

УДК 534.232. 74

М.И. Болтычев, О.Н. Петрищев, д-р техн. наук, Г.М. Сучков, д-р техн. наук,

Принципы построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн

В работе сформулирована теорема о наведенном магнитном потоке и построена математическая модель процесса регистрации ультразвуковых волн электромагнитным способом в металлах неферромагнитной группы. Впервые предложена концепция внутреннего электромагнитного поля, которое возникает в объеме динамически деформируемых металлов в присутствии постоянного магнитного поля и сформулирована граничная задача для расчета количественных характеристик компонентов внутреннего электромагнитного поля.

In this paper, the theorem of induced magnetic flow is formulated and the mathematical model of ultrasonic wave detection process in non-ferrous metals by means of the electromagnetic method is developed. For the first time the conception of the inner magnetic field induced in dynamically deformed metals in the presence of a static magnetic field is proposed. Also, the boundary value problem for the calculation of quantitative characteristics of the inner magnetic field's components is formulated.

Введение

Под ультразвуковым преобразователем электромагнитного типа в настоящем изложении понимается устройство, которое реагирует на переменное магнитное поле, которое возникает в результате динамического деформирования металлов в присутствии достаточно сильного и неизменяющегося во времени магнитного поля. Это система с распределенными параметрами, состоящая из источника постоянного магнитного поля, приемника переменного магнитного поля и некоторого объема деформируемого металла, где и происходит преобразование изменяющихся во времени деформаций в переменное магнитное поле. Преобразователи электромагнитного типа используются в ультразвуковых приборах неразрушающего контроля металлических изделий [1 - 4] и неразрушающих испытаний материалов [5, 6], в ультразвуковых магнитострикционных волноводных линиях задержки [7], в лабораторных установках для выполнения экспериментальных исследований закономерностей распространения упругих волн в твердых телах.

При любых вариантах практического использования ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа естественным образом возникает вопрос о том, как влияют геометрические и физико-механические параметры элементов преобразователя на эффективность его работы в том или ином диапазоне частот. Не менее актуальным является вопрос о согласовании конструкции преобразователя с типом ультразвуковых волн, которые необходимо регистрировать с его помощью. Методология математического моделирования преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в металлах была определена статьями Шкарлета Ю.М. и Шубаева С.Н. [8, 9, 10]. В этих работах был осуществлен расчет электромагнитного поля рассеяния, которое возникает в окрестности деформируемой области металла в присутствии постоянного поляризующего магнитного поля. Затем рассматривалось взаимодействие этого поля с электрическим контуром приемника переменного магнитного поля в составе преобразователя электромагнитного типа. Предложенная Шкарлетом Ю.М. и Шубаевым С.М. схема расчета содержит методические погрешности и по этой причине не получила дальнейшего развития. Своеобразным доказательством отсутствия практически значимой теории ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа является статья В.Я. Грошева [11].

Таким образом, в настоящее время отсутствует универсальная и адекватная реальным объектам и происходящим в них процессам методика построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме приема (регистрации) ультразвуковых волн в металлических пластинах и стержнях. Термином «математическая модель ультразвукового преобразователя электромагнитного типа в режиме регистрации упругих волн» в настоящем изложении определяется аналитическая конструкция, которая связывает компоненты вектора смещения материальных частиц в объеме деформируемого металла, т. е. входное воздействие на преобразователь, с разностью электрических потенциалов на электрическом выходе преобразователя.

Целью настоящей работы является изложение принципов построения таких аналитических конструкций.

Принципы математического моделирования ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации упругих волн в металлах неферромагнитной группы

Предположим, что в некотором объеме V металла существует напряженно-деформированное состояние, изменяющееся во времени по гармоническому закону $e^{i\omega t}$. Все без исключения параметры и характеристики этого состояния определяются вектором смещения $\vec{u}(x_k, t) = \vec{u}(x_k)e^{i\omega t}$ материальных частиц. Будем считать, что пространственно-развитая амплитуда $\vec{u}(x_k)$ гармонически изменяющегося во времени векторного поля $\vec{u}(x_k, t)$ известна по определению. Принципы расчета смещений материальных частиц сформулированы в работе [12]. Предположим, что в объеме V сформировано с помощью внешних устройств постоянное во времени магнитное поле с напряженностью $\vec{H}^0(x_k)$.

