УДК 534.3 А.В. Коржик, канд. техн. наук

Применение метода сквозной задачи к исследованию амплитудно-частотных зависимостей характеристик акустического поля приемного цилиндрического пьезокерамического преобразователя с разрезными электродами

С использованием метода «сквозной задачи» рассмотрены амплитудные зависимости от частоты семейства составляющих акустического поля приемного цилиндрического кругового электроупругого преобразователя с разрезными электродами в условиях симметричного электрического нагружения. Рассчитаны и описаны амплитудные и фазовые распределения полного поля давления по поверхности одиночного преобразователя с учетом связанности колебаний.

In a boundaries of hydro - electroelastics tasks the AFCh for acoustic field of piezoelectric cylindrical transducer - reciver with disconnect electrodes are calculated and described. The solution are obtained for symmetrical electrical conditions. The modes structure and modes AFCh and FFCh of acoustic field is detected and described.

Введение

Сохранившаяся до сегодняшних дней некоторая условность в вопросах задания граничных условий на поверхности приемных акустических цилиндрических преобразователей не позволяет в полной мере представить процесс формирования механических полей преобразователей с учетом реальных распределений по его поверхности акустических возмущений. Отметим то, что правильное описание угловых распределений амплитуд и фаз акустических давлений и колебательных скоростей в широкой полосе частот является залогом понимания закономерностей перемещений точек поверхности преобразователя. А это, в свою очередь, наряду с учетом вида электродирования поверхности преобразователя определяет выходные сигналы на нагрузках электродов. В связи с этим, предлагаемая работа представляется актуальной и полезной для многих разделов современной акустики.

При рассмотрении предложенной проблемы, удобно использовать достаточно развитый на сегодня класс задач стационарной гидроэлектроупругости, получивших для режимов приема и излучения звука название "сквозные задачи". Таким образом, постановки задач указанного класса (работы [1-3]) не требуют особого доопределения и могут быть использованы в готовом виде (например, [2]).

Следует также упомянуть о сложности определения особенностей акустических полей (представленных в виде давлений на поверхности), которые проявляются при учете связанности колебаний, происходящих в рассматриваемых системах вида "среда - преобразователь электрическая нагрузка". Предлагаемый инструмент в виде "сквозной задачи" позволит оценить поведение преобразователя как многорезонансной системы рассеяния, определить характерные особенности распределений давления по поверхности электроупругого рассеивателя и дать предварительный прогноз относительно характера перемещений почек поверхности преобразователя под влиянием указанных распределений в широкой полосе частот для конкретного вида электродирования и электрического нагружения электродов преобразователя.

Постановка и решение задачи

Для оценки акустических и механических полей преобразователя привлечены геометрия и постановка задачи, приведенные в работах [2;3]. В соответствии с основными положениями указанных работ в части используемых моделей среды, преобразователей, вида электродирования, а также результатами работ [4 - 6], определению подлежат:

– полное поле на поверхности преобразователя

$$p_{\Sigma} = (p_0 + p')_{r_{S} = r_{0S}}$$

где: *p*₀ - давление в поле падающей волны;

p' - рассеянное поле; *r*_s - расстояние от центра s-го преобразователя до некоторой точки наблюдения; *r*_{0s} - радиус s-го преобразователя.

При этом для одиночного (s=1) преобразователя исследуется:

 модовый состав и частотные зависимости амплитуд *p_n* и фаз Ψ_{pn} некоторых форм полного поля давления на поверхности одиночного преобразователя;

- частотные зависимости амплитуд *p*_{max} акустически освещенной области и амплитудные угловые распределения рассеянного поля *p*'(φ_s);
- вопросы формирования суммарного поля давления *p*_Σ и его амплитудные и фазовые распределение по поверхности преобразователя *p*_Σ(φ_S), Ψ_{*p*Σ}(φ_S);

В рамках указанных постановок и способа решения «сквозной задачи» приема [1 - 3], рассматриваются результаты решения уравнения Гельмгольца относительно потенциала звукового поля $\Phi = \Phi_{\Sigma}$ для одиночного цилиндрического бесконечного по длине пьезокерамического преобразователя, представленного , основываясь на гипотезах Кирхгофа – Лява, тонкостенной электродированной оболочкой. Преобразователь помещен в водную среду с плотностью ρ_0

и скоростью звука *с*₀.

