме сложения Гегенбауэра [3], можем записать

$$H_0^{(2)}\left(\gamma\sqrt{\rho^2 + R^2 - 2\rho R \cos\psi}\right) = H_0^{(2)}(\gamma R) J_0(\gamma \rho) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} H_n^{(2)}(\gamma R) J_n(\gamma \rho) \cos(n\psi), \quad (12)$$

где  $J_\nu(\gamma \rho)$  ( $\nu = 0, 1, \dots$ ) - функции Бесселя порядка  $\nu$ .

Так как  $\psi = \vartheta - \pi/2 + \alpha$ , то, интегрируя левую и правую части выражения (12) по переменной  $\vartheta$  в пределах от нуля до  $2\pi$ , приходим к выводу, что

$$\int_0^{2\pi} H_0^{(2)}\left(\gamma\sqrt{\rho^2 + R^2 - 2\rho R \cos\psi}\right) d\vartheta = 2\pi H_0^{(2)}(\gamma R) J_0(\gamma \rho).$$

Таким образом, выражение (11) принимает вид:

$$U_n(\omega) = 2\pi \frac{r_2(\omega\mu_0)^2 I_0}{\gamma^n} \times H_0^{(2)}(\gamma R) \int_{-h}^h \int_0^\infty \rho Sk(z) H_z^n(\rho, z) J_0(\gamma \rho) dz d\rho. \quad (13)$$

Магнитное поле любого источника по определению удовлетворяет условиям физической реализуемости. При бесконечном удалении от источника компоненты вектора напряженности и все производные по координатам (градиенты) этих компонентов обращаются в нуль. Говоря иными словами, магнитное поле любого физически реализуемого источника не может быть обнаружено наблюдателем в бесконечно удаленной от источника точке. Последнее означает,

что интеграл по переменной  $\rho$  в соотношении (13) не обращается в бесконечность, т. е. является аналитической функцией и его можно рассматривать как интегральное преобразование Ханкеля [4] функции  $H_z^n(\rho, z)$ . Введем обозначение

$$H_z^n(\gamma, z) = \int_0^\infty \rho H_z^n(\rho, z) J_0(\gamma \rho) d\rho. \quad (14)$$

Функцию  $H_z^n(\gamma, z)$  будем называть интегральным образом аксиального компонента вектора напряженности магнитного поля электрического контура приемника. С учетом определения (14) выражение (13) принимает более простой вид:

$$U_n(\omega) = 2\pi \frac{r_2(\omega\mu_0)^2 I_0}{\gamma^n} H_0^{(2)}(\gamma R) \int_{-h}^h Sk(z) H_z^n(\gamma, z) dz. \quad (15)$$

Для завершения вычисления амплитуды разности электрических потенциалов на электрическом выходе приемника переменного магнитного поля необходимо определить функцию  $H_z^n(\gamma, z)$ .

Поскольку речь идет о расчете магнитного поля в вакууме в окрестности токнесущего контура, постольку введем векторный потенциал  $\mathbf{A}^n(\rho, z)$  такой, что  $H_k^n(\rho, z) = \varepsilon_{knm} A_m^n(\rho, z) / \mu_0$ .

Компоненты векторного потенциала  $\mathbf{A}^n(\rho, z)$  магнитного поля электрического контура приемника должны удовлетворять уравнениям

$$\varepsilon_{prs} \varepsilon_{smn} A_n^n(\rho, z)_{,mr} - \mu_0 j_p^n(\rho, z) = 0 \quad \forall (\rho, z) \in V^\infty$$

и условиям физической реализуемости, т. е. предельным условиям следующего вида:

$$\lim_{R_0 \rightarrow \infty} \left\{ \left[ \mathbf{A}^n(\rho, z) \right]; A_k^n(\rho, z)_{,p}; A_k^n(\rho, z)_{,z}; A_k^n(\rho, z)_{,pp}; A_k^n(\rho, z)_{,pz}; A_k^n(\rho, z)_{,zz}; \dots \right\} = 0. \quad (16)$$

При записи последних соотношений были приняты следующие обозначения:  $j_p^n(\rho, z)$  -  $p$ -ый компонент вектора плотности тока в электрическом контуре приемника переменного магнитного поля;  $V^\infty$  - бесконечный объем окружающего электрический контур пространства;  $R_0$  - расстояние от электрического контура.

