УДК 621.385

Т.А. Саурова

Приближенная аналитическая нелинейная теория многолучевой автофазной лампы бегущей волны с переменной фазовой скоростью

Построена аналитическая нелинейная теория многолучевой автофазной лампы бегущей волны и проведен на ее основе анализ устойчивости захвата электронных сгустков полем электромагнитной волны при изменении фазовой скорости замедляющей системы. Получена зависимость отношения эквивалентного поля к амплитуде бегущей волны от фазовой ширины захваченного сгустка осцилляторов.

The analytical nonlinear theory of the multi-ray auto-phase traveling-wave tube is developed. The stability analysis of the electron bunch trapping by the electromagnetic field under change of the breaking system speed is executed. A ratio of the equivalent field and the magnitude of the traveling wave analytical vs. width of the trapped electron bunch is derived.

Введение

В работе [1] была предложена многолучевая автофазная лампа бегущей волны (МАЛБВ). Применение в лампе бегущей волны О-типа электронного потока, состоящего из нескольких пучков, каждый из которых движется в отдельном пролетном канале, позволяет существенно снизить рабочее напряжение и увеличить первеанс потока.

Данная работа посвящена построению приближенной адиабатической нелинейной теории МАЛБВ с переменной фазовой скоростью.

1. Исходные положения

Исходные уравнения МАЛБВ были получены в статье [1].

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{h_0}\frac{dX}{dt}\right)-\frac{1}{h_0}\left(\frac{dX}{dt}\right)\cdot\frac{d}{dz}\left(\frac{\omega}{h_0}\right)= =\eta\left[E\sin X-\frac{d}{dz}\left(\frac{(\omega/h_0)^2}{2\eta}\right)\right], \quad (1)$$

где t – время, h_0 – постоянная распространения волны ($h_0 = \omega/v_ф$), ω – круговая частота сигнала, $v_ф = v_ф(z)$ – фазовая скорость (медленно изменяющаяся функция от z), z – продольная длина, переменная $X = \omega t - \int h_0 dz$, $\eta = e/m_0$ – отношение заряда электрона к его массе покоя, $E = |\dot{E}|$ ($\dot{E}$ – комплексная амплитуда сигнала).

В предположении, что фазовая скорость изменяется адиабатически вдоль длины z и величина $\left|\frac{E_э}{\omega}\cdot\frac{\Omega}{E}\right| << 1$, исходная система уравнений записывается так:

$$\frac{d^2X}{dt^2}+\eta h_0\left\{\mathrm{Re}\left(-j\dot{E}e^{jX}\right)+E_э\right\}=0 \quad (2)$$

$$E^2 = E_0^2 + 2RI_0\int_0^z E_э dz, \quad (3)$$

где $\Omega^2 = \eta h_0 E$, $E_э = -\frac{d}{dz}\left(\frac{\omega^2}{2\eta h_0^2}\right)$, E_0 – начальное (при z=0) значение E, $R = E^2/2P$ – параметр связи, P – мощность, проходящая через поперечное сечение волновода,

$I_0 = \sum_{i=1}^{N} I_i$ (I_i –ток i -того луча)– полный ток всех лучей.

Так как процесс движения осцилляторов является адиабатическим, то задачу можно решить при помощи теории адиабатических инвариантов колебательного движения. Для этого уравнение (2) необходимо заменить уравнением

$$\frac{\partial^2X}{\partial t^2}+\eta h_0\left\{\mathrm{Re}\left(-j\dot{E}e^{jX}\right)+E_э\right\}=0, \quad (4)$$

где частная производная по t указывает на то, что интегрирование уравнения необходимо производить при постоянном значении z (т.е. при постоянных $\dot{E}$ и $E_э$). Из всей совокупности решений уравнения (4) необходимо выбрать только такие, которые удовлетворяют условию адиабатической инвариантности

$$\int_0^{T_e(z)}\left(\frac{\partial X}{\partial t}\right)_z^2 dt = \int_0^{T_e(0)}\left(\frac{\partial X}{\partial t}\right)_0^2 dt. \quad (5)$$

Здесь $T_e(z)$ – период колебания осциллятора (медленно меняющаяся функция от z). Фазовая координата осциллятора (X) является периодической функцией от t , т.е.