При использовании условий связи потенциала и давления:

$$p(r_{\mathbf{S}}; \varphi_{\mathbf{S}}) = \rho_0 \frac{\partial \Phi(r_{\mathbf{S}}; \varphi_{\mathbf{S}})}{\partial t}, \qquad (1)$$

условий сопряжения на поверхности преобразователя

$$\frac{\partial W_{\Sigma}}{\partial t} = -\frac{\partial \Phi}{\partial r_{S}} = \frac{1}{i\omega\rho_{0}} \frac{\partial p_{\Sigma}(r_{S};\varphi_{S})}{\partial r_{S}} \bigg|_{r_{S}=r_{0S}}, \quad (2)$$

для s-ой (s=1) оболочки радиуса r_{0s} , текущего угла φ_s и электрических граничных условий по току I_n^s и напряжению U_{H}^s

$$\int_{S} D_{n}^{S} dS = \int_{S} \frac{\partial D_{n}^{S}}{\partial t} dS = \frac{U_{H}^{S}}{Z_{H}^{S}} = I_{n}^{S}; \qquad (3)$$

$$U_{H}^{s} = \int_{-\frac{h_{0s}}{2}}^{\frac{h_{0s}}{2}} E_{Zs}^{0} dh_{0s}; \qquad (4)$$

задача сводится к отысканию неизвестных коэффициентов разложений $A_n^{(s)}$ для акустических полей [1 - 3]. Обозначения в соотношениях (1) - (4) соответствуют обозначениям, приведенным в работе [4]. После отыскания неизвестных коэффициентов разложений полей $A_n^{(s)}$ для одиночного преобразователя и исключения длинной линии, отыскиваются амплитуды и фазы полного поля давлений и его составляющих с использованием соотношения:

$$p_{\Sigma} = p(r_{s}; \varphi_{s})|_{r_{s}=r_{0s}} = p_{0} + \sum_{n} A_{n}^{(s)} H_{n}^{(1)} (kr_{0s}) e^{in\varphi_{s}},$$

-\infty < n < \infty

Условия проведения расчетов и основные результаты

Расчеты проводились для одиночного кругового цилиндрического пьезокерамического преобразователя, выполненного из пьезоматериала ЦТБС-3 с диаметром $d_{os} = 2r_{os} = 2a = 135 \cdot 10^{-3}$ м и толщиной стенки $h_{os} = 6 \cdot 10^{-3}$ м, который размещен в однородной идеальной малосжимаемой жидкости. На внутреннюю и внешнюю поверхности преобразователя симметрично нанесены две пары электродов с углами раскрыва $2|\gamma_{os}| = 2|\gamma_{os}'| = \pm 90^0$ каждая. Текущий угол ϕ_{s} изменялся в пределах $\phi_{s} \in [0; 2\pi]$. Предполагалось, что каждая пара электродов нагружена на свою отдельную электрическую нагрузку $Z_{\rm H}^{\rm sm} = \frac{Z^{\rm sm}}{Z_{\rm O}} = 1000$, представляющую собой активное сопротивление, приведенное к единице длины оболочки - преобразователя. Угол падения плоской волны α , выбирался как $\alpha = 0^{\circ}$. Протяженность кабельной линии «электроднагрузка» - не учитывалась.

Рассмотрение количества собственных форм колебаний n = 0;1;2;3;4, обуславливает исследования в частотном диапазоне - не менее чем от 2 кГц до 40 кГц, что составляет, соответственно, диапазон волновых размеров преобразователя ка = (0.5-10.0). При этом, значения собственных частот резонансов форм колебаний составляли: для нулевой моды *f*₀ = 8,2 кГц, для первой И второй $f_{01} = 11,65$ кГц и $f_{02} = 18,8$ кГц соответственно, для третьей f₀₃ = 27.25 кГц и четвертой f₀₄ = 35,6 кГц. Количество членов ряда-разложения Ν определялось соотношением N≥ 2.0 · ka [7] и составило ±11, что обеспечило сходимость не хуже 1%.