Очевидно, что в рассматриваемой задаче вектор  $\mathbf{A}^n(\rho, z)$  полностью определяется одним лишь окружным компонентом  $A_\vartheta^n(\rho, z)$ , который удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$-A_{\vartheta}^n(\rho, z)_{,zz} - A_{\vartheta}^n(\rho, z)_{,pp} - \frac{1}{\rho} A_{\vartheta}^n(\rho, z)_{,p} + \frac{1}{\rho^2} A_{\vartheta}^n(\rho, z) = R_{\vartheta}(\rho, z) \quad (17)$$

и предельным условиям (16). В правой части уравнения (17) записано следующее:

$$R_{\vartheta}(\rho, z) = \frac{\mu_0 I^n N}{b(R_2 - R_1)} f(\rho) f(z);$$

$$f(\rho) = \begin{cases} 1 \forall \rho \in [R_1, R_2], \\ 0 \forall \rho \notin [R_1, R_2]; \end{cases}$$

$$f(z) = \begin{cases} 1 \forall z \in [h + \delta, h + \delta + b], \\ 0 \forall z \notin [h + \delta, h + \delta + b]. \end{cases}$$

Компоненты вектора напряженности магнитного поля электрического контура приемника определяются через векторный потенциал  $A_{\vartheta}^n(\rho, z)$  следующим образом:

$$H_{\rho}^n(\rho, z) = -\frac{1}{\mu_0} A_{\vartheta}^n(\rho, z)_{,z}; \quad H_z^n(\rho, z) = \frac{1}{\mu_0} \left[ \frac{1}{\rho} A_{\vartheta}^n(\rho, z) + A_{\vartheta}^n(\rho, z)_{,p} \right].$$

Подставим в интегральное преобразование (14) вместо компонента  $H_z^n(\rho, z)$  его определение через векторный потенциал. Применяя процедуру интегрирования по частям и учитывая при этом предельные условия (16), можно показать, что

$$H_z^n(\gamma, z) = \frac{\gamma}{\mu_0} \int_0^{\infty} \rho A_{\vartheta}^n(\rho, z) J_1(\gamma \rho) d\rho = \frac{\gamma}{\mu_0} A_{\vartheta}^n(\gamma, z), \quad (18)$$

где  $A_{\vartheta}^n(\gamma, z)$  - интегральное преобразование Ханкеля окружного компонента векторного потенциала.

Выражение (18) содержит в себе прямое указание на способ решения уравнения (17). Воздействуем на левую и правую части уравнения интегральным преобразованием Ханкеля с ядром  $J_1(\gamma \rho)$ . Во втором слагаемом левой части уравнения (17) необходимо дважды выполнить процедуру интегрирования по частям и при этом использовать предельные условия (16). После выполнения достаточно простых вычислений получаем обыкновенное дифференциальное уравнение следующего вида:

$$-A_{\vartheta}^n(\gamma, z)_{,zz} + \gamma^2 A_{\vartheta}^n(\gamma, z) = R_{\vartheta}(\gamma, z),$$

где

$$R_{\vartheta}(\gamma, z) = \frac{\mu_0 I^n N}{\gamma b} R(\gamma) f(z); \quad R(\gamma) = \frac{\pi [\Omega(\gamma R_2) - \Omega(\gamma R_1)]}{2(R_2 - R_1)};$$

$$\Omega(\gamma R_k) = R_k [J_1(\gamma R_k) \mathbf{H}_0(\gamma R_k) - J_0(\gamma R_k) \mathbf{H}_1(\gamma R_k)];$$