При деформации неферромагнитных металлов в присутствии постоянного магнитного поля реализуется следующая цепочка преобразований

$$\vec{u}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{j}^L(x_k)e^{i\omega t} \Leftrightarrow \vec{E}^B(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{H}^B(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t} \Rightarrow U_n(\omega)e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где $\vec{j}^L(x_k)$ - амплитудное значение вектора плотности тока, который возникает благодаря силам Лоренца [13] при механических колебаниях токопроводящей среды в присутствии постоянного магнитного поля; $\vec{E}^B(x_k)$ и $\vec{H}^B(x_k)$ - амплитуды вихревого электрического и магнитного полей, которые порождаются токами $\vec{j}^L(x_k)e^{i\omega t}$ (токами Лоренца); Φ - амплитуда магнитного потока, который пронизывает электрический контур приемника переменного магнитного поля в составе преобразователя электромагнитного типа; $U_n(\omega)$ - амплитуда разности электрических потенциалов на выходе преобразователя.

Наиболее сложным, в плане математического описания, в алгоритме (1) является преобразование $\vec{j}^L(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t}$. Так как вихревое электрическое поле $\vec{E}^B(x_k)e^{i\omega t}$ формирует токи проводимости, то необходимо рассматривать

алгебраическую сумму токов Лоренца и индуцированных этим полем токов проводимости, т. е. величину $\vec{j}^B(x_k)e^{i\omega t}$, которую в дальнейшем будем называть вихревым током.

Для того, чтобы формализовать преобразование $\vec{j}^B(x_k) \Rightarrow \Phi$ (временной множитель $e^{i\omega t}$ опущен для сокращения записей; дальнейшее изложение будет осуществляться в терминах амплитуд гармонически изменяющихся во времени физических полей) рассмотрим площадку S конечных размеров в окрестности точки O , которая образована в некоторый момент времени t совокупностью элементарных токовых трубок с вихревыми токами $\vec{j}^B(x_k)$ (рис. 1). Поперечное сечение элементарной токовой трубки $d\vec{l} \cdot d\vec{R}$, где вектор $d\vec{l}$ параллелен вектору единичной нормали \vec{n} к площадке S . Сам же вектор \vec{n} в рассматриваемый момент времени t параллелен вектору магнитного момента $d\vec{M}^B$ слоя вихревых токов [14].

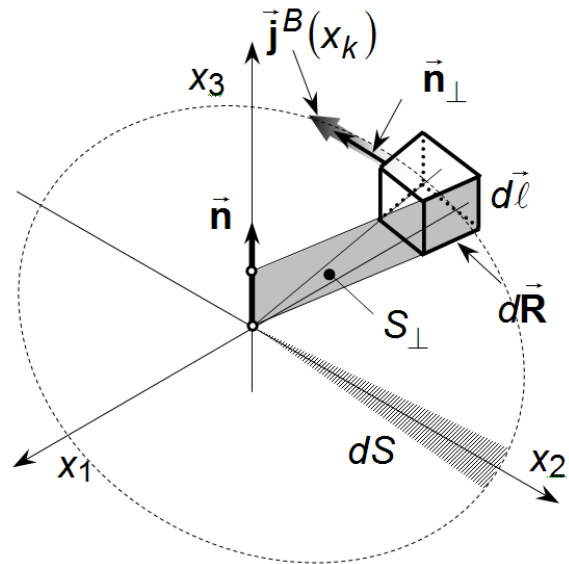


Рис. 1. К формулировке теоремы о наведенном магнитном потоке для неферромагнитных металлов

Заменим токовый слой эквивалентным контуром, который по форме и положению в пространстве совпадает с границей площадки $\vec{S} = \vec{n}S$. По контуру протекает ток dl_3 , который создает магнитный момент

$$d\vec{M}^B = dl_3 \vec{S}, \quad (2)$$

Амплитуда эквивалентного электрического тока dl_3 определяется следующим образом

$$dl_3 = \int_{S_{\perp}} \vec{j}^B(x_k) \cdot d\vec{S}_{\perp} = d\vec{l} \int_{S_{\perp}} \vec{j}^B(x_k) \cdot \vec{n}_{\perp} dR = d\vec{l} J^B, \quad (3)$$

где $d\dot{\mathbf{S}}_{\perp} = \dot{\mathbf{n}}_{\perp} d\mathbf{l}dR$; $\dot{\mathbf{n}}_{\perp}$ - вектор единичной нормали к поперечному сечению токовой трубки. Интегральный множитель при $d\mathbf{l}$ в соотношении (3) имеет размерность A/m , поэтому обозначим его символом J^B и будем называть линейной плотностью вихревых токов.

