

## Твердотельная электроника

УДК 621.372.413

А.А. Трубин, д-р техн. наук

### Электродинамические свойства решеток диэлектрических резонаторов инфракрасного диапазона длин волн

Приведены результаты исследований нового вида материалов, представляющих собой периодические структуры диэлектрических резонаторов (ДР) конечных размеров. Некоторые свойства таких структур не имеют естественных аналогов и сегодня еще изучены далеко не полностью. Рассматриваются решетки, содержащие ДР цилиндрической формы с основными видами собственных колебаний магнитного типа, расположенных в плоском регулярном металлическом волноводе. Для определения основных параметров – комплексных резонансных частот и амплитуд парциальных ДР использована разработанная ранее электродинамическая модель, основанная на применении теории возмущений для уравнений Максвелла. Полученные теоретические результаты показывают возможность реализации резонаторов нового типа с колебаниями, характеризующимися высокой добротностью, разделенных частотной “щелью” от остальных связанных колебаний системы. В заключение приведены результаты исследования рассеяния плоской электромагнитной волны на решетке цилиндрических ДР в открытом пространстве.

The investigation results of the new kind of materials that are the finite dimensions periodic structures of Dielectric Resonators (DR) are presented. Some of the structure properties do not have natural analogues and are not studied completely yet. The gratings containing cylindrical shape DRs with magnetic type characteristic oscillations located in the metal plane regular waveguide are studied. For the determination of the key parameters such as complex resonance frequencies and partial DR amplitudes, the developed earlier electrodynamic model based on the application of the perturbation theory for Maxwell equations is used. The obtained theoretical results demonstrate the possibility to develop resonators of a new type having a high value of Q-factor and divided by frequency band from another coupled oscillations. The research results of the plane wave scattering on cylindrical DR grating in the open space are presented.

#### Введение

Диэлектрические резонаторы имеют относительно компактные размеры, просты в изготовлении, а на частотах собственных колебаний хорошо взаимодействуют с внешним полем, поэтому устройства на их основе относительно просты в реализации. В настоящее время свойства решеток, выполненных на основе ДР не исследованы должным образом.

В сантиметровом диапазоне длин волн размеры решеток на ДР достаточно велики, поэтому использование их не всегда целесообразно. В миллиметровом и инфракрасном диапазонах размеры таких решеток вполне приемлемы и они могут применяться для решения различных задач селекции, фокусировки и канализации электромагнитных волн, а также при разработке антенн и высокочастотных стабилизирующих резонаторов. Рассматриваемые в данной статье пространственные структуры в большинстве случаев оптимальны с точки зрения их изготовления методами фотолитографии и могут выполняться из диэлектрических материалов, характеризующихся достаточно малыми значениями тангенсов диэлектрических потерь.

Ранее нами исследовались структуры, состоящие из большого ( $\geq 100$ ) числа связанных между собой ДР сферической формы [1–3]. Было установлено, что в таких системах могут существовать собственные колебания очень высокой добротности ( $> 10^6$ ), а в решетках с вакансиями имеют место колебания, поле которых сосредоточено в области неоднородности. Вместе с тем, было установлено, что добротность локализованных колебаний в открытом пространстве невелика. В настоящей работе рассмотрены свойства решеток ДР в экранированных структурах. Показано, что добротность колебаний, сосредоточенных вблизи вакансий решетки, в некоторых случаях является самой высокой в системе, а частоты их отделены заметной “щелью” от других частот системы.

В случае рассеяния электромагнитных волн, решетки ДР демонстрируют свойства среды с отрицательным показателем преломления [4]. В

заключительной части статьи рассмотрена задача рассеяния плоской электромагнитной волны на квадратной решетке цилиндрических ДР. Показано, что для большинства углов падения в открытом пространстве решетка ДР обладает свойством частотно селективного “зеркала”. Отмечены случаи появления дополнительных лепестков рассеяния, направление распространения которых не отвечают законам Снеллиуса.

### Коэффициенты связи цилиндрических ДР в планарных волноводах

Знание коэффициентов связи ДР необходимо для расчета частот и добротностей связанных колебаний в различных структурах [5, 6].