$$X(z,t) = X_0(z) - \arg\dot{E}(z) + q(z)\sin\Omega(z)\cdot t + \ldots \quad (6)$$

Здесь q – амплитуда осциллятора, X_0, $\Omega = \frac{2\pi}{T_e}$, $\arg\dot{E}$ – медленно меняющиеся функции от z. Подставляя (6) в (5) и ограничиваясь двумя членами разложения, получаем следующую упрощенную систему уравнений для X_0 и q :

$$\Omega^2 q = -2\operatorname{Re} E\, J_1(q)e^{jX_0}\,\eta h_0, \quad (7)$$

$$E_э = \operatorname{Im} E\, J_0(q)e^{jX_0}, \quad (8)$$

где $J_1(q)$, $J_0(q)$ – функции Бесселя.

Условие (5) принимает вид:

$$q^2\Omega = q_0^2\Omega_0, \quad (9)$$

где q_0, Ω_0 – начальные значения q , Ω .

Соотношения (3) – (9) и являются исходными для дальнейшего рассмотрения.

2. Переход к безразмерным параметрам

В теории автофазной ЛБВ используются следующие безразмерные переменные [3]:

$b = \frac{h_0 - \beta_e}{C\beta_e}$ – параметтрир несинхронности;

$b1 = b + g/C$;

$\beta_e = \frac{\omega}{v_e}$, $v_e = \sqrt{2\eta U_0}$, U_0 –ускоряющее напряжение;

$C = \left[\frac{I_0 R_n}{4U_0\beta_e^2}\right]^{1/3}$ – параметр усиления;

$g = \frac{\eta B}{2\omega} = \frac{\omega_c}{2\omega}$ – параметр магнитного поля;

$x = C\beta_e z$ – безразмерная длина;

$d = \frac{\alpha}{C\beta_e}$ – параметр затухания;

$\dot{F}$ – безразмерная амплитуда синхронной волны в ЗС;

$$F = \left|\dot{F}\right| = \frac{\eta}{\omega v_e C^2}E;$$

$F_э = -\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2C}\left(\frac{1-g}{1+Cb}\right)^2\right]$ – безразмерное значение эквивалентного статического поля.

Уравнения (3) – (9) принимают в безразмерных переменных следующий вид:

$$F^2 - F_0^2 = 4\int_0^x F_э dx, \quad (10)$$

$$X(z,t) = X_0(z) - \arg\dot{F}(z) + q(z)\sin\Omega_1(z)\omega t + \ldots,$$

$$(\Omega_1 = \Omega/\omega), \quad (11)$$

$$\Omega_1^2 q = -2C^2(1+Cb)\operatorname{Re} F\, J_1(q)e^{jX_0}, \quad (12)$$

$$F_э = \operatorname{Im} F\, J_0(q)e^{jX_0}, \quad (13)$$

$$q^2\Omega_1 = q_0^2\Omega_1(0). \quad (14)$$

Уравнения (12) и (13) могут быть записаны в виде одного комплексного:

$$F\, e^{jX_0} = j\frac{F_э}{J_0(q)} - \frac{\Omega_1^{\ 2} q}{2J_1(q)C^2(1+Cb)}. \quad (15)$$

Уравнения (10), (14), (15) связывают между собой величины F, q , X_0, Ω_1 и $F_э$. Если задать $F_э(z)$, то из этой системы уравнений можно определить амплитуду бегущей волны $F(z)$, а, следовательно, описать процесс усиления сигнала. Возмущенная фаза бегущей волны ($\arg\dot{F}(z)$) из полученных уравнений не может быть вычислена (это естественно, так как уравнение (9) является неполным уравнением поля, описывающим только модуль $\left|\dot{F}\right| = F$); она, однако, не входит в уравнения (10), (14), (15), т.е. не влияет на энергетические характеристики распределенной системы (для определения возмущенной фазы поля $\dot{F}$ необходимо было бы записать строгое уравнение возбуждения).

