

УДК 534.3

М.Г. Плещак, О.Г. Лейко, д-р техн. наук

## Випромінення звуку циліндричним п'єзокерамічним перетворювачем, розміщеним в шарі звукопрозорого матеріалу

На основе расчетной модели цилиндрического пьезокерамического преобразователя, размещенного в слое звукопрозрачного материала, в виде эквивалентной электро-механической схемы получены аналитические выражения, которые описывают создаваемое преобразователем звуковое поле во всех областях его существования. Проведено численное моделирование, проанализированы частотные зависимости полного механического сопротивления преобразователя с переходным слоем и его зависимости от толщины переходного слоя. Сделаны выводы о влиянии переходного слоя на звуковое поле преобразователя.

Based on a computational model in a form of an equivalent electromechanical circuit of a piezoceramic cylindrical transducer, placed in a layer of a sound transparent material, analytical expressions are obtained, describing the transducer's sound field in its whole domain of existence. A calculating experiment is performed, allowing to analyze the mechanical impedance's dependence on the frequency and the matching layer's thickness. Some conclusions about the matching layer's influence on the transducer's sound field are made.

### Вступ

В підводній акустиці та медичній техніці, де циліндричні перетворювачі знаходять широке застосування, використання узгоджуючого перехідного шару дозволяє розширяти робочу полосу частот та підвищувати ефективність випромінювання. Відомо, що найкраща передача акустичної потужності із одного середовища у інше забезпечується у випадку однорідного перехідного шару чвертьхвильової товщини із хвильовим опором, рівним середньому геометричному хвильових опорів відповідних середовищ. Практичний інтерес представляють і питання, пов'язані із впливом на звукове поле інших пасивних шарів, зокрема герметизуючих, клейових, конструкцій для підвищення механічної міцності тощо. Хвильові опори таких шарів не відповідають правилу середнього геометричного, а їх товщина – чвертьхвильовій. Крім того, навіть при виготовленні перетворювачів із оптимальним узгоджуючим шаром можливі відхилення його

параметрів від запроєктованих, що також впливає на вихідні характеристики виробів.

Саме тому актуальною є задача дослідження звукового поля циліндричного перетворювача, розміщеного в перехідному шарі, в залежності від великої кількості можливих комбінацій його хвильової товщини та хвильового опору.

Необхідно відмітити, що аналітичний розв'язок хвильової задачі випромінювання звуку циліндричним перетворювачем через перехідний шар кінцевих товщини та звукопрозорості було отримано ще у роботі [1]. Там же проаналізовано і залежність створюваного перетворювачем звукового поля від деяких значень відношення хвильових опорів перехідного шару та робочого середовища. Проте аналітичні вирази роботи [1] описують лише механоакустичне перетворення енергії, а отримані результати не враховують реакцію робочого середовища на збудження в ньому акустичних коливань.

Для поглиблення висновків про вплив перехідного шару на звукове поле необхідно врахувати і електромеханічне перетворення енергії, притаманне випромінюванню акустичних хвиль реальними п'єзокерамічними перетворювачами, які характеризуються, крім хвильового опору випромінюючої поверхні, і внутрішнім механічним опором.

Отже, розглянемо задачу випромінювання звуку циліндричним п'єзокерамічним перетворювачем з поперечним п'єзоэффектом, розміщеним в перехідному шарі з матеріалу кінцевих товщини та звукопрозорості, використавши при розв'язку переваги простоти та зручності методу «еквівалентних схем» для математичного опису електромеханічного перетворення енергії.

### Аналітичне рішення задачі

Розглянемо перетворювач у вигляді порожнього радіально поляризованого циліндру, який на нульовій (пульсуючій) моді коливань випромінює звук у робоче середовище із хвильовим опором  $\rho_2 c_2$  через перехідний шар із хвильовим опором  $\rho_1 c_1$ . Внутрішній об'єм циліндру заповнює середовище із параметрами  $\rho_0 c_0$  (тут  $\rho_0$ ,  $\rho_1$  та  $c_0$ ,  $c_1$  - відповідно густини та швидкості розповсюдження звуку матеріалів). Із практичних міркувань приймемо висоту перетворювача нескінченною, оскільки вона значно перевищує дов-

жину хвилі випромінюваних у робоче середовище коливань, і в подальшому розглядатимемо лише пласку задачу. Крім того, будемо вважати, що товщина кілець значно менша їх середнього радіусу. Для такого перетворювача буде справедлива прикладна теорія, заснована на гіпотезах Кірхгофа-Лява про напружено-деформований стан тонких пластин і оболонок.