Расчет коэффициентов взаимной связи в плоском волноводе и других открытых структурах удобнее проводить одновременно, представляя их в виде комплексной функции в форме разложений по волноводным модам:  $\kappa_{12} = k_{12} + i\kappa_{12}^{\text{в}}$ , где  $k_{12}$ ,  $\kappa_{12}^{\text{в}}$  - коэффициенты взаимной связи ДР 1, 2, рассчитываемые по не распространяющимся, распространяющимся волнам линии. В случае, если известны общие выражения коэффициентов связи резонаторов в прямоугольном волноводе, то аналогичные соотношения для плоского волновода можно получить, применяя интегральное преобразование исходных выражений, путем перехода к пределу, когда один из размеров волновода стремится к бесконечности [5]. В этом случае коэффициент связи ДР получается в форме функции комплексного переменного. В частности для пары ДР цилиндрической формы с азимутально однородными колебаниями магнитного типа, положение которых показано на рис. 1, а, находим:

$$\begin{aligned} \kappa_{12} = & 16\pi i \frac{k_0^2 \beta_z \varepsilon_{1r} - 1}{b \varepsilon_{1r}} \times \\ & \times \{ [J_1^2(p_{\perp}) - J_0(p_{\perp})J_2(p_{\perp})] (2p_z + \sin 2p_z) \}^{-1} \times \\ & \times \sum_{u=0}^{\infty} \frac{1}{1 + \delta_{u0}} \left[ \frac{\beta J_0(p_{\perp}) J_1(\Gamma_u r_0) - \Gamma_u J_1(p_{\perp}) J_0(\Gamma_u r_0)}{\beta^2 - \Gamma_u^2} \right]^2 \times \\ & \times \left[ \frac{\sin(\chi_{uy} y_0) (\beta_z \sin p_z \cos \chi_{uy} L/2 - \chi_{uy} \cos p_z \sin \chi_{uy} L/2)}{\beta_z^2 - \chi_{uy}^2} \right]^2 \times \\ & \times H_0^{(2)}(\Gamma_u \delta z) \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $(\beta, \beta_z)$  - волновые числа, а  $p_{\perp} = \beta r_0$ ;  $p_z = \beta_z L/2$  — характеристические параметры [6] поля азимутально однородных собственных колебаний магнитного типа  $H_{101}^+$  цилиндрического ДР диаметром  $2 \cdot r_0$  высотой  $L$ , расположенного в плоском металлическом волноводе,

высотой  $b$ ;  $\chi_{uy} = u\pi/b$ ,  $\Gamma_u = \sqrt{k_0^2 - \chi_{uy}^2}$  волновые числа;  $y_0$  - вертикальные координаты центров ДР;  $\delta z$  - относительное расстояние между центрами резонаторов в плоскости волновода;  $k_0 = \omega/c$ .  $J_n(x)$  - функция Бесселя первого рода, а  $H_0^{(2)}(x)$  - функция Ханкеля второго рода. На рис. 1 приведены расчетные зависимости коэффициентов связи ДР, относительных размеров  $\Delta = L/2r_0 = 0,8$ ; выполненных из материала с  $\varepsilon_{1r} = 16$ ; при  $y_0 = b/2$ ;  $k_0 b = 5$  от величины относительного расстояния между их центрами. Как следует из приведенных данных, связь между резонаторами, в зависимости от параметров волновода, может оставаться значительной на достаточно больших расстояниях, поэтому расчет связанных колебаний в системе, состоящей из большого числа ДР, следует проводить с учетом взаимного влияния всех резонаторов друг на друга.

