

УДК: 534.3

Ю.А. Дидусенко, А.Г. Лейко, д-р техн. наук

Звуковое поле системы из двух цилиндрических пьезокерамических излучателей

Методом частичных областей с использованием расчетной модели пьезокерамических преобразователей в виде эквивалентных электромеханических схем решена задача об излучении звука системой из двух цилиндрических пьезокерамических преобразователей, представляющих собою бесконечные тонкие оболочки. Приведены результаты расчетов и выполнен их анализ.

The problem of sound emission by system of two cylindrical piezoelectric ceramic converters consisting of infinitely thin covers is solved. The partial spheres method applied to equivalent electromechanical schemes of the piezoelectric ceramic converters was used. The results of calculations are presented and analyzed.

Введение

Системы электроакустических преобразователей нашли широкое применение, как при выполнении биологических исследований различного вида, так и в медицинской практике [1]. Их особенностью является одновременное исполнение двух функций, а именно – функции преобразования электрического вида энергии в звуковую и функции формирования звукового поля в окружающем пространстве заданным образом. С точки зрения физики реализация первой функции основана на взаимодействии в каждом из преобразователей электрического, механического и акустического полей. Переход от одного преобразователя к системе при реализации второй функции приводит к возникновению нового физического эффекта – многократного обмена звуковыми волнами между элементами системы. Именно учет этих двух определяющих факторов при расчете звуковых полей систем электроакустических преобразователей и является сегодня одной из проблем модельного представления таких систем. Перечень литературы, посвященной рассмотрению этой проблемы, довольно полно представлен в работе [2].

Целью данной работы является получение аналитических соотношений, описывающих звуковые поля систем, образованных из двух цилиндрических пьезокерамических излучателей.

1. Постановка и решение задачи

Рассмотрим задачу об излучении звука системой из двух бесконечно длинных тонких цилиндрических пьезокерамических оболочек радиусами r_{cp_i} и толщинами h_i , $i = 1, 2$ (рис.1).

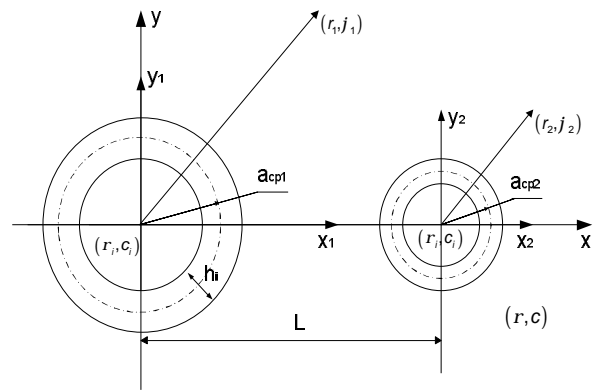


Рис. 1

Снаружи и внутри оболочек находятся жидкости с плотностями ρ и ρ_i и скоростями звука c и c_i , $i = 1, 2$. Продольные оси оболочек параллельны и отстоят друг от друга на расстоянии L так, что оболочки не пересекаются. Будем считать, что поверхности пьезокерамических оболочек электродированы и к обкладкам электродов приложены гармонические электрические сигналы $u_i = U_i e^{-j\omega t}$. В дальнейшем, полагая $h_i/r_{0i} \ll 1$, при описании движения оболочек будем использовать теорию Кирхгофа-Лява. Считая, что пьезокерамическая оболочка поляризована по толщине, на основании гипотез Кирхгофа-Лява и соотношений для пьезокерамических оболочек вращения [3] с учетом малости толщинной и осевой деформации колец, из которых образованы оболочки, уравнения вынужденных гармонических колебаний оболочек представим в виде:

$$\frac{d_{31_i} E_i}{r_{cp_i}^2 \rho_{k_i} S_{11_i}^E} + \frac{\Delta p_i}{\rho_{k_i} h_i} = \frac{1}{Q_{M_i} r_{cp_i}} \sqrt{\frac{1}{\rho_{k_i} S_{11_i}^E}} \cdot \frac{\partial \xi_i}{\partial t} + \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} + \frac{1}{r_{cp_i}^2 \rho_{k_i} S_{11_i}^E} \cdot \xi \quad (1)$$

где $\Delta p_i = p_{1i} - p_{2i}$ - разность давлений, действующих на каждую из оболочек снаружи и внутри; ξ_j - перемещение i -той оболочки в радиальном направлении;

Q_{M_i} , ρ_{k_i} , $S_{11_i}^E$, d_{31_i} - механическая добротность, плотность, модуль гибкости и пьезомодуль i -той оболочки. Упростим модельное представление электроакустического преобразователя, считая, что его внутренняя полость вакуумирована, и представим уравнение (1) в виде

$$m_i \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} + r_{мп_i} \frac{\partial \xi_i}{\partial t} + \frac{1}{c_{M_i}} \xi_i = \frac{d_{31_i} U_i}{r_{сп_i} S_{11_i}^E} + \Delta p_i, \quad (2)$$

где $m_i = \rho_{k_i} h_i$, $c_{M_i} = \frac{r_{сп_i}^2 S_{11_i}^E}{h_i}$ - масса и упругость