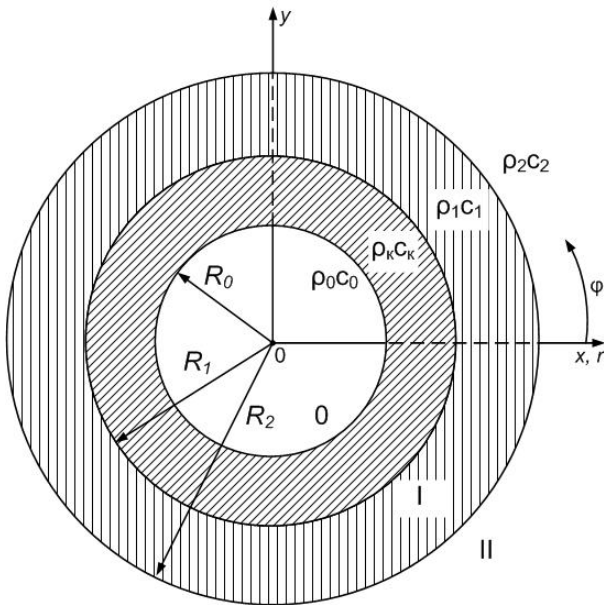


Рис. 1. Математична модель перетворювача з перехідним шаром

Для побудови математичної моделі (рис. 1) розмістимо перетворювач у декартовій та відповідній їй циліндричній системах координат із центром у центрі кругового перерізу циліндра. При цьому вісь OZ співпадає з поздовжньою віссю перетворювача. Кут  $\varphi=0$  буде відповідати напрямку вздовж вісі X. Внутрішній поверхні циліндру відповідатиме координата  $r = R_0$ , зовнішній (границі розподілу «перетворювач - перехідний шар») - координата  $r = R_1$ , границі розподілу «перехідний шар – робоче середовище» - координата  $r = R_2$ .

За методом часткових областей усю область існування звукового поля розіб'ємо на три часткові області: область 0, що відповідає внутрішньому об'єму циліндру, область I, що відповідає перехідному шарові, та область II, що відповідає робочому середовищу.

Потенціали звукового поля у областях 0, I і II (відповідно,  $\Phi_0(r, \varphi)$ ,  $\Phi_1(r, \varphi)$  та  $\Phi_2(r, \varphi)$ ) представимо у вигляді розкладів в ряди за циліндричними хвильовими функціями:

$$\Phi_0(r, \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} L_m J_m(k_0 r) e^{im\varphi},$$

$$\Phi_1(r, \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [E_m J_m(k_1 r) + F_m N_m(k_1 r)] e^{im\varphi},$$

$$\Phi_2(r, \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m H_m^{(1)}(k_2 r) e^{im\varphi}.$$

Тут  $J_m(k_{0,1}r)$ ,  $N_m(k_1 r)$  та  $H_m^{(1)}(k_2 r)$  - відповідно функції Бесселя, Неймана та Ханкеля 1-го роду;  $k_0 = 2\pi f/c_0$ ,  $k_1 = 2\pi f/c_1$  та  $k_2 = 2\pi f/c_2$  - хвильові числа;  $L_m$ ,  $A_m$ ,  $E_m$  та  $F_m$  - невідомі коефіцієнти.

Виходячи з того, що для пульсуючої моди коливань  $m=0$ , а звукове поле перетворювача не залежить від кута  $\varphi$ . Тоді наведені вирази набувають вигляду:

$$\Phi_0(r) = L_0 J_0(k_0 r), \quad \Phi_1(r) = E_0 J_0(k_1 r) + F_0 N_0(k_1 r),$$

$$\Phi_2(r) = A_0 H_0^{(1)}(k_2 r).$$

Невідомі коефіцієнти розкладів  $A_0$ ,  $E_0$ ,  $F_0$  та  $L_0$  знайдемо шляхом алгебраїзації граничних умов задачі: умови зв'язаності електричних, механічних та акустичних полів перетворювача:

$$\begin{cases} p_1|_{r=R_1} - p_0|_{r=R_0} + v Z_{екв} = nU \\ v_1|_{r=R_1} = v_0|_{r=R_0} = v \end{cases}$$

та умови неперервності звукового поля на границях розподілу «циліндр – перехідний шар» та «перехідний шар – робоче середовище»:

$$v = - \left. \frac{\partial \Phi_1(r)}{\partial r} \right|_{r=R_1};$$

$$\begin{cases} v_1(r) = v_2(r)|_{r=R_2} \\ p_1(r) = p_2(r)|_{r=R_2} \end{cases}.$$

Тут  $p_0$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  - звукові тиски,  $v_0$ ,  $v_1$ ,  $v$  - коливальні швидкості у відповідних часткових областях;  $Z_{екв}$  - механічний імпеданс п'єзокерамічної оболонки перетворювача;  $n$  - коефіцієнт електромеханічної трансформації;  $U$  - електрична напруга збудження перетворювача.

