

УДК 534.012:534.113

С.А. Козерук, канд. физ.-мат. наук

К вопросу об акустическом контроле физико-механических характеристик стержневых изделий

В статье рассмотрен подход к решению задачи акустического контроля механических характеристик стержневых изделий. Приведено решение уравнения продольных колебаний стержня при импульсном торцевом возбуждении. Представлены сравнительные результаты физического и модельного эксперимента по исследованию временных и спектральных характеристик торцевых колебаний бетонной балки. Даны рекомендации по практическому применению результатов работы при определении дефектности изделия и оценке упругих характеристик.

Object of research are characteristics of one-dimensional ferro-concrete constructions. The purpose of this work is an improvement of acoustic integrated methods of non-destructive control of one-dimensional ferro-concrete constructions, receipt of analytical expressions of fluctuations of these designs and their analysis.

Введение

В последнее время широкое применение приобрел акустический метод неразрушающего контроля, основанный на измерении частот свободных колебаний изделия и величины потерь [1-3]. Метод позволяет рассчитать динамический модуль упругости и затухание в материале объекта контроля, оценить его зернистость, трещиноватость и прочность. Связь между параметрами колебаний и физико-механическими характеристиками материала зависит в первую очередь от формы и размеров контролируемых изделий. Для сложных конструкций эмпирическим путем устанавливается связь между частотами свободных колебаний и упругими характеристиками материала, вводятся корреляционные зависимости прочности и скорости звука. Для ряда простых конструкций (стержней, дисков) имеются аналитические зависимости для описания спектра низких частот [4-6]. Целью данной работы является усовершенствование метода частот свободных колебаний для контроля структуры бетонных одномерных изделий и определения вязкоупругих характеристик материала.

Постановка задачи и решение

ГОСТ 23829-85 определяет метод частот свободных колебаний как метод акустического неразрушающего контроля, основанный на возбуждении свободно затухающих упругих колебаний в объекте контроля или его части и анализе параметров этих колебаний [7]. Затухающие колебания характеризуются временными и спектральными характеристиками, которые позволяют для простых форм объекта (балка, колонна, свая) рассчитать его размеры, упругие параметры и прочность. Возбуждение продольных колебаний в объекте контроля осуществляют механическим способом, например ударом по торцу. В связи с этим возникает необходимость построения математической модели адекватно отображающей поведение объекта контроля. Подбирая параметры модели можно добиться совпадения результатов модельных и физических исследований. Найденные параметры и есть искомым результатом решения поставленной задачи.

Рассмотрим стержень длиной l , диаметром d ($l \gg d$) (рис. 1).

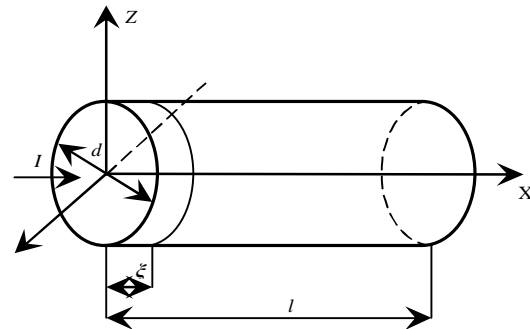


Рис. 1. Схема постановки задачи

Материал стержня характеризуется модулем упругости E , плотностью ρ_0 и коэффициентом потерь δ . Скорость распространения продольных

волн $c = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}$. Продольные перемещения

стержня $u(x, t)$ являются функцией времени t и осевого расстояния x . Концы стержня свободны, напряжения на концах стержня отсутствуют:

$$\frac{\partial u(0, t)}{\partial x} = 0; \frac{\partial u(l, t)}{\partial x} = 0. \quad (1)$$

В начальный момент времени ($t=0$) продольные перемещения $(u)_{t=0} = 0$. К торцу прикладывается импульсная нагрузка I , которая вначале действует в локальной зоне протяженностью ξ по всему сечению стержня.

Согласно закону сохранения количества движения, импульс переданный торцу стержня ($x=0$): $I = \delta p v_0$, где v_0 - начальная скорость продольных перемещений. Тогда запишем начальные условия:

$$u(x,0) = 0; \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \begin{cases} v_0, & x \in \xi, \\ 0, & x \notin \xi. \end{cases} \quad (2)$$

Уравнение продольных колебаний стержня с учетом потерь имеет вид[8]:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -2\delta \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (3)$$

Решение ищем методом разделения переменных $u(x,t) = X(x)T(t)$.

$$X(x) = C \cdot \sin(kx) + D \cdot \cos(kx);$$

$$T(t) = [A \cdot \cos(\omega t) + B \cdot \sin(\omega t)] \cdot e^{-\delta t}; \quad \omega = \sqrt{(\omega^2 - \delta^2)},$$