В результате проведенных расчетов были получены диаграммы нормированных значений угловых распределений амплитуд $\frac{p_{\Sigma}(\phi_{s})}{p_{0}}$,

 $rac{m{
ho}'(m{\phi}_{s})}{m{
ho}_{0}}$ и фаз $\Psi_{m{
ho}\Sigma}(m{\phi}_{s})$ давлений полного поля

(рис.1 и рис.2), частотная зависимость нормированных максимальных значений давлений



Рис.1. Нормированные угловые распределения давлений по поверхности электроупругого преобразователя для : а) кривые 1-4 приведены для полного поля для частот, отличных от частот резонансов собственных форм; кривые 5 и 6 – приведены для рассеянного поля (при ka=2,3 возбуждение происходит на частоте $f_0 = f_{00}$); б) кривые 1-5 приведены для полного поля для частот, совпадающих с частотами резонансов собственных форм f_{00} ; f_{01} ; f_{02} ; f_{03} ; f_{04} ;, соответственно.



Рис. 2. Угловые распределения фаз полного поля по поверхности преобразователя для ka ∈ [0,5;10]

 $\frac{\rho_{\max}(f)}{\rho_0}$ во фронтальной области рассеивателя (рис.3), а также нормированные АЧХ модовых составляющих поля давления $\frac{\rho_n(f)}{\rho_0}$, ФЧХ модовых составляющих поля давления $\Psi_{pn}(f)$ (рис.4 и рис.5 соответственно), для оговоренной полосы частот и волновых размеров. Все вели-

чины давлений, при этом, нормированы единичной амплитудой давления в падающей плоской волне.

Анализ основных результатов

Как отмечено выше, рассматриваемый преобразователь представляет собой упругий объект. Поэтому, исходя из положений о том, что в ситуации, когда механический импеданс



Рис. 3. Зависимость $p_{\max}(\phi_s = 180^{\circ})$ от частоты в освещенной области рассеивателя (пунктиром показана идеализированная кривая изменения для абсолютно жесткого цилиндрического рассеивателя) p_{\max}



Рис. 4. Нормированная АЧХ модовых составляющих полного поля давления. Обозначение 1 – соответствует моде «0», 2 – «1»; 3 – «2»; 4 – «3»; 5 – «4»



Рис. 5. ФЧХ модовых составляющих полного поля давления. Цифрами показаны номера мод

преобразователя $|z_n| >> \rho_0 c_0$ или $|z_n| = 0$, указанные коэффициенты $A_n^{(s)}$ должны приближаться либо к коэффициентам для абсолютно жесткого, либо для абсолютно мягкого цилиндрического объекта, соответственно [8]. Изменение, при этом, частоты (или ka) в указанном диапазоне приведет к изменению (по сравнению с указанными крайними случаями) характера акустического поля, образованного упругим многорезонансным рассеивателем. При этом также, очевидно, изменения должны касаться рассеяного и полного поля, а также общего характера перемещений точек поверхности преобразователя.

Расчеты показывают, что в случае возбуждения оболочки на частоте, которая не совпадает с частотой резонанса одной из форм колебаний, рассеяние звука электроупругим цилиндрическим приемником с определенным выше видом электродирования и характером подключения, происходит как на акустически жестком цилиндрическом объекте. Это положение нашло подтверждение в [5] и хорошо согласуется с данными [8;9].

Рассмотрим более детально условия и процесс формирование акустического поля одиночного цилиндрического преобразователя в выбранных условиях расчетов.

При падении плоской волны во фронтальной ("освещенной") области преобразователя образуется область распределения нормированных значений амплитуд повышенного давления (рис.1). При этом, непосредственно в области точки падения (при $\varphi_s = 180^0$) для значений ка ≈ 0.5 ; 1.1; 4.2; 6.5 (рис.1 а)., кривые 1-4) с ростом волнового размера, величина амплитуд давления во фронтальной области плавно увеличивается до значения $\frac{p_{\Sigma}}{p_0} \approx 2.0$.

Указанные на рис.1 а). кривые показывают хороше совпадение с диаграммами нормированных значений давления на поверхности абсолютно жесткого цилиндра при аналогичных ка [7].