При цьому механічний опір п'єзокерамічної оболонки  $Z_{екв}$ , згідно методу «еквівалентних схем», становить:

$$Z_{екв} = r_{мв} + i \left( \omega m_{екв} - \frac{1}{\omega C_{екв}} \right), \quad (1)$$

де  $r_{мв}$  - опір механічних втрат;  $m_{екв}$ ,  $C_{екв}$  - відповідно, еквівалентна маса та гнучкість перетворювача;  $\omega$  - робоча частота випромінювання.

Після нескладних викладок маємо:

$$\Phi_0(r) = \frac{nU}{k_0 \left[ i\rho_0 c_0 \frac{J_0(k_0 R_0)}{J_1(k_0 R_0)} - i\rho_1 c_1 \frac{B_0 J_0(k_1 R_1) + N_0(k_1 R_1)}{B_0 J_1(k_1 R_1) + N_1(k_1 R_1)} + Z_{екв} \right]} \cdot \frac{J_0(k_0 r)}{J_1(k_0 R_0)}$$

$$\Phi_1(r) = \frac{nU}{k_1 \left[ i\rho_0 c_0 \frac{J_0(k_0 R_0)}{J_1(k_0 R_0)} - i\rho_1 c_1 \frac{B_0 J_0(k_1 R_1) + N_0(k_1 R_1)}{B_0 J_1(k_1 R_1) + N_1(k_1 R_1)} + Z_{екв} \right]} \cdot \frac{B_0 J_0(k_1 r) + N_0(k_1 r)}{B_0 J_1(k_1 R_1) + N_1(k_1 R_1)}$$

$$\Phi_2(r) = \frac{\rho_1}{\rho_2 k_1} \cdot \frac{nU}{\left[ i\rho_0 c_0 \frac{J_0(k_0 R_0)}{J_1(k_0 R_0)} - i\rho_1 c_1 \frac{B_0 J_0(k_1 R_1) + N_0(k_1 R_1)}{B_0 J_1(k_1 R_1) + N_1(k_1 R_1)} + Z_{екв} \right]} \times \frac{B_0 J_0(k_1 R_2) + N_0(k_1 R_2)}{B_0 J_1(k_1 R_1) + N_1(k_1 R_1)} \cdot \frac{H_0^{(1)}(k_2 r)}{H_0^{(1)}(k_2 R_2)}$$

Отримані вирази описують звукове поле перетворювача в усіх областях його існування.

### Результати чисельних досліджень

Для дослідження впливу перехідного шару на звукове поле перетворювача необхідно порівняти звукові поля, створювані ним в присутності перехідного шару та без нього. В якості параметра такого порівняння оберемо повний механічний імпеданс перетворювача  $Z_m$ .

Отже, повний механічний імпеданс перетворювача з перехідним шаром, згідно отриманого вище розв'язку, становить:

$$Z_m = i\rho_0 c_0 \frac{J_0(k_0 R_0)}{J_1(k_0 R_0)} - i\rho_1 c_1 \frac{B_0 J_0(k_1 R_1) + N_0(k_1 R_1)}{B_0 J_1(k_1 R_1) + N_1(k_1 R_1)} + Z_{екв} \quad (2)$$

і складається із трьох компонент: відповідно, імпедансу внутрішньої поверхні оболонки, імпедансу її зовнішньої поверхні (опору випромінювання) та, власне, внутрішнього імпедансу п'єзокерамічної оболонки.

Дослідимо залежності повного механічного опору системи «перетворювач-перехідний шар» від частоти та від товщини перехідного шару для кількох значень відношення хвильових опорів перехідного шару та робочого середовища.

Для спрощення подальшого аналізу приймемо, що внутрішній об'єм циліндру заповнено вакуумом ( $\rho_0 c_0 = 0$ ) – це дозволить нівелювати вплив резонансу цього об'єму на акустичне поле перетворювача.