оболочки на единицу поверхности;

$$r_{мп_i} = \frac{\rho_{k_i} h_i}{Q_{M_i} r_{сп_i}} \sqrt{\frac{1}{\rho_{k_i} S_{11_i}^E}} = \frac{m_i \omega_{0i}}{Q_{M_i}}$$

- сопротивление механических потерь оболочки на единицу поверхности оболочки. Гармонический характер электрического возбуждения преобразователей системы при указанном выше электродировании оболочек обуславливает вынужденные колебания их на нулевой моде колебаний с колебательной скоростью, равной

$$v_{0i} = \frac{\partial \xi_i}{\partial t} = j\omega \xi_i = \left[\frac{d_{31_i}}{r_{сп_i} S_{11_i}^E} U_i + \Delta p_i \right] \times \left[r_{мп_i} + j \left(\omega m_{экв_i} - \frac{1}{\omega c_{экв_i}} \right) \right]^{-1}, \quad (3)$$

где $r_{мп_i} + j \left(\omega m_{экв_i} - \frac{1}{\omega c_{экв_i}} \right) = z_{экв_i}$ - механический импеданс оболочки i -го преобразователя, приходящийся на единицу высоты;

$r_{мп_i}$, $m_{экв_i}$, $c_{экв_i}$ - сопротивление механических потерь, эквивалентные масса и гибкость i -го преобразователя при его модельном представлении методом энергетических эквивалентов в виде эквивалентных электромеханических схем [4].

На поверхностях преобразователей должно выполняться условие равенства нормальных скоростей жидкостей и оболочек:

$$-v_{0i} \Big|_{r_i=r_{сп_i} \pm \frac{h_i}{2}} = \frac{1}{i\omega r_i} \frac{\partial p_i}{\partial r_i}, \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

Звуковые давления создаваемые как отдельными преобразователями, так и системой в целом удовлетворяют уравнению Гельмгольца

$$\nabla p^2 + k_0 p = 0, \quad \text{где } k_0 = \frac{\omega}{c_0}$$

для всех областей заполненных жидкостями.

Решение этого уравнения для системы преобразователей в принятых системах координат имеет вид:

$$p_{\Sigma}^{(r,\varphi)} = \sum_{i=1}^2 p_{1i}(r_i, \varphi_i). \quad (5)$$

При этом выражение для звуковых полей, формируемых каждым преобразователем, может быть представлено в виде:

$$p_{1i}(r_i, \varphi_i) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(i)} H_n^{(1)}(k_1, r_i) e^{in\varphi_i}, \quad (6)$$

где $A_n^{(i)}$ - неизвестные коэффициенты разложений, $H_n^{(1)}(k_1, r_i)$ - функция Ханкеля первого рода, k_1 - волновое число внешней среды. Для того, чтобы воспользоваться граничными условиями (3) и (4), необходимо записать все звуковые поля в системе координат одного цилиндра, граничные условия которого используются.

Перенос систем координат осуществляется с помощью теорем сложения для волновых цилиндрических функций [2]. Подстановка выражений (5) и (6) с учетом теорем сложения в соотношения (3) и (4) позволяет за счет полноты и ортогональности собственных угловых функций получить бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов разложений $A_n^{(i)}$ вида (7), где $q = -\infty, 0, +\infty$.

Бесконечная система линейных алгебраических уравнений разрешима методом редукции и является исходной для получения количественных данных об акустических свойствах систем излучателей и их составных элементов.

2. Результаты численных расчетов и их анализ

В качестве примера применения полученных соотношений на рис. 2 приведены угловые распределения амплитуд (кривые 1, 2) давлений на поверхности 1-го цилиндра (кривая 1) и в дальнем поле (кривая 2) системы преобразователей.

$$\left. \begin{aligned}
 & A_q^{(1)} + \frac{Z_{\text{экв}1}}{i c p \left(\frac{Z_{\text{экв}1}}{i c p} H_q^{(1)'}(k r_{01}) + H_q^{(1)}(k r_{01}) \right)} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^{(2)} H_{m-q}^{(1)}(k L) J_q'(k r_{01}) e^{i(m-q)\varphi_{21}} = \\
 & \frac{\int_0^{2\pi} n_1 U_1 e^{-i q \varphi_1} d\varphi_1}{\varepsilon_1 \left(\frac{Z_{\text{экв}1}}{i c p} H_q^{(1)'}(k r_{01}) + H_q^{(1)}(k r_{01}) \right)} \\
 & A_q^{(2)} + \frac{Z_{\text{экв}2}}{i c p \left(\frac{Z_{\text{экв}2}}{i c p} H_q^{(1)'}(k r_{02}) + H_q^{(1)}(k r_{02}) \right)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(1)} H_{n-q}^{(1)}(k L) J_q'(k r_{02}) e^{i(n-q)\varphi_{12}} = \\
 & \frac{\int_0^{2\pi} n_2 U_2 e^{-i q \varphi_2} d\varphi_2}{\varepsilon_2 \left(\frac{Z_{\text{экв}2}}{i c p} H_q^{(1)'}(k r_{02}) + H_q^{(1)}(k r_{02}) \right)}
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