При совпадении частоты плоской звуковой волны с частотами резонансов форм колебаний оболочки, формирование рассеянного поля происходит также, как и на упругом цилиндрическом препятствии (см. кривые 5, 6 для рассеянного поля p' рис.1 а)., для которых точками вблизи кривой 6 показаны отклонения расчетной кривой от заимствованной) [6;10]. Заметим также, что для этого случая, характеристики $p_{\Sigma}(\varphi_{\rm S})$ (рис.1 б).) должны были бы носить черты своеобразного "акустического смягчения"

рассеивателя. Однако, этого не происходит. При этом очевидным является то, что импеданс преобразователя $|z_n|$ зависит от номера формы колебаний n и при определенных значениях ka может быть равным нулю. Эта ситуация соответствует случаю совпадения частоты внешнего воздействия в виде падающей плоской волны резонансной частоте одной из форм n. Поэтому, можно было бы предположить, что если бы удалось представить наш преобразователь однорезонансной системой, то рассеяние происходило бы на нем как на абсолютно мягком объекте. Однако (за исключением ситуации полного электродирования), в силу связанности колебаний преобразователя - невозможно представить цилиндрический преобразователь оболочкой, у которой резонансы "имели бы место одновременно для всех форм колебаний" [8] . Поэтому, не представляется возможным определить наш рассеиватель как абсолютно мягкий в рассмотренных резонансных областях для выбранного типа электродирования.

Иллюстрируют эту ситуацию графики рис.4, где для рассмотренных первых пяти форм дав-

ления $\frac{p_n(f)}{p_0(f)}$ показано, что в областях резонан-

сов каждой из n форм (особенно для n > 3), амплитуды составляющих – минимальны, что соответствует ситуации значительного уменьшения импеданса. При этом невозможность равенства нулю импеданса даже на резонансных частотах объяснима связанностью форм колебаний рассматриваемой электро-механической системы.

Таким образом, приближение рассматриваемого преобразователя к виду акустически мягкого рассеивателя возможно лишь при проведении определенных коммутаций электродов выбранного раскрыва и подавления при этом соответствующих мод [6].

С ростом частоты, в области акустической тени (тыл преобразователя) наблюдается уменьшение давления. При этом тыльная область характеризуется осцилляциями амплитуды давления (рис.1 а)., кривые 3;4 и рис.1 б)., кривые 3-5), которые увеличиваются по мере увеличения частоты. Известно [7;8;11], что наличие подобных осцилляций обусловлено дифракционными волнами, которые огибают препятствие с боков.

В области траверзных направлений $\phi_s \in \left[90^0 \pm 20^0\right]$ при значениях ka \in (3.0 - 10.0) на поверхности рассматриваемого преобразователя также наблюдаются осцилляции p_{Σ} ,

обусловленные значительными (вплоть до 180⁰) изменениями фазы, вследствие интерференции падающей волны и волн. огибающих цилиндр. Иллюстрируют условия интерференции в окрестности точки падения АЧХ давлений полного поля $p_{max}(f)$ (рис.3) - угловые зависимости фаз давления $\Psi_{D\Sigma}(\phi_s)$ (рис. 2) и ФЧХ $\Psi_{pp}(f)$ (рис.5). Как видно из полученных результатов, амплитуды давлений совпадают с данными рис. 2, а сами осцилляции давления в точке падения уменьшаются в области нижних частот и сливаются с идеализированной кривой (нанесено пунктиром, рис.4), характеризующей АЧХ давления во фронтальной области абсолютно жесткого цилиндра.

Наличие синфазных и противофазных областей давления $p_{\Sigma}(\phi_{S})$ очевидно, в общем, определит направление движения фронтальных, тыльных и траверзных участков оболочки преобразователя. Поэтому, полученные угловые зависимости амплитуд $p_{\Sigma}(\phi_{S})$ и фаз $\Psi_{\rho\Sigma}(\phi_{s})$ давлений полного поля определят характер колебаний поверхности и, как следствие, обусловят формирование соответствующих АЧХ и ФЧХ форм перемещений точек поверхности оболочки в рассматриваемой полосе частот. При этом, как отмечено выше, во фронтальной области давление избыточно, а в траверзных направления наблюдаются области разряжения (рис 2 а)., кривые 4;5 и б).), что обуславливает наличие градиента давления для преобразователя заданного диаметра. С ростом частоты фазы давления $\Psi_{\rho\Sigma}(\phi_s)$ в траверзных

и тыльных направления осциллируют, что вызывает появление дополнительных пиков и провалов распределения амплитуд давления, местоположение которых соответствует угловому положению пиков и провалов фазы. Наиболее удачно иллюстрирует это кривые1 и 2 на рис.2 б).