Таким образом, деформируемый в присутствии постоянного магнитного поля конечный объем металла можно заменить бесконечным набором электрических контуров, которые охватывают различные площадки S и по которым протекают эквивалентные токи $dI_3 = J^B d\mathbf{l}$. Это означает, что расчетная схема для количественного определения потока индукции магнитного поля рассеяния через электрический контур приемника переменного магнитного поля сводится к двум, расположенным в вакууме, электрическим контурам. Один контур вполне реальный – это электрический контур приемника переменного магнитного поля в составе преобразователя электромагнитного типа. Второй контур – это эквивалентный (в смысле воздействия на внешний мир) токовому слою контур с электрическим током dI_3 . При этом магнитный поток индукции $d\Phi$ через электрический контур приемника определяется в соответствии с представлениями теоретической электротехники следующим образом:

$$d\Phi = dI_3 dL, \quad (4)$$

где dL - коэффициент взаимной индукции между двумя контурами. Величину этого коэффициента можно определить из следующих соображений. Поток через площадку $d\dot{\mathbf{S}}$ эквивалентного контура равен $d\Phi_S = I^n dL$, где I^n - сила тока в электрическом контуре приемника переменного магнитного поля. С другой стороны $d\Phi_S = \mu_0 \dot{\mathbf{H}}^n(x_k) d\dot{\mathbf{S}}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнитная проницаемость вакуума; $\dot{\mathbf{H}}^n(x_k)$ - напряженность магнитного поля, которое создается в вакууме в точке с координатами x_k на площадке $d\dot{\mathbf{S}} = \dot{\mathbf{n}} dS$ электрическим контуром приемника переменного магнитного поля, когда в нем протекает ток I^n . Сопоставляя два эквивалентных определения потока $d\Phi_S$, определим коэффициент взаимной индукции dL :

$$dL = \frac{\mu_0}{I^n} \dot{\mathbf{H}}^n(x_k) \cdot d\dot{\mathbf{S}} = \frac{\mu_0}{I^n} [\dot{\mathbf{H}}^n(x_k) \cdot \dot{\mathbf{n}}] dS. \quad (5)$$

Подставляя выражение (5) в соотношение (4), получаем

$$d\Phi = \frac{\mu_0}{I^n} J^B [\dot{\mathbf{H}}^n(x_k) \cdot \dot{\mathbf{n}}] dV, \quad (6)$$

где $dV = d\mathbf{l}dS$ - элемент объема деформируемого металла.

Суммируя потоки от всех элементов объема V деформируемого металла, определяем полный поток Φ через электрический контур приемника переменного магнитного поля:

$$\Phi = \frac{\mu_0}{I^n} \iiint_V J^B [\dot{\mathbf{n}} \cdot \dot{\mathbf{H}}^n(x_k)] dV, \quad (7)$$

Поскольку магнитный поток изменяется во времени по закону $e^{i\omega t}$ с амплитудой Φ , поскольку амплитуда разности электрических потенциалов $U_{\Pi}(\omega)$ на электрическом выходе приемника ультразвуковых волн определяется следующим выражением:

$$U_{\Pi}(\omega) = -\frac{i\omega\mu_0}{I^n} \iiint_V J^B [\dot{\mathbf{n}} \cdot \dot{\mathbf{H}}^n(x_k)] dV, \quad (8)$$

Соотношение (7) имеет смысл теоремы и по этой причине выражение (7) будем называть теоремой о наведенном магнитном потоке. Выражение (8) имеет смысл математической модели процесса регистрации упругих волн в металлах неферромагнитной группы с помощью преобразователя электромагнитного типа.

Для завершения описания принципов математического моделирования преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации упругих волн в металлах неферромагнитной группы, необходимо рассмотреть процедуру определения поверхностной плотности вихревого тока.