$k = 1, 2$ ;  $\mathbf{H}_n(\gamma R_k)$  - функция Струве порядка  $\nu = 1, 2$  [5]. Общее решение этого уравнения для области  $z < h + \delta$  имеет вид

$$A_{\vartheta}^n(\gamma, z) = \frac{\mu_0 I^n N}{\gamma^2} e^{-\gamma h} W(\gamma, \Gamma) e^{\gamma z}, \quad (19)$$

где символом  $W(\gamma, \Gamma)$  обозначена аналитическая конструкция, зависящая от волнового числа  $\gamma$  или, что тоже самое, от частоты  $\omega$ , поскольку  $\gamma = \omega/v_f$ , и набора геометрических параметров  $\Gamma\{R_1, R_2, b, \delta\}$  электрического контура приемника. Ясно, что функция  $W(\gamma, \Gamma)$  имеет смысл частотной характеристики электрического контура приемника переменного магнитного поля в составе преобразователя электромагнитного типа. Частотная характеристика  $W(\gamma, \Gamma)$  определяется следующим образом:

$$W(\gamma, \Gamma) = R(\gamma) B(\gamma) e^{-\gamma \delta}, \quad (20)$$

где  $B(\gamma) = (1 - e^{-\gamma b})/\gamma b$  - фрагмент частотной характеристики приемника, учитывающий влияние высоты укладки витков катушки.

Подставляя соотношение (19) в выражение (18), получаем

$$H_z^n(\gamma, z) = \frac{I^n N}{\gamma} e^{-\gamma h} W(\gamma, \Gamma) e^{\gamma z}.$$

Подставляя найденный интегральный образ  $H_z^n(\gamma, z)$  в формулу (15), после тривиальных вычислений получаем выражение для расчета амплитуды разности электрических потенциалов на электрическом выходе ультразвукового преобразователя электромагнитного типа:

$$U_{\Pi}(\omega) = U_r U_0 W(\gamma, \Gamma) W_{\Pi\Pi}(\zeta h) H_0^{(2)}(\gamma R), \quad (21)$$

где  $U_r$  - амплитуда радиальных смещений материальных частиц пластины во фронте цилиндрической волны, т. е. входное воздействие на преобразователь электромагнитного типа;  $U_0 = 8\pi r_2 (v_f \mu_0)^2 h N H_z^0$  - абсолютная чувствительность (размерность - *Вольт/метр*) электромагнитного способа регистрации вихревых токов в металлах неферромагнитной группы;  $W_{\Pi\Pi}(\zeta h) = (1 - e^{-2\zeta h})/(2\zeta h)$  - функция частотно-зависимых потерь энергии в металлической пластине, которые обусловлены существованием скин-эффекта. При вычислении интеграла в

выражении (15) и записи функции  $W_{пл}(\zeta h)$  было учтено, что  $\zeta \pm \gamma \cong \zeta$ .

Из соотношения (21) определяется коэффициент передачи с механического входа на электрический выход преобразователя электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн:

$$K_{ЭМАП}(\omega, P) = \frac{U_{пл}(\omega)}{U_r} = \quad (22)$$

$$= U_0 W(\gamma, \Gamma) W_{пл}(\zeta h) H_0^{(2)}(\gamma R),$$

где в символе коэффициента передачи латинской буквой  $P$  обозначен набор геометрических и физико-механических параметров преобразователя электромагнитного типа. Выражение (22) имеет смысл математической модели преобразователя электромагнитного типа с приемником переменного магнитного поля в форме плоской кольцевой катушки.

Рассмотрим составляющие выражения (22).

Абсолютная чувствительность электромагнитного способа регистрации вихревого тока в алюминиевой пластине с полутолщиной  $h=10$  мм при  $H_z^0=10$  кА/м составляет величину  $U_0=4,95 \cdot 10^7$  В/м. При этом были приняты следующие значения параметров:  $r_2=40$  МСм/м,  $v_s=3093$  м/с,  $v_f=5266$  м/с, что равняется пластиночной скорости первой симметричной волны Лэмба. Число витков катушки  $N=20$ .