### Результати чисельних досліджень

В ході чисельного експерименту будемо вважати, що перетворювач у вигляді тонкої циліндричної оболонки виконано з п'єзокераміки ЦТБС-3 з параметрами: швидкість розповсюдження звуку  $c_k = 3500$  м/с; густина  $\rho_k = 7250$  кг/м<sup>3</sup>; пружна податливість, обумов-

лена при постійному значенні напруженості електричного поля  $S_{11}^E = 10,7 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>/н; п'єзомодуль  $d_{31} = -134 \cdot 10^{-12}$  к/м; механічна добротність  $Q_m = 200$  і має внутрішній радіус  $R_0 = 64 \cdot 10^{-3}$  м та зовнішній радіус  $R_1 = 72 \cdot 10^{-3}$  м. Перетворювач здійснює коливання у воді з параметрами  $c_2 = 1500$  м/с,  $\rho_2 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

Побудуємо графіки частотних залежностей повного механічного опору перетворювача з перехідним шаром та його залежності від товщини перехідного шару для кількох значень  $n = \rho_1 c_1 / \rho_2 c_2$  відношення хвильових опорів перехідного шару та робочого середовища (рис. 2–3). На рис. 2 – 3 позначення а відповідає активним, а б – реактивним складовим повного механічного опору.

Зазначимо, що при побудові частотних залежностей (рис. 2) товщина  $h$  перехідного шару визначалася із рівності  $2R_1 / (R_2 - R_1) = 2,8(c_2/c_1)$ .

При побудові залежностей, наведених на рис. 3, робоча частота знаходилася із умови, що діаметр циліндричного перетворювача становить половину довжини хвилі випромінюваних у робоче середовище коливань.

Проаналізуємо отримані результати. Розглянемо графіки частотних залежностей активної та реактивної складових повного механічного опору перетворювача із перехідним шаром (рис. 2).

Порівнявши їх із графіками, наведеними у роботі [1] для компоненти повного механічного опору  $Z_m$  (2) - опору випромінювання перетворювача, можна прийти до висновку, що резонансний характер частотної поведінки останнього повністю визначає і характер частотної залежності активної складової  $R$  повного механічного

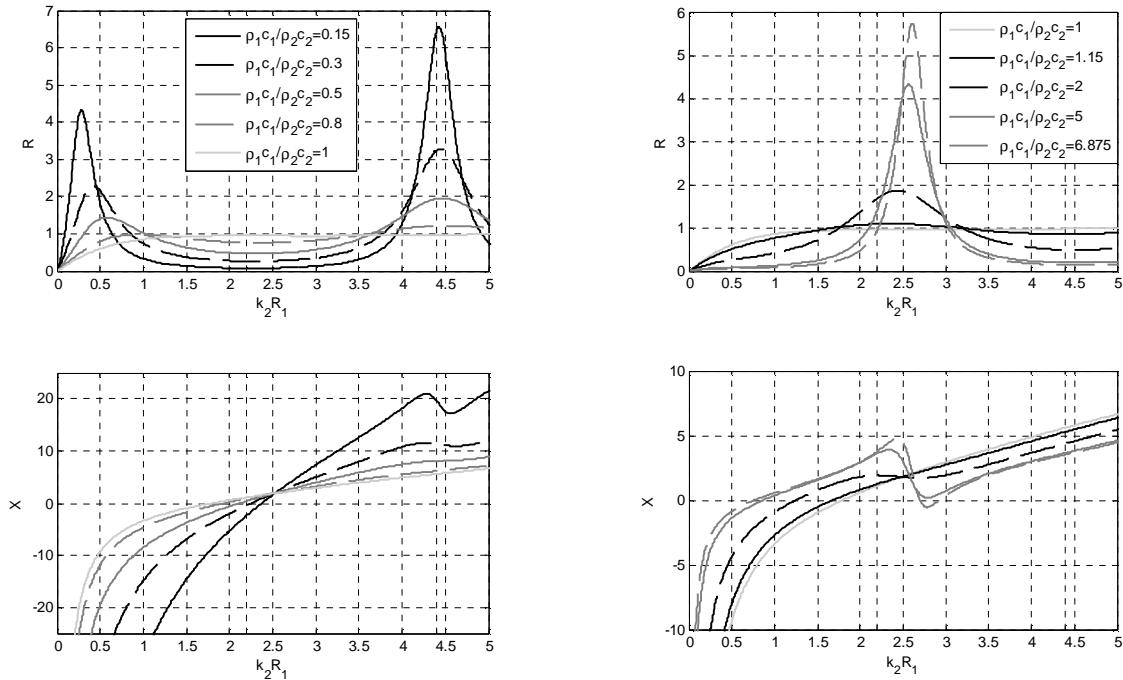


Рис. 2. Частотні залежності складових опору випромінення перетворювача з перехідним шаром

опору. Резонансні особливості цих залежностей, обумовлені взаємодією соколивальної маси робочого середовища та пружності матеріалу перехідного шару, було детально описано у роботі [1]. Поведінка ж реактивної частини повного механічного опору перетворювача потребує додаткового аналізу.