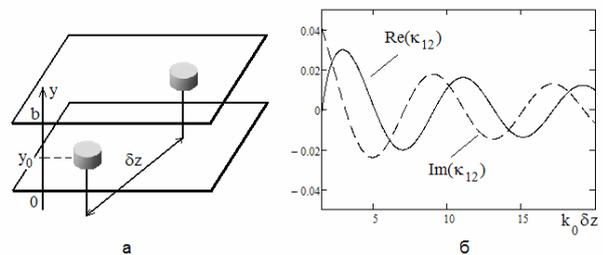


Рис. 1. Коэффициенты связи цилиндрических ДР в плоском металлическом волноводе

### Расчет связанных колебаний системы цилиндрических ДР в металлических волноводах

Для анализа параметров связанных колебаний сложных структур, состоящих из большого числа ДР, использовалась теория возмущений, сформулированная как приближенное решение уравнений Максвелла. В качестве базисных функций применялись решения, соответствующие собственным колебаниям изолированных парциальных ДР. Распределение амплитуд и комплексные частоты каждого связанного колебания, рассчитывались как решения задачи на собственные значения для построенной матрицы коэффициентов связи (1), соответствующей геометрии задачи [7]. Относительные значения частот  $\delta\omega/\omega_0$  и добротности  $Q$  рассчитывались по формуле  $Q = \omega/2\omega''$ , где  $\omega$  - действительная, а  $\omega''$  - мнимая часть частоты связанных колебаний,  $\delta\omega = \omega - \omega_0$ ,  $\omega_0$  - частота собственных колебаний изолированных парциальных ДР. Амплитуда колебаний парциального ДР  $b_{ij}$ , расположенного на

пересечении  $l$ -й строки и  $j$ -го столбца решетки, показанной на рис. 2,а, соответствует связанному колебанию, которое определяется как собственный вектор амплитуд матрицы связи.

### Результаты моделирования

На рис. 2,б - в приведены результаты моделирования связанных колебаний решетки, состоящей из 99 цилиндрических ДР, с  $\epsilon_{1r} = 16$ ;  $\Delta = 0,8$ ;  $k_0 b = 4,7$ ; на частоте  $f_0 = 300$  ТГц, имеющей вакансию одного резонатора вблизи ее центра - а. На оси абсцисс рис. 2, б изображена величина относительной расстройки частоты, а на оси ординат величина десятичного логарифма собственной добротности каждого из связанных колебаний системы.

Полученные данные свидетельствуют о возможности разрежения частот вблизи одного из колебаний (на рис. 2, б отмечено кружком) относительно колебаний других типов. Распределение амплитуд парциальных ДР, соответствующее указанному типу колебаний, приведенное на рис. 2, в, показывает, что данный тип колебаний локализован в области вакансии, т.е. амплитуды ближайших к вакансии ДР максимальны и уменьшаются с увеличением расстояния.

Появление второй вакансии в решетке (см. рис. 3,а) позволяет интерпретировать колебания 1, 2, как "связанные" с четным и нечетным распределением амплитуд парциальных ДР (рис. 3, в, г).

При этом, как и в предыдущем случае, наиболее добротное колебание 3 (см. рис.3, б) характеризуется противофазным распределением смежных резонаторов решетки (рис. 3, д).

На рис. 4 приведены результаты расчета связанных колебаний кольцевой структуры, образованной 100 цилиндрическими ДР в плоском волноводе. Все параметры структуры совпадают с рассмотренными выше, за исключением относительного значения высоты волновода:  $k_0 b = 5$ . Распределения амплитуд ДР, соответствующие двум наиболее добротным колебаниям, обведенным кружком на рис. 4, б, показаны на рис. 4, в, г. Отмеченные азимутально неоднородные колебания двукратно вырождены - распределение амплитуд парциальных ДР отличаются друг от друга поворотом на угол  $\pi/2$ . Подобно распределению поля собственных колебаний типа шепчущей галереи кольцевого ДР, наиболее добротные колебания решетки также характеризуются большим числом вариаций мгновенных значений амплитуд резонаторов, что и обуславливает их высокую собственную добротность. Вместе с тем такие колебания не имеют аналогов среди ДР, выполненных из сплошных материалов. Распределение амплитуд в таких структурах имеет вид произведения двух гармонических зависимостей относительно углов вращения (см. рис.4, в, г). При этом, собственная добротность, рассчитанная без учета потерь в диэлектрике и стенках волновода, может достигать очень больших значений.