В составе выражения (20) для расчета частотной характеристики  $W(\gamma, \Gamma)$  электрического контура приемника переменного магнитного поля определяющим является первый сомножитель, т. е. функция  $R(\gamma)$ . На рис. 3 показаны графики модуля функции  $R(\gamma)$ , рассчитанные при различных отношениях  $R_2/R_1 \in [1, 2, 25]$  с шагом 0,25. При выполнении расчетов было принято, что  $\delta=0$  и  $b=0$ , т. е. фактически рассматривался плоский электрический контур. По оси ординат на рис. 3 откладывается значение модуля функции  $R(\gamma)$ , по оси абсцисс – безразмерное волновое число  $\gamma R_1$ . Из приведенных на рис. 3 результатов следует, что при  $\gamma R_1=0$  функция  $R(\gamma)=0$  и, стало быть,  $U_{пл}(\omega)=0$ . При определенных значениях  $\gamma R_1$  функция  $R(\gamma)$  принимает нулевые значения. С ростом отношения  $R_2/R_1$  расстояние между двумя соседними нулями по оси безразмерных

волновых чисел (безразмерных частот, т. к.  $\gamma R_1 = \omega R_1 / v_f$ ) уменьшается. Эти особенности частотно-зависимого поведения функции  $R(\gamma)$  можно объяснить следующим образом.

В области низких частот, когда длина ультразвуковой волны велика, магнитный поток через круговую площадку, охваченную электрическим контуром приемника переменного магнитного поля, стремится к нулю, потому что силовые линии вихревого магнитного поля скользят над плоскостью площадки, которая охватывается витками электрического контура приемника переменного магнитного поля, и практически не пересекают эту плоскость. По мере увеличения частоты (уменьшения длины волны) силовые линии вихревого магнитного поля выходят из поверхности металла по все более крутым траекториям и формируют все более возрастающий поток магнитной индукции через площадь поперечного сечения катушки. Поток магнитной индукции возрастает, и это сопровождается ростом числовых значений функции  $R(\gamma)$ .

Дальнейшее увеличение частоты приводит к тому, что образованную витками провода площадку начинают пересекать встречно ориентированные потоки. Это приводит к уменьшению суммарного потока магнитной индукции, а затем и к смене его знака. В момент смены знака (фазы) суммарного магнитного потока его величина равна нулю.

С позиций сложения различно ориентированных потоков магнитной индукции, которые излучаются областями деформируемого металла с различными направлениями вихревых токов, можно объяснить и прокомментировать сближение нулей функции  $R(\gamma)$  и уменьшение ее максимальных значений при увеличении отношения  $R_2/R_1$ , т. е. увеличения ширины укладки витков катушки.

На рис. 4 показано влияние толщины  $b$  и величины неконтакта  $\delta$  на частотную характеристику электрического контура приемника переменного магнитного поля. По оси ординат на рис. 4 откладывается модуль функции  $R(\gamma)$ , по оси абсцисс – безразмерное волновое число  $\gamma R_1$ . Увеличение толщины или высоты  $b$  укладки витков провода электрического контура приводит к снижению уровней регистрируемого сигнала в области высоких частот. При этом уровень сигнала уменьшается обратно пропорционально величине  $\omega b / v_f$ . Неконтакт  $\delta$  дает экспоненциальное уменьшение уровней регистрируемых сигналов.