Із графіків частотних залежностей  $X$  для видно, що при  $n \rightarrow 1$  форма кривих наближається до форми характеристики за відсутності перехідного шару ( $n = 1$ ). До резонансу  $X=0$  реактивні складові повного механічного імпедансу мають характер пружності, а після нього – характер маси. Із наближенням хвильового опору перехідного шару до хвильового опору робочого середовища ( $n \rightarrow 1$ ) зменшується добротність коливань механічної системи «перетворювач-перехідний шар» - амплітуда резонансів спадає, а полоса резонансних частот ширшає.

В обох випадках місцезнаходження резонансів зі збільшенням  $n$  зміщується в область більш низьких частот. Цьому факту є доволі просте пояснення – резонанси зміщуються вліво зі зростанням еквівалентної маси перехідного шару, яка росте зі збільшенням  $n$  (тобто зі збільшенням його густини). Цілковито логічно, що найнижчі резонансні частоти системи «перетворювач – перехідний шар» спостерігаються при найбільших значеннях  $n > 1$  (рис. 2 а, б).

Крім того, порівнявши графіки частотних залежностей реактивних складових імпедансів  $Z_m$  (рис. 2 а, б) та графіків для опору випромінення роботи [1], можна помітити, що резонанс-

характер останніх, зумовлений взаємодією робочого середовища та пружності перехідного шару, проявляється у залежностях реактивної складової  $Z_m$  лише в області частот, вищих резонансу внутрішнього опору. На частотах нижче цього резонансу поведінку частотної залежності реактивної складової  $Z_m$  більшою мірою визначає еквівалентна гнучкість системи «перетворювач – перехідний шар».

Аналіз залежностей механічного опору перетворювача з перехідним шаром від хвильової товщини цього шару  $h/\lambda_1$  ( $\lambda_1$  – довжина хвилі у матеріалі перехідного шару), наведених на рис. 3, підтверджує, що поведінку активної частини повного механічного опору перетворювача  $Z_m$  визначає резонансна поведінка його опору випромінення. Поведінка ж реактивної складової механічного опору  $Z_m$  визначається, крім реактивної складової опору випромінення, і поведінкою реактивної складової  $X$  внутрішнього імпедансу системи «перетворювач – перехідний шар»  $Z_{екв}$ .

Розглянемо випадок, коли  $0 < n < 1$  (рис. 3). Тут на досліджуваному інтервалі знаходиться лише один резонанс внутрішнього опору  $Z_{екв}$  - при  $n=0.5$  в околі  $h/\lambda_1 = 0.25$ . Порівняння із графіками частотних характеристик  $X$  (рис. 2) приводить до висновку, що при  $n=0.15$  та  $n=0.3$  резонанс реактивної частини механічного опору  $Z_m$ , яка носить характер пружності, змістився в область більш високих частот – він знаходиться правіше досліджуваного інтервалу.