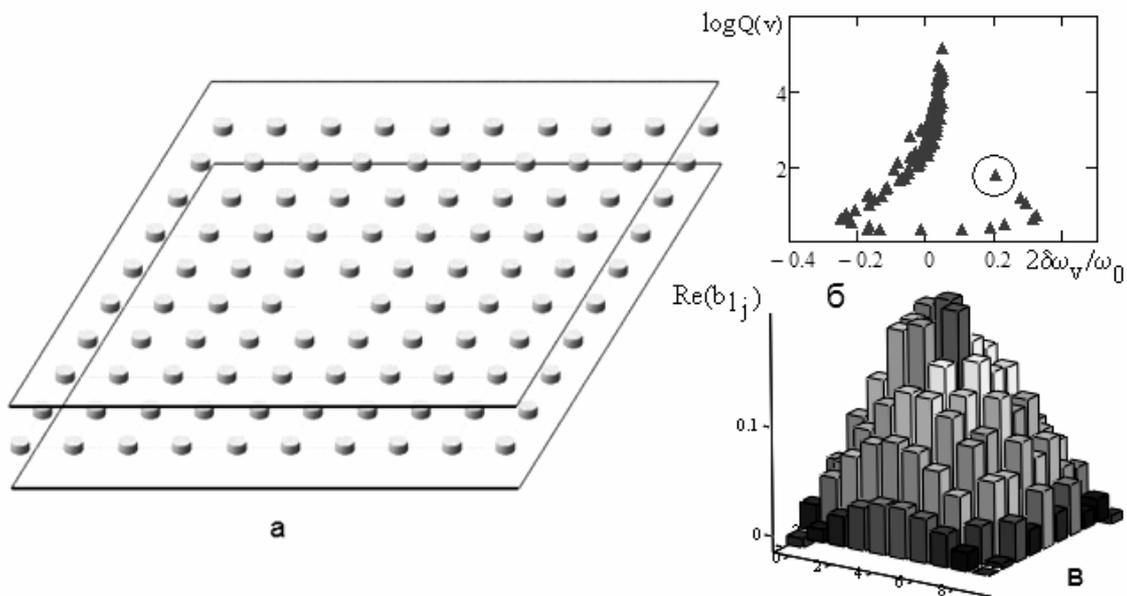


Рис. 2. а - квадратная решетка цилиндрических ДР с вакансией одного резонатора в плоском металлическом волноводе; б - относительные частоты и добротности связанных колебаний решетки а; в - распределение действительной части амплитуд парциальных ДР для колебания, локализованного вблизи вакансии