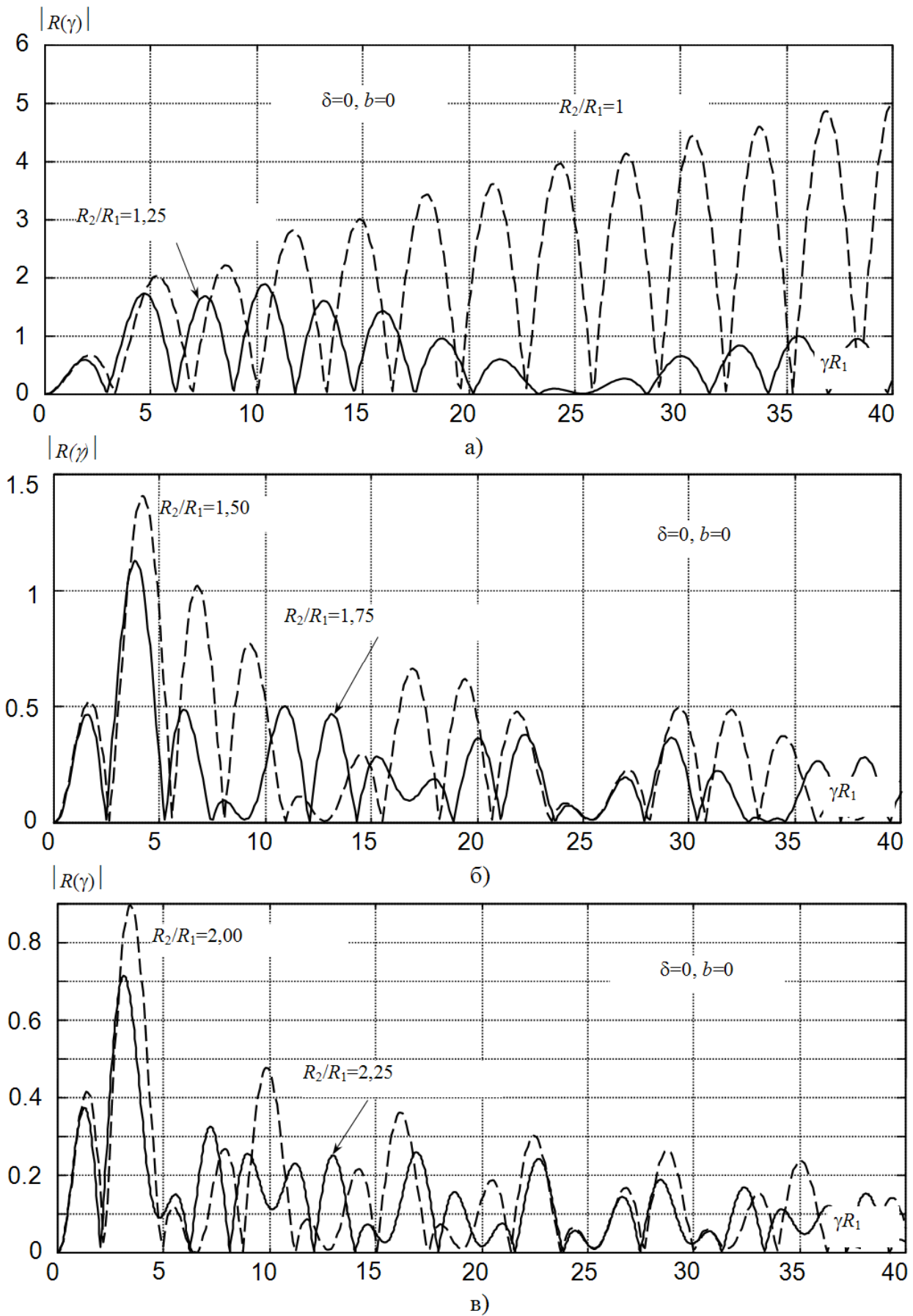


Рис. 3. Изменение модуля функции  $R(\gamma)$  в широком диапазоне частот в зависимости от ширины укладки витков электрического контура приемника переменного магнитного поля