В работе [13] предлагается следующее определение амплитуды k -го компонента вектора поверхностной плотности тока Лоренца: $j_k^{\Pi}(x_k) = i\omega r \mu_0 \varepsilon_{kmn} u_n(x_k) H_m^0(x_k)$, где $i = \sqrt{-1}$; r - компонент шарового тензора удельной электрической проводимости металла; ε_{ijk} - компонент тензора Леви-Чивиты, равный плюс единице или минус единице при четной или нечетной перестановке индексов i, j, k (чисел 1, 2, 3) и равный нулю, когда любые два из трех индексов равны между собой; $u_n(x_k)$ - n -ый компонент вектора смещения материальных частиц металла (принципы определения этих величин сформулированы в работе [12]); $H_m^0(x_k)$ - m -ый компонент вектора напряженности постоянного магнитного поля. Порождаемое этим током вихревое электрическое поле удовлетворяет уравнениям Максвелла, которые в пренебрежении токами смещения можно записать в следующем виде:

$$\varepsilon_{nmk} H_{k,m}^B = j_n^{\Gamma} + r_{nm} E_m^B, \quad (9)$$

$$\varepsilon_{kpq} E_{q,p}^B = -i\omega\mu_0 H_k^B, \quad (10)$$

где r_{nm} - компонент тензора удельной электрической проводимости; H_k^B и E_m^B - компоненты векторов напряженности магнитного и электрического компонентов индуцированного токами Лоренца внутреннего электромагнитного поля; запятая между индексами означает операцию дифференцирования выражения, которое записано до запятой, по координате, индекс которой проставлен после запятой.

Определим ротор от левой и правой частей уравнения (10):

$$\varepsilon_{nmk} \varepsilon_{kpq} E_{q,p}^B = -i\omega\mu_0 \varepsilon_{nmk} H_k^B. \quad (11)$$

Так как ротор вектора напряженности внутреннего вихревого магнитного поля в правой части соотношения (11) определен уравнением (9), то дифференциальное уравнение для определения компонентов вектора напряженности электрической составляющей внутреннего электромагнитного поля принимает следующий вид:

$$\varepsilon_{nmk} \varepsilon_{kpq} E_{q,p}^B + i\omega\mu_0 r_{nm} E_m^B + i\omega\mu_0 j_n^{\Gamma} = 0 \forall x_k \in V. \quad (12)$$

Единственность решения уравнения (12) (говоря точнее – системы уравнений (12)) обеспечивается условиями на границе области существования решения, т. е. на поверхности S , которая ограничивает объем V деформируемого металла. В случае простых границ металлического объекта (цилиндр, полый цилиндр, пластина) для эффективного определения констант в общих решениях уравнений (12) необходимо определить компоненты вектора напряженности вихревого магнитного поля по формулам $H_k^B = i\varepsilon_{kpq} E_{q,p}^B / (\omega\mu_0)$, и после этого записать условия непрерывности компонентов вихревого магнитного поля при переходе через поверхность S деформируемого металла ферромагнитной группы

$$\left(H_k^B - \overset{\circ}{H}_k \right) = 0 \forall x_k \in S. \quad (13)$$

где $\overset{\circ}{H}_k = i\varepsilon_{kpq} \overset{\circ}{E}_{q,p} / (\omega\mu_0)$ - компонент вектора напряженности магнитного поля рассеяния; $\overset{\circ}{E}_q$

- компонент вектора напряженности $\overset{\circ}{E}$ электрической составляющей электромагнитного поля рассеяния. Компоненты вектора $\overset{\circ}{E}$ удовлетворяют уравнениям Максвелла для пустого пространства, т. е. являются решениями следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\varepsilon_{nmk} \varepsilon_{kpq} \overset{\circ}{E}_{q,p} - \omega^2 \mu_0 \chi_0 \overset{\circ}{E}_n = 0 \forall x_k \notin V, \quad (14)$$

где $\chi_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - диэлектрическая проницаемость вакуума. При удалении от поверхности S на расстояние R_0 поле рассеяния должно ослабевать и обращаться в нуль при $R_0 \rightarrow \infty$, т. е. компоненты векторов $\overset{\circ}{E}$ и $\overset{\circ}{H}$ должны удовлетворять предельному условию

$$\lim_{R_0 \rightarrow \infty} \left| \overset{\circ}{E}_k, \overset{\circ}{H}_q \right| = 0. \quad (15)$$