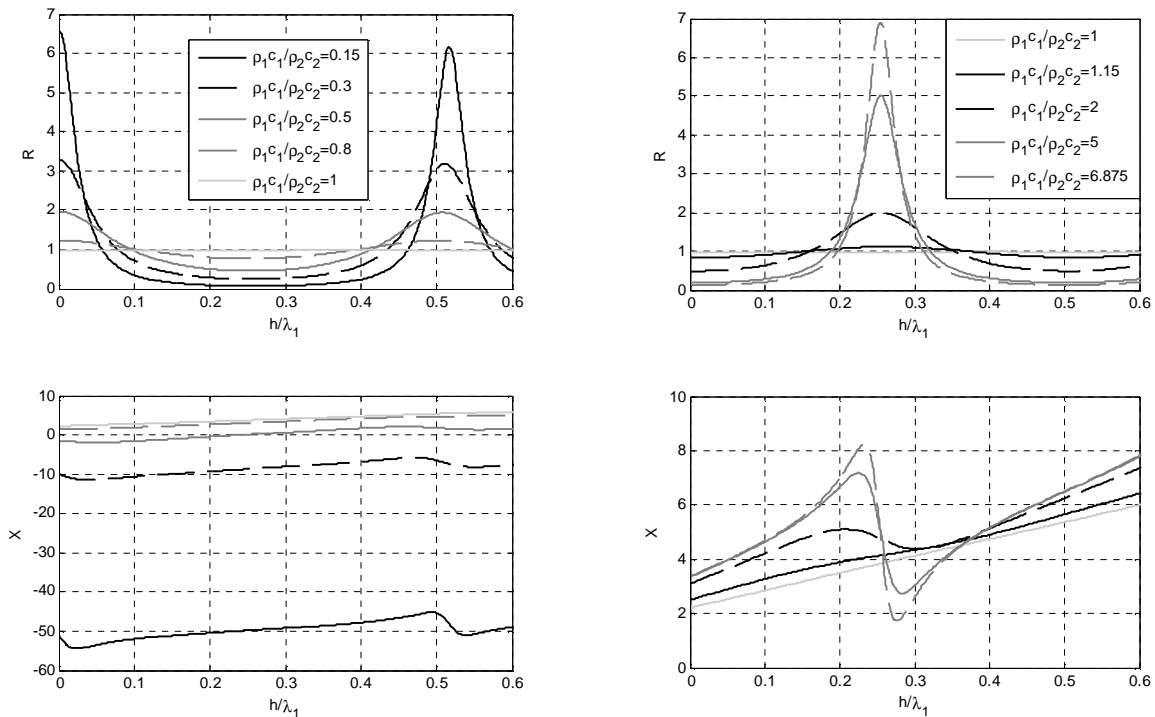


Рис. 3. Залежність складових опору випромінення перетворювача з перехідним шаром від хвильової товщини перехідного шару

При  $n=0.8$  реактивна частина опору  $Z_m$  має масовий характер – тому для такого відношення хвильових опорів резонанс системи «перетворювач – перехідний шар» змістився в область нижчих частот. Необхідно додати, що вплив резонансів опору випромінення проявляється найбільше при малих  $n$  – на найбільшому віддаленні від резонансу внутрішнього опору  $Z_{екв}$ .

Розглянемо залежності для  $n > 1$ . Видно, що в цьому випадку реактивна частина внутрішнього опору  $Z_{екв}$  носить характер маси для всіх значень  $n$  – резонанс системи «перетворювач – перехідний шар» знаходиться значно нижче досліджуваного інтервалу. Тому тут, на віддаленні від резонансу внутрішнього опору  $Z_{екв}$ , поведінку залежностей реактивної частини повного опору  $Z_m$  визначає резонансний характер опору випромінення перетворювача, описаний у роботі [1].

Цілком логічно, що вплив перехідного шару на звукове поле перетворювача в обох випадках нівелюється при  $n \rightarrow 1$ , тобто при наближенні хвильового опору матеріалу перехідного шару до хвильового опору робочого середовища.

Отже, підсумовуючи вищесказане, на основі результатів чисельного моделювання можна зробити наступний висновок: характер повного механічного опору перетворювача визначається резонансом коливальної системи «перетворювач-перехідний шар». На частотах, вищих цього

резонансу, превалюють резонанси опору випромінення перетворювача.

## Висновки

На прикладі п'єзокерамічного перетворювача, розміщеного в перехідному шарі, продемонстровано можливість розрахунку характеристик п'єзокерамічних перетворювачів методом еквівалентних схем з урахуванням зв'язаності трьох полів, які взаємодіють при випроміненні акустичної енергії – електричного, механічного та акустичного. Одержано аналітичні вирази, які описують звукові коливання, випромінювані перетворювачем з поперечним п'єзоелементом через перехідний шар кінцевих товщини та звукопрозорості. Отримані вирази враховують фізичні параметри всіх задіяних в процесі перетворення звукових полів, тіл і середовищ. Проаналізовано закономірності випромінювання звуку розглянутим перетворювачем в залежності від частоти коливань та від хвильової товщини шару.

## Література

1. Гринченко В.Т., Вовк І.В. Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках. – К.: Наук. думка, 1986. – 240 с.
2. Дідковський В.С., Лейко О.Г., Савін В.Г. Електроакустичні п'єзокерамічні перетворювачі (розрахунок, проектування, конструювання). Навчальний посібник. – Кіровоград: "Імекс-ЛТД", 2006. – 448 с.