3. Анализ условий устойчивости сгустка осцилляторов

Зависимость $F_э(z)$ не может быть выбрана произвольной; при превышении $|F_э|$ по сравнению с некоторым предельным значением этой величины происходит нарушение устойчивости движения осцилляторов и разрушение сгустка; чтобы определить это предельное значение проведем следующий анализ. Из (9) имеем:

$$\Omega^4 = \left(\frac{2FC^2(1+Cb)}{q}J_1(q)\right)^2\left[1 - \left(\frac{F_э}{F\,J_0(q)}\right)^2\right]. \quad (15)$$

Условие устойчивого движения осцилляторов запишется как $\Omega^2 > 0$ (условие финитности движения осциллятора в потенциальной яме), т.е. Ω – действительная величина. Тогда первое условие устойчивости имеет вид:

$$\frac{|F_э|}{F} \langle J_0(q). \quad (16)$$

Неравенство (16) накладывает ограничения на предельно допустимые значения $|F_э|$ в каждой точке вдоль оси z. Существенно, что это условие не зависит от X_0.

Для обеспечения устойчивого состояния сгустка осцилляторов необходимо, чтобы максимальная амплитуда осцилляторов (q) была меньше величины 2,4 (первый нуль $J_0(q)$, так как в противном случае при $F_э \neq 0$ по крайней мере часть осцилляторов выйдет из потенциальной ямы (т.е. покинет сгусток), так как для них условие (16) не будет выполнено. Так как при $q < 2{,}4$ $J_1(q) > 0$, то из (12), ввиду условия $\Omega^2 > 0$, дополнительно следует (второе условие устойчивости)

$$\cos X_0 < 0, \; X_0 = \pi - \Psi, \tag{17}$$

$$\sin\Psi = \frac{F_э}{F\,J_0(q)}, \tag{18}$$

т.е. захват сгустка возможен только в том случае, когда он расположен во времени на участке между максимумом и минимумом внешнего ВЧ-поля (т.е. на переходе из ускоряющей фазы поля в тормозящую).

При $q < 2{,}4$ $J_0(q)$ является монотонно убывающей функцией, поэтому условие устойчивого состояния сгустка обеспечивается при выполнении (12) для осциллятора с наибольшей амплитудой (остальные осцилляторы находятся в более благоприятных условиях с точки зрения устойчивости движения), т.е. условие устойчивости сгустка электронов в распределенной системе записывается так:

$$\frac{|F_э|}{F} < J_0\left(\frac{\Delta}{2}\right), \; \left(\frac{\Delta}{2} < 2{,}4\right), \tag{19}$$

где $\Delta(z)$ – фазовая ширина сгустка.

Анализ соотношения (15) позволяет сделать следующие выводы:

1. Для устойчивого движения сгустка необходимо, чтобы фазовая ширина сгустка (Δ) была меньше 4,8 радиана во всех точках вдоль оси z (в том числе и на входе, $z = 0$); абсолютная величина напряженности эквивалентного электрического поля должна быть меньше амплитуды продольной составляющей напряженности электрического поля электромагнитной волны (тем меньше, чем больше фазовая ширина сгустка).

2. Эффективность преобразования энергии тем выше, чем меньше фазовая ширина сгустка на входе.

Выводы

Получено приближенное аналитическое решение нелинейной задачи для многолучевой автофазной ЛБВ с переменной фазовой скоростью в безразмерных параметрах, которые могут быть использованы для оценки устойчивости сгустка осциллятора и для приближенного расчета его фазовой ширины, что необходимо учитывать при эскизном проектировании такого прибора.

Литература

1. *Белявский Е.Д.,* Саурова Т.А. Многолучевая автофазная лампа бегущей волны. // «Электроника и связь», т.26, 2007, с.13.
2. *Саурова Т.А.* Адиабатическая нелинейная теория многолучевой автофазной лампы бегущей волны с переменной фазовой скоростью. // «Электроника и связь», теметический выпуск «Проблемы электроники» ч.1, 2008, с.114-115.
3. *Васютин В.Д.*, Гасанов Л.Г., Кожушный В.А., Перекупко В.А. Экспериментальное исследование замедляющих систем для многолучевых приборов О-типа // Тезы доклада на 21 Украинской республиканской научно-технической конференции общества им. А.С.Попова (8-10 сентября 1972г.) Киев, с. 31-32.