Таким образом, решение граничной задачи (12) – (15) позволяет определить компоненты $E_k^B(x_k)$ вектора напряженности внутреннего электрического поля, которое индуцируется токами Лоренца и определяет реальное распределение вихревых токов в объеме деформируемого металла ферромагнитной группы. Компоненты $j_k^B(x_k)$ вектора плотности вихревого тока определяются следующим образом:

$$j_k^B(x_k) = j_n^{\Gamma}(x_k) + r_{km} E_m^B(x_k). \quad (16)$$

Соотношение (16) учитывает основные закономерности формирования высокочастотных электрических полей в токопроводящих средах (прежде всего скин-эффект) и в обязательном порядке должно использоваться при определении линейной плотности вихревых токов в формуле (3).

Выводы

Впервые сформулирована теорема о наведенном магнитном потоке для случая динамического деформирования металлов ферромагнитной группы в присутствии постоянного магнитного поля. Применение теоремы о наведенном магнитном потоке существенным образом упрощает процедуру решения задачи о взаимодействии магнитных полей рассеяния, которые возникают при деформировании металлов в присутствии постоянного магнитного поля, с электрическим контуром преобразователя и обеспечивает эффективное построение рациональных математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в металлах. Сформулирована граничная задача, решение которой позволяет учесть влияние скин-эффекта на энергетику процесса регистрации ультразвуковых волн.

Литература

1. Schlawne F., Graff A., Scheider H. Use of EMATs for Inspection of Tubes and Pipes // NDT.net. – 2003. – V.8.- №3.

2. *Hutchins D.A., Hu J.K., Young R.P., Stoner R., Jansen D., Zhang Q.L.* Ultrasonic tomography of metals using noncontact transduction // *J. Acoust. Soc. Am.*- 1989– 85-№2 – P.747– 752.
3. *Light G., Kwun H., Kim S., Spinks R.* Health Monitoring of Piping and Plate using the Magnetostrictive Sensor (McS) Guided Wave Technology // *NDT.net.* – 2004. – V.9. - №2.
4. *Elshafiey I., Udra L.* A New Eddy Current Imaging System for Enhancement of Nondestructive Evaluation // *NDT.net.* – 2004. – V.9. - №9.
5. *Ogi H., Ledbetter H., Kim S., Hirao M.* Contactless mode-selective resonance spectroscopy: Electromagnetic acoustic resonance // *J. Acoust. Soc. Am.* - 1999 – 106 - №2 – P. 666 – 665.
6. *Tian J., Ogi H., Tada T., Hirao M.* Vibration analysis on electromagnetic-resonance-ultrasound microscopy (ERUM) for determining localized elastic constants of solids // *J. Acoust. Soc. Am.* - 2004 – 115 - №2 – P. 630 – 636.
7. *Петрищев О. Н., Шпинь А. П.* Ультразвуковые магнитострикционные волноводные системы.– Киев: Изд-во при Киевском ун-те, 1989. – 132 с.
8. *Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М.* Общие закономерности электромагнитного метода приема волн Рэлея и Лэмба // *Дефектоскопия*, №5, 1972. С.63 – 72.
9. *Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М.* Электромагнитные поля, возникающие при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба // *Дефектоскопия*, №6, 1972. С.62 –68.
10. *Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М.* Расчет датчиков, применяемых при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба // *Дефектоскопия*, №1, 1973. С.81 – 89.
11. *Грошев В. Я.* Анализ влияния конструктивных параметров на чувствительность электромагнитно – акустических преобразователей // *Дефектоскопия*, №4, 1998. С.32 – 40.
12. *Петрищев О.Н.* Электромагнитное возбуждение в металлических листах радиально распространяющихся волн Лэмба. Актуальні аспекти фізико-механічних досліджень. Акустика і хвилі. – Київ: Наукова думка, 2007. С. 259 – 273.
13. *Бардзокас Д.И., Кудрявцев Б.А., Сенник Н.А.* Распространение волн в электромагнитоупругих средах.– М.: Едиториал УРСС, 2003.– 336 с.