где $\omega, \bar{\omega}$ - резонансные частоты стержня без потерь и с учетом потерь соответственно; A, B, C, D – постоянные, определяемые из начальных и граничных условий. Учитывая граничные условия (1) находим моды и частоты продольных колебаний стержня без потерь:

$$X_n(x) = D_n \cos(k_n x) = D_n \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right), \quad (4)$$

$$k_n = \frac{\omega_n}{c}; \quad \omega_n = \frac{n\pi c}{l}; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Решение волнового уравнения (3) для формы колебания с номером n примет вид:

$$u_n(x,t) = \cos(k_n x) \cdot [A_n \cos(\sqrt{\omega_n^2 - \delta_n^2} t) + B_n \sin(\sqrt{\omega_n^2 - \delta_n^2} t)] \cdot e^{-\delta_n t}$$

Коэффициенты A_n, B_n находятся из начальных условий (2), используя свойство ортогональности функций. Т.к. смещение в начальный момент равно 0, то все коэффициенты $A_n = 0$. Для нахождения коэффициентов B_n проведем следующие преобразования второго начального условия:

$$B_n \sqrt{\omega_n^2 - \delta_n^2} = \frac{2}{l} \int_0^l v_0 \cos(k_n x) dx = \frac{2v_0 \xi}{l} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{l} \xi\right)}{\frac{n\pi}{l} \xi};$$

Для малых значений ξ находим:

$$B_n = \frac{1}{\sqrt{\omega_n^2 - \delta_n^2}} \frac{2v_0 \xi}{l}$$

Запишем искомое решение уравнения (3):

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\omega_n^2 - \delta_n^2}} \frac{2v_0 \xi}{l} \cos(k_n x) \cdot \sin(\sqrt{\omega_n^2 - \delta_n^2} t) \cdot e^{-\delta_n t}, \quad (5)$$

$$k_n = \frac{\sqrt{\omega_n^2 - \delta_n^2}}{c}$$

Физический эксперимент

Рассмотрим возможность применения полученного решения для оценки структуры и определения физико-механических характеристик бетонной балки квадратного сечения со стороной 0.3м и длиной 9.2м. Балка расположена горизонтально. Схема эксперимента приведена на рис.2.

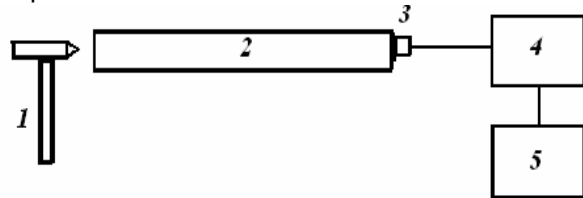


Рис. 2. Схема эксперимента: 1 – ударный молоток; 2 – бетонная балка; 3 – микрофон; 4 – анализатор спектра; 5 – компьютер

По балке 2 наносился короткий удар молотком 1. Свободные колебания балки регистрировались акселерометром 3, обрабатывались узкополосным спектральным анализатором 4 (A17-U2), который подключается по интерфейсу USB 2.0 к компьютеру с установленным программным пакетом ZETLab. Программный пакет обеспечивал режим осциллографа (рис.3) и спектрального анализатора (рис.4) одновременно.

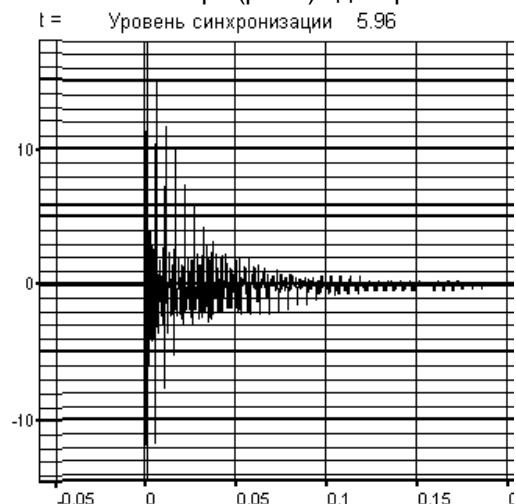


Рис. 3. Осциллограмма колебаний торца балки

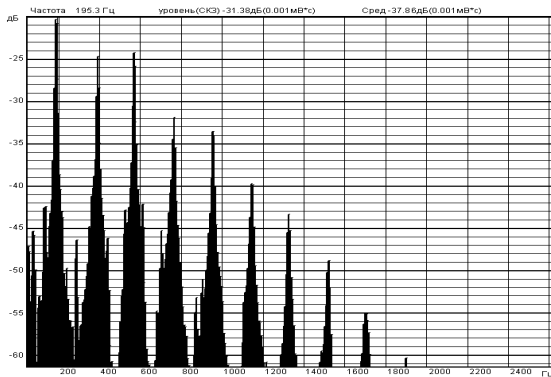


Рис. 4. Спектр колебаний

По частоте первой моды продольных колебаний ($f_1 = 195 \text{ Гц}$), определялась скорость звука в бетонной балке:

$$c = 2f_1 l = 3588 \text{ м/с}.$$

Подставив в решение для продольных колебаний(5), параметры балки полученные экспериментально, варьируя коэффициентом затухания, были получены временные(рис.5) и спектральные(рис.6) характеристики колебаний .