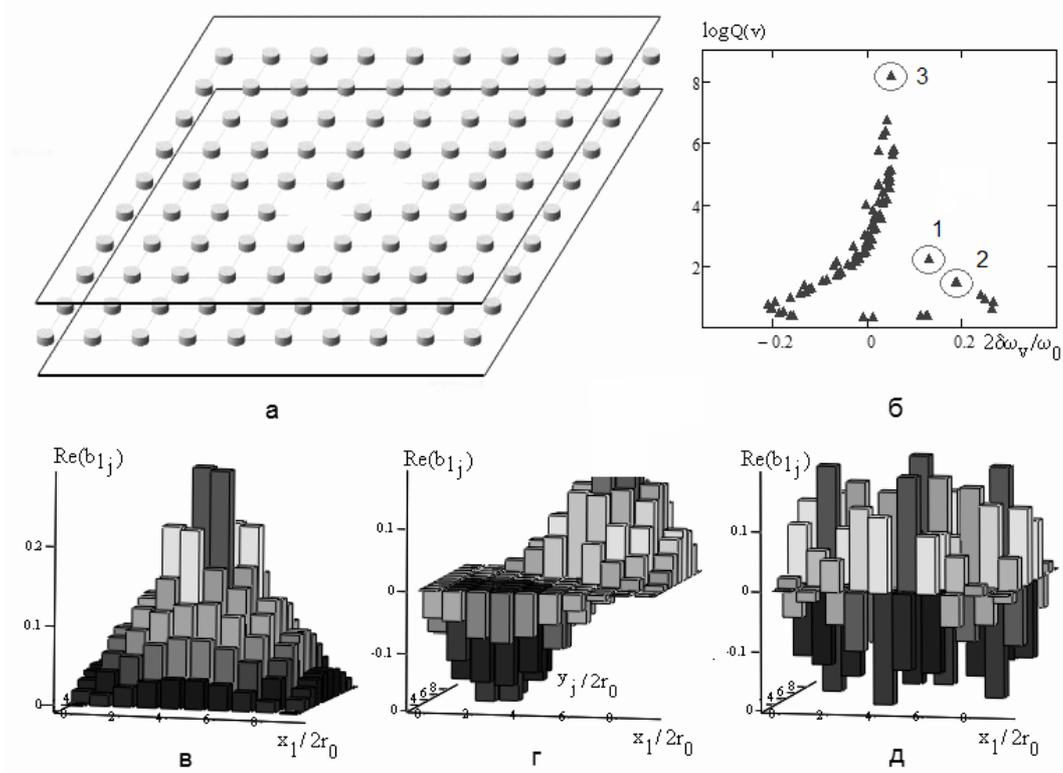


Рис. 3. а - квадратная решетка цилиндрических ДР с двумя вакансиями резонаторов в плоском металлическом волноводе; б - относительные частоты и добротности связанных колебаний решетки а; в, г - распределение действительной части амплитуд парциальных ДР для колебания, локализованного вблизи вакансии; д - распределение амплитуд наиболее добротного колебания решетки 3

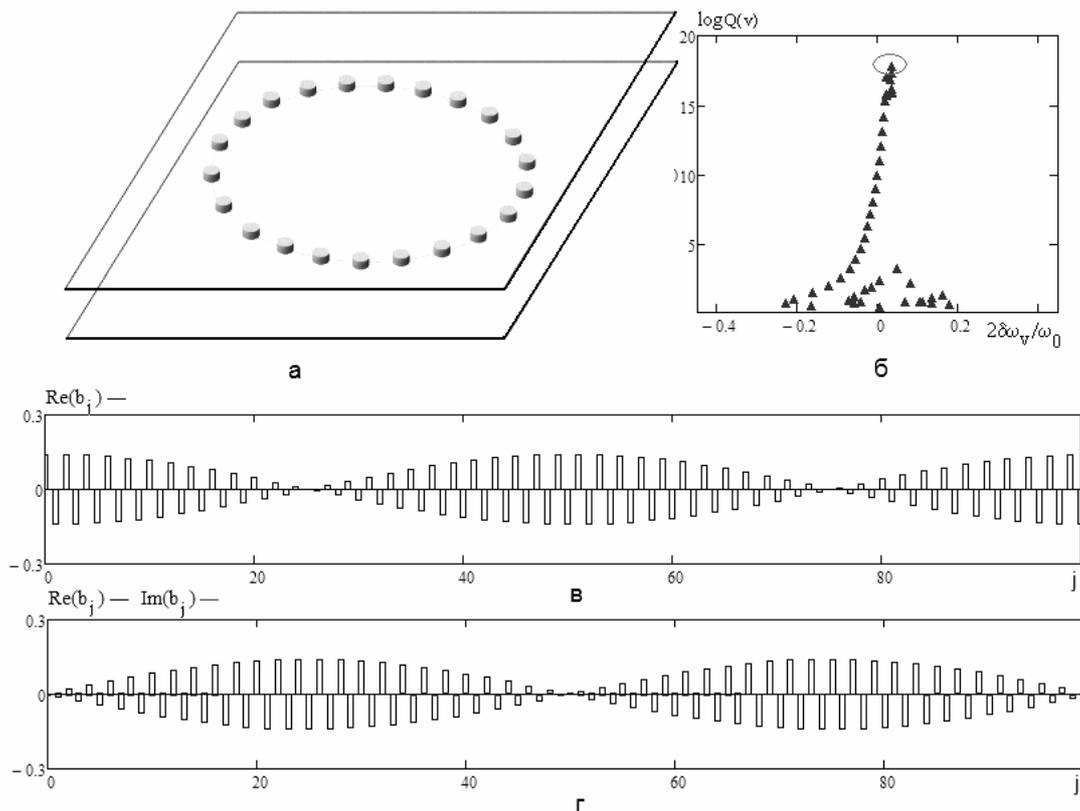


Рис. 4. а - кольцевая решетка цилиндрических ДР в плоском волноводе; б - относительные частоты и добротности связанных колебаний; в, г - распределение амплитуд ДР для двух наиболее добротных колебаний

### Связанные колебания одномерных решеток ДР в регулярных волноводах

Существование локализованного вблизи вакансии колебания теоретически и экспериментально подтверждается расчетами параметров одномерных структур ДР, расположенных в регулярном металлическом волноводе [8].