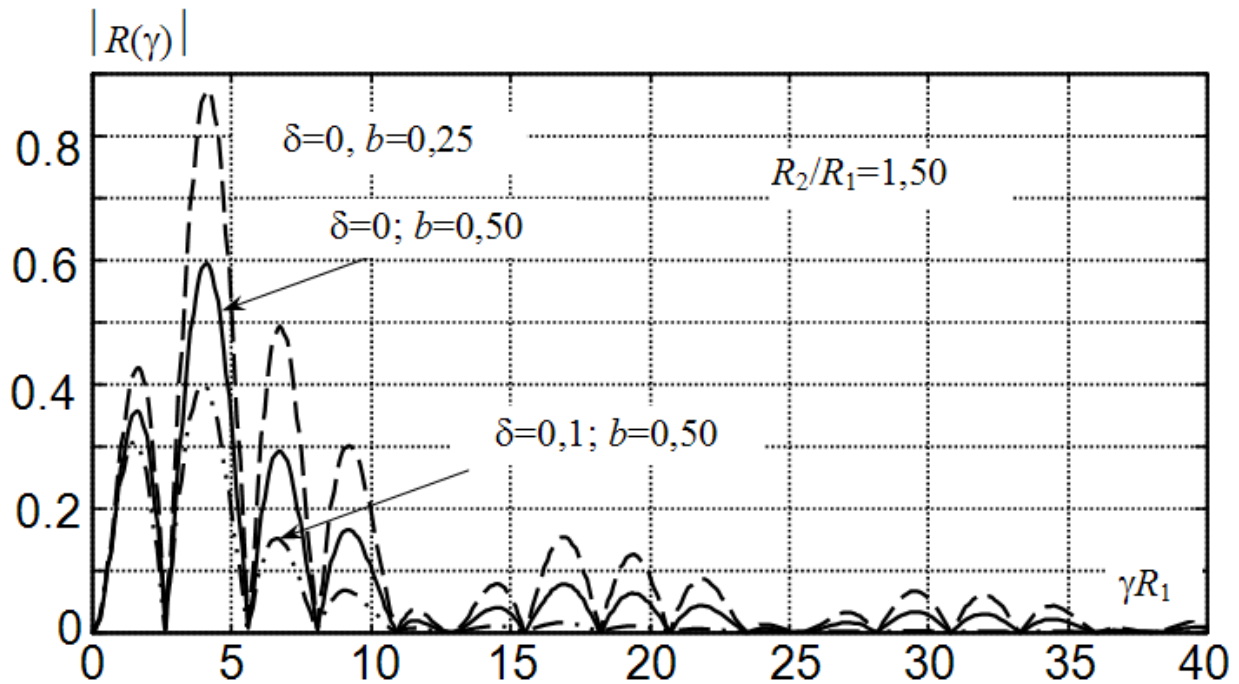


Рис. 4. Влияние толщины (высоты) укладки витков и неконтакта на частотную характеристику электрического контура приемника переменного магнитного поля

Таким образом, любое увеличение геометрических параметров электрического контура приемника переменного магнитного поля сопровождается сужением полосы рабочих частот преобразователя электромагнитного типа с одновременным уменьшением эффективности преобразования в пределах этой полосы. Все это объясняется интерференцией магнитных полей рассеяния, которые излучаются различно деформированными областями металлического листа.

Из сказанного выше следует, что для эффективной регистрации ультразвуковых импульсов, энергия которых локализована в определенной полосе частот, необходимо применять преобразователь с определенными размерами электрического контура приемника переменного магнитного поля. Говоря иными словами – частотный спектр регистрируемых сигналов и геометрические параметры преобразователя должны быть согласованными между собой величинами.

Функция  $W_{пл}(\zeta h)$  при  $\zeta h \rightarrow 0$  устремляется к единице и при  $\gamma R_1$  порядка двух – трех сотых её модуль не превосходит десятых долей единицы. При дальнейшем росте частоты её числовые значения изменяются как  $1/(2\zeta h)$ . На рис. 5 приведен график модуля функции  $\hat{K}_{ЭМАП}(\omega, P) = K_{ЭМАП}(\omega, P)/H_0^{(2)}(\gamma R)$  для алюминиевого листа с полутолщиной  $h=5$  мм при