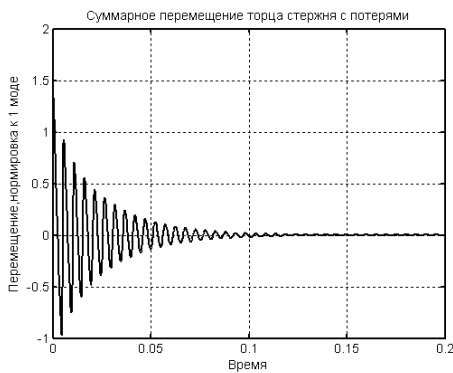


Рис. 5. Осциллограмма свободных колебаний

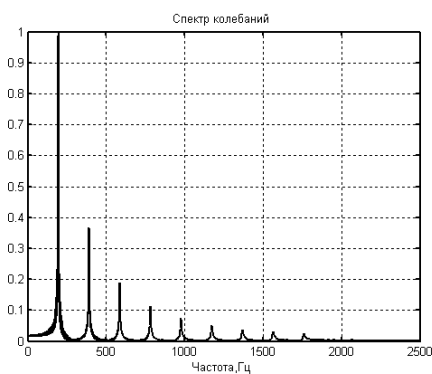


Рис. 6. Модуль спектра колебаний

Продольные перемещения торца балки с дефектами существенно отличаются от перемещений без них. Наличие трещин приводит к расщеплению спектральных компонент, более быстрому затуханию свободных колебаний. Результаты математического моделирования продольных колебаний конца балки качественно совпадают с результатами эксперимента. Можно утверждать, что балка не имеет трещин, структу-

ра балки однородна, т.к. спектральные характеристики, полученные расчетным путем и экспериментально, качественно совпадают.

Определив по спектру (рис.4) частоты первых трех модальных компонент ($f_1 = 195 \text{ Гц}; f_2 = 387 \text{ Гц}; f_3 = 580 \text{ Гц}$), был рассчитан модуль упругости бетона с плотностью $\rho_0 = 2500 \text{ кг/м}^3$ по известной формуле:

$$E = \frac{4}{n^2} \cdot l^2 \cdot f_n^2 \cdot \rho_0,$$

$$f_n = \omega_n / 2\pi i.$$

$$E_1 = 3,22 \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2};$$

$$E_2 = 3,17 \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2};$$

$$E_2 = 3,16 \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$

Полученный результат характеризует бетон по классу В25[9].

Коэффициент потерь δ_n связан с модальной добротностью θ_n известным соотношением:

$$\delta_n = \frac{\varpi_n}{2\theta_n} = \frac{\Delta\varpi_n}{2} = \pi\Delta f_n,$$

где Δf_n -эффективная полоса частот n -ой моды колебаний с учетом потерь .В нашем случае расчетные значения коэффициента потерь для первых трех мод колебаний составили: $\delta_1 = 23 \text{ с}^{-1}; \delta_2 = 16 \text{ с}^{-1}; \delta_3 = 20 \text{ с}^{-1}$.

Выводы

Основываясь на методе частот свободных колебаний, применяемом для контроля бетонных одномерных изделий (балок, свай), была построена математическая модель, отображающая поведение стержня при ударном возбуждении продольных колебаний. Варьируя параметрами в выражении (5) получено качественное совпадение временных и спектральных характеристик математической модели и физического эксперимента. Подобранные параметры использовались для оценки физико-механических характеристик материала изделия. По результатам физического и модельного исследования бетонной балки установлено, что балка не имеет трещин, структура балки однородна. Один из найденных параметров - модуль упругости бетона, соответствует нормативному значению для бетонных конструкций. Результаты расчетов коэффициента потерь могут быть использованы для оценки структуры изделия, определения зернистости материала, наличия трещин.

Литература

1. *Ермолов И.Н., Останин Ю.Я.* Методы и средства неразрушающего контроля качества. — М.: Высшая школа, 1988. — 388 с.
2. *Московенко И. Б.* Метод свободных колебаний – самый древний метод акустического контроля.// Журнал "В мире неразрушающего контроля", 1998, №2.
3. *ГОСТ 23829-85* «Контроль неразрушающий акустический. Термины и определения».
4. *Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У.* Колебания в инженерном деле. — М.: Машиностроение, 1985. — 472 с.
5. *Кандидов В.П., Капцов Л.Н., Харламов А.А.* Решение и анализ задач линейной теории колебаний.- М.: М. универ., 1976. — 272с
6. *Грінченко В.Т., Дідковський В.С., Маципура В.Т.* Теоретичні основи акустики. Навч.посібник. — К.: ІЗМН, 1998. — 376с.
7. *ГОСТ 23829-85* «Контроль неразрушающий акустический. Термины и определения».
8. *Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний. — М.: Наука, 1964. — 440 с.8. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий. Справочник. В2-х кн.Под ред В.В.Клюева.Кн.2.- М.: Машиностроение, 1976. —326 с.
9. *СНиП 2.03.01-84** .Бетонные и железобетонные конструкции. Строительные нормы и правила.