На рис. 5, б показана зависимость добротности от величины относительной расстройки частот связанных колебаний линейной структуры, состоящей из 30 ДР с вакансией в центре решетки. Из полученных данных следует, что появление вакансии также приводит к появлению локализованного связанного колебания, расположенного изолированно на плоскости частота – добротность (отмеченный тип колебаний на рис. 5, б обведен кружком). Поле связанных колебаний в этом случае сосредоточено вблизи вакансии (рис. 5, в). Добротность такого колебания становится максимальной, а само колебание также оказывается разделенным двумя частотными “щелями” от колебаний остальных типов (рис. 5, б). Физическая природа этого явления становится понятной, если рассматривать локализованное колебание как стоячую волну, “запертую” между двумя режекторными фильтрами. Амплитуда ее максимальна в случае, если расстояние между фильтрами на центральной частоте  $\omega_0$  становится равным

$\Lambda_0 / 2$ . Здесь  $\Lambda_0$  - длина волны  $H_{10}$  в регулярном волноводе.

### Рассеяние плоской электромагнитной волны на квадратной решетке ДР в открытом пространстве

Рассмотрим задачу рассеяния плоской, линейно поляризованной электромагнитной волны на планарной квадратной решетке, состоящей из диэлектрических резонаторов цилиндрической формы (рис. 6) с основными магнитными типами колебаний  $H_{101}^+$ . При решении этой задачи выделим два общих случая: А - вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}_m^+$  падающей волны направлен ортогонально плоскости падения (рис.5) и, Б - вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}_m^+$  направлен ортогонально плоскости падения.

В первом случае А, взаимодействие поля падающей волны с резонаторами решетки сильнее, поэтому рассмотрим его более подробно.

Для минимизации влияния эффекта конечности размеров структуры, рассмотрена решетка, состоящая из 100 ДР.

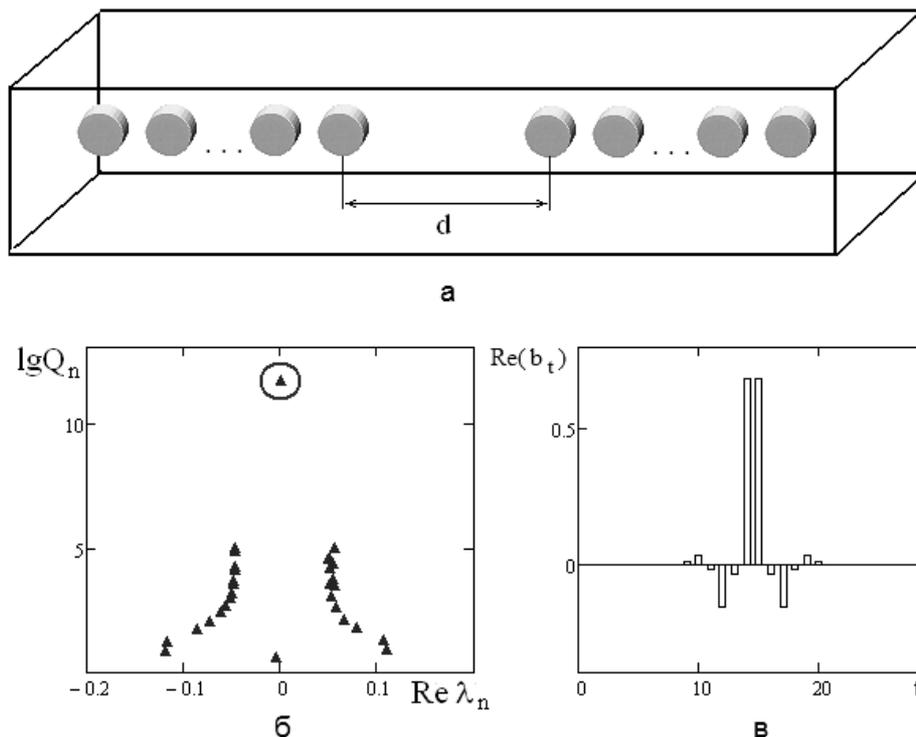


Рис. 5. Одномерная решетка цилиндрических ДР в регулярном прямоугольном волноводе (а). б – распределение добротностей и частот связанных колебаний. в – распределение амплитуд парциальных ДР локализованного колебания