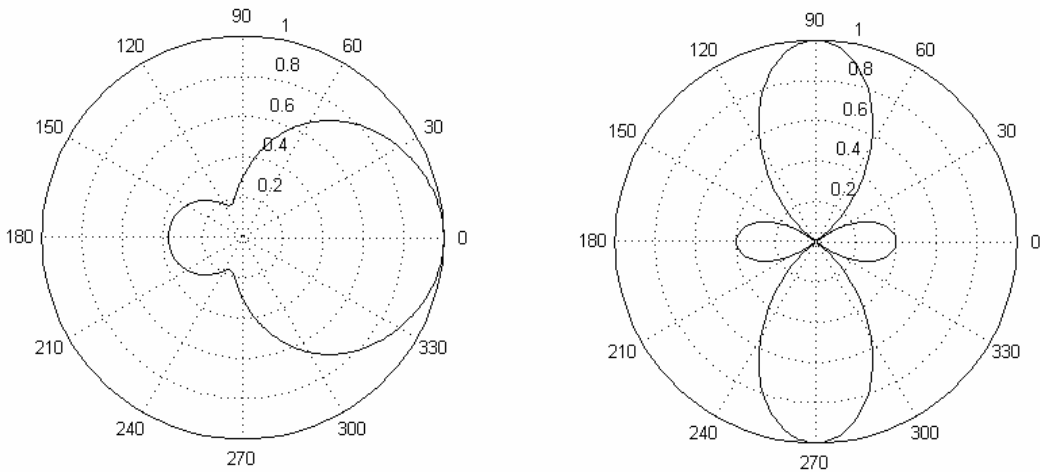


Рис. 2. Распределение амплитуд давлений

Кривые рис. 3 демонстрируют распределение нормальной составляющей колебательной скорости по поверхности 1-го излучателя.

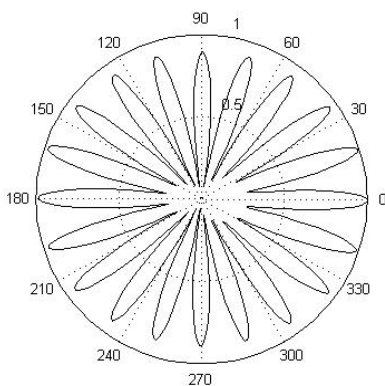


Рис. 3. Распределение нормальной составляющей колебательной скорости

Расчеты выполнялись для следующих параметров оболочек, системы и среды: пьезокерамика ЦТБС-3; $r_{cp1} = 0,0675 \text{ м}$, $t_i = 0,006 \text{ м}$, $i = 1,2$; $f = 7 \cdot 10^3 \text{ Гц}$, $U = 1 \text{ В}$; $L = 2r_{cp} + h + 0,1 = 0,135 \text{ м}$; среда – вода.

Анализ приведенных результатов свидетельствует о том, что переход в расчетных моделях преобразователей от задания и поддержания неизменной колебательной скорости на поверхностях преобразователей [2] к заданию и поддержанию неизменным электрического напряжения на электродах преобразователей приводит к изменению акустических свойств системы и преобразователей.

Действительно, как следует из сопоставления кривых рис. 3 с аналогичными кривыми работы [2], при возбуждении преобразователей на нулевой моде колебаний конечным значением

электрического напряжения U колебательная скорость преобразователей изменяется и становится существенно неоднородной. Причинами этого являются силы, возникающие в системе преобразователей вследствие появления в системе по сравнению с одиночным преобразователем нового физического эффекта – многократного рассеяния звуковых волн на элементах системы, и конечная величина электрической мощности, питающей преобразователи системы. В работе [2] в расчетной модели преобразователей предполагалось, что колебательная скорость их поверхностей является однородной и не зависит от действия внешних сил, что эквивалентно возбуждению преобразователей источниками безграничной мощности.

3. Выводы

Представленные материалы позволяют сделать вывод о том, что переход в расчетных моделях пьезокерамических преобразователей при работе их в составе системы от задания колебательной скорости к заданию электрическо-

го напряжения возбуждения, например, на основе эквивалентных электромеханических схем приводит к существенным отличиям в полученных расчетных результатах.

Литература

1. *Ультразвук*. Маленькая энциклопедия. Гл.ред. И.П. Голямина. – М.: «Советская энциклопедия», 1979. – 400с.
2. *Лейко А.Г., Шамарин Ю.Е., Ткаченко В.П.* Подводные акустические антенны. Методы расчета звуковых полей. – Киев, 2000. – 320с.
3. *Гринченко В.Т., Сенченко И.В.* Излучение звука частично экранированными пьезокерамическими оболочками //Прикл. Механика, 1982, т.18, №2.-с.15-21.
4. *Дідковський В.С., Лейко О.Г., Савін В.Г.* Електроакустичні п'єзокерамічні перетворювачі. Навчальний посібник. – Кіровоград: «Імекс-ЛТД», 2006. – 448с.