напряженности постоянного поля подмагничивания  $H_z^0=20$  кА/м. Геометрические параметры катушки:  $R_1=5$  мм;  $R_2=7,5$  мм;  $b=2,5$  мм;  $\delta=0,5$  мм. Число витков  $N=20$ . По оси ординат на рис. 5 откладывается модуль функции  $\hat{K}_{ЭМАП}(\omega, P)$  в вольтах деленных на метр, по оси абсцисс – циклическая частота  $f$  в мегагерцах. Хорошо видно, что максимальная эффективность регистрации ультразвуковых волн наблюдается в полосе частот до одного мегагерца. Это и есть диапазон рабочих частот преобразователя с указанными выше размерами электрического контура приемника переменного магнитного поля. Максимальная чувствительность преобразователя не превышает  $0,33$  МВ/м, что на два порядка меньше абсолютной чувствительности  $U_0$ , при определении которой не были учтены потери энергии регистрируемого сигнала. Если предположить, что амплитуда радиального смещения материальных частиц  $U_r=1$  нм и частота смены знака напряженно-деформированного состояния пластины соответствует частоте  $\omega_{max}$  максимальной чувствительности приемника, то на электрической стороне преобразователя будет наблюдаться разность электрических потенциалов  $U_{л}(\omega_{max})=0,33$  МВ.



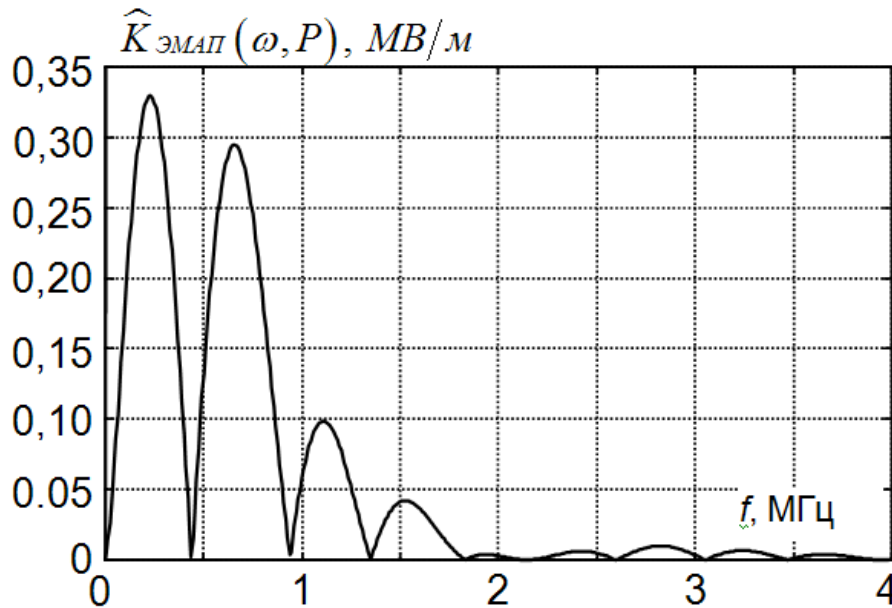


Рис. 5. Частотная характеристика преобразователя электромагнитного типа в режиме приема радиально распространяющейся ультразвуковой волны

Последний множитель в определении (22) частотной характеристики или чувствительности преобразователя электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн в металлах неферромагнитной группы – это функция Ханкеля  $H_0^{(2)}(\gamma R)$ , которая определяет фазовый набег и уменьшение уровней смещений во фронте упругой волны по мере увеличения пройденного волной расстояния. При значениях  $\gamma R \geq 10$  функция  $H_0^{(2)}(\gamma R) = \sqrt{2/(\pi\gamma R)} e^{-i(\gamma R - \pi/4)}$ .

### Выводы

В работе впервые построена и исследована частотная характеристика преобразователя электромагнитного типа с приемником переменного магнитного поля в форме плоской круговой катушки. Установлено, что любое увеличение размеров электрического контура приемника переменного магнитного поля сопровождается уменьшением ширины полосы рабочих частот преобразователя и смещением этой полосы в область низких частот. Показано, что скин-эффект уменьшает практически на два по-

рядка чувствительность преобразователя во всем диапазоне рабочих частот.

### Литература

1. Болтычев М.И., Петрищев О.Н., Сучков Г.М. Принципы построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн //
2. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев: Наукова думка, 1981. – 283 с.
3. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. – М.: Наука, 1974. – 296 с.
4. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 710 с.
5. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М.Абрамовича и И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.