На рис. 7 приведены результаты вычисления нормированной плотности потока мощности рассеянного поля в волновой зоне от квадратной решетки, состоящей из  $10 \times 10$  цилиндрических ДР (рис. 6), выполненных из диэлектрика с  $\epsilon_1 = 36$ ; и относительных размеров  $\Delta = L / (2r_0) = 0,4$ , для расстояния  $d = \lambda_0 / 4$  между соседними ДР. Здесь  $\lambda_0$  – длина волны в открытом пространстве. Направление волнового вектора  $\vec{k}$  падающей волны отмечено пунктирной линией.

Как следует из результатов вычислений, рассеяние на решетке ДР в большинстве случаев демонстрирует качественное подобие с рассеянием на плоской конечной зеркальной поверхности. Так, лепесток O1, отмеченный на рис. 7, а, в большинстве случаев направлен под углом, близким к значению угла падения  $\vartheta_\pi$ .

Этот лепесток можно интерпретировать, как отраженную волну. Поскольку поле, переизлучаемое решеткой, противофазно полю падающей волны ( $\vec{E}^+, \vec{H}^+$ ), а направление лепестка Т практически совпадает с направлением вектора  $\vec{k}$  (см. рис.6), то в сумме с полем падающей волны такой лепесток будет значительно подавлен. Поэтому лепесток Т уместно назвать теньвым, так как в направлении его распространения суммарное поле будет значительно ослабленным [9]. Для углов падения  $0 \leq \vartheta_\pi < 60^\circ$  законы отражения плоской волны от решетки близки к законам Снеллиуса. В случае близости углов падения к плоскости решетки наблюдается многолучевое отражение (рис. 7, д, е). Отмеченные лепестки уже не поддаются интерпретации в рамках классических аналогий.

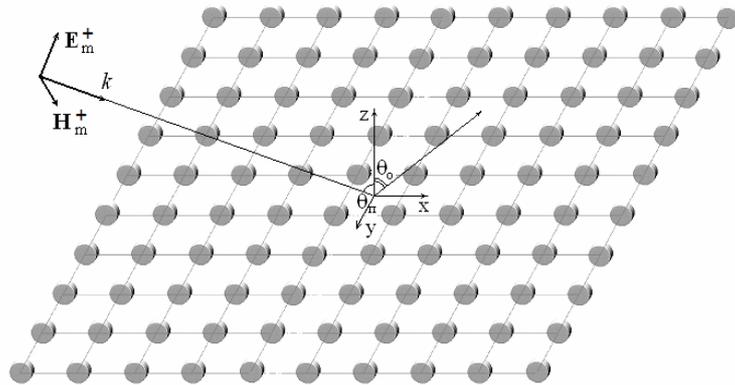


Рис. 6. Рассеяние плоской линейно поляризованной волны на квадратной решетке из  $10 \times 10$  ДР в открытом пространстве

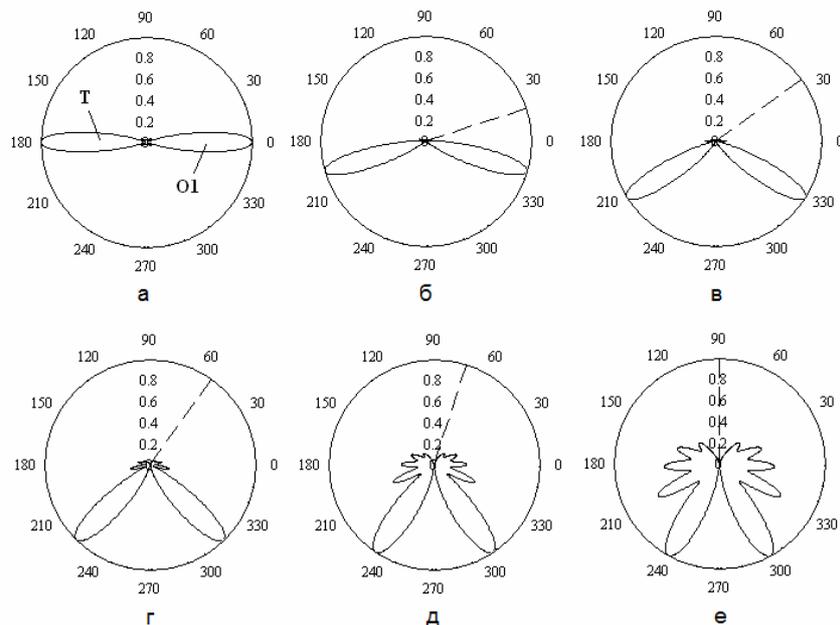


Рис. 7. Угловое распределение плотности потока мощности  $(\rho(\vartheta_\pi, \vartheta_0) / \rho_{\max})$  рассеянных волн от квадратной решетки, состоящей из  $10 \times 10$  элементов при расстоянии  $d = \lambda_0 / 4$  между смежными резонаторами для разных углов падения.

## Выводы

Таким образом, в настоящей работе показано, что помещение одномерной и планарной решеток ДР в металлическую полость приводит к кардинальной перестройке спектра ее связанных колебаний. Наиболее важным следствием такой перестройки является заметное увеличение добротности собственных колебаний, локализованных в области вакансий. При этом, локализованное колебание может отделяться от остальных типов одной, или двумя частотными щелями.

Наиболее высокой добротностью обладают связанные колебания кольцевых структур ДР.

Принципиальной отличительной чертой рассеяния на решетках ДР является появление дополнительных направлений распространения рассеянных волн, отсутствующих в средах с непрерывным показателем преломления.

Поведение решеток при небольших углах падения соответствует поведению частотно-селективных отражающих поверхностей, для которых приближенно выполняются законы Снеллиуса.

## Литература

1. Трубин О.О. Добротні коливання сферичних діелектричних резонаторів оптичного та інфрачервоного діапазонів. // Вісник НТУУ "КПІ". Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування, 2006. с.83-91.
2. Трубин А.А. Собственные колебания высокодобротных резонансных макроструктур инфракрасного и оптического диапазонов на системах связанных диэлектрических резонаторов. // 17-я Межд. Крымская конференция "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии". Севастополь. 2007. с. 473-476.
3. Трубин А.А. Связанные колебания многорезонаторных диэлектрических структур в металллических волноводах. // 18-я Межд. Крымская конференция "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии". Севастополь. 2008. с. 482-484.
4. Ueda T., Lai A., Itoh T. Demonstration of Negative Refraction in Cutoff Parallel-Plate Waveguide Loaded With 2-D Square Lattice of Dielectric Resonators // IEEE Trans. on MTT - 2007.- Т. 55, № 6. С. 1280-1287.
5. Трубин А.А. Коэффициенты связи цилиндрических диэлектрических резонаторов в свободном пространстве в присутствии металллических плоскостей. // Вестник Киев. Политехн. Ин-та, Радиотехника, вып. 29, 1992, с. 28-36
6. М.Е. Ильченко, А.А. Трубин. Электродинамика диэлектрических резонаторов. – Киев: Наукова думка. – 2004. – 266 с.
7. Trubin A.A. Scattering of Electromagnetic Waves on a System of Coupling High-Q Dielectric Resonators // V1-th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, 1996, Lviv, Ukraine, p. 350-353.
8. Трубин А.А. Экспериментальное исследование локализованных колебаний в одномерной структуре цилиндрических ДР // Друга наук. Технічна конференція "Проблеми телекомунікацій". Київ 2008. с. 333-335.
9. Трубин А.А. Рассеяние электромагнитных волн на плоской квадратной решетке цилиндрических диэлектрических резонаторов // 19-я Межд. Крымская конференция "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии". Севастополь. 2009. с. 405-407.