Заметим, что дальнейшее увеличение частоты воздействия и связанное с этим увеличение частоты осцилляций фаз и амплитуд полного давления на поверхности преобразователя p_{Σ} приводит (в силу конечности упругости оболочки) фактически к сфазированности составляющих полного давления (рис.5, область ФЧХ при f > (13-16) кГц) во фронтальной "акустически освещенной" области преобразователя и, соответственно, к созданию условий возрастания амплитуды поля давления. При этом, увеличение частоты также приближает расчетную ситуацию к случаю рассеяния звука на цилинд-

ре больших волновых размеров и более резкому деления поля p_{Σ} на противофазную зону давления, равноамлитудного с падающей волной (например кривая 5, рис 1 а).).

Таким образом, характер внешнего воздействия в виде полного поля давления определяет области сложных (в смысле соотношения амплитуд и фаз) интерференционно – дифракционных эффектов по давлению, относительные взаимные изменения которого, очевидно, помогут определить местоположение возможных прогибов разного знака на поверхности колеблющейся оболочки в области ka ≤ 3.5. При этом, целесообразным представляется исследование поля перемещений точек поверхности оболочки с целью уточнения характера колебаний, а также величин и угловых распределений указанных прогибов.

Выводы

В результате решения «сквозной задачи» о падении плоской звуковой волны на рассеиватель в виде заданного кругового цилиндрического преобразователя, представленного тонкостенной электроупругой оболочкой:

- показано, что рассмотренный рассеиватель формирует рассеянное и полное поле как абсолютно жесткий цилиндр на частотах, отличных от частот резонансов мод колебаний оболочки - преобразователя. В области частот близких к резонансным, рассеиватель ведет себя как упругий объект;
- выявлено и проиллюстрировано значительное (до 20 дБ) уменьшение амплитуд составляющих давления полного поля в областях резонансов каждой из n форм, что соответствует значительному уменьшению импеданса соответствующей формы;
- сделано предположение о синфазности составляющих давления на фронтальной поверхности преобразователя при работе в области верхних частот;
- определен характер амплитудно фазовых распределений поля давления на поверхности преобразователя в диапазоне волновых размеров ka = (0.5 – 10.0) и показаны области избыточного и пониженного давления, что позволит прогнозировать характер поведения поверхности оболочки в указанных областях.

Литература

 Дідковський В.С. Лейко А.Г Савін В.Г. Електроакустичні п'єзокерамічні перетворювачі. -Кіровоград : Імекс - ЛТД, 2006.-448 с.

- Коржик О.В., Лейко О.Г. Взаємодія плоскої акустичної хвилі з лінійною решіткою електропружних циліндричних перетворювачів // Наукові вісті НТУУ «КПІ».-2001.-№4.- С.106-114.
- Коржик О.В., Солтановський Ю.О Излучение звуковых волн секционированным цилиндрическим пьезопреобразователем, подключенным к длинной линии // Электроника и связь.-2009, -№6,-С.54-59.
- Коржик О.В., Лейко О.Г. Дослідження акустичних характеристик одиночного п'єзокерамічного циліндричного перетворювача при розв'язанні задачі прийому в наскрізній постановці // Наукові вісті НТУУ «КПІ».-2002.-№5.-С.105-113.
- Коржик О.В., Лейко О.Г. До питання дифракції плоскої акустичної хвилі на електропружному циліндричному прийомному перетво-

рювачі // Наукові вісті НТУУ «КПІ».-2004.-№6.- С.83-89.

- Коржик О.В. Об особенностях электромеханических преобразований в приемных пьезокерамических преобразователях с разрезными электродами // Электроника и связь.-2010, -№2,-С. 224-230.
- 7. *Гринченко В.Т.*, Вовк І.В., Маципура В.Т. Основи акустики.-К.: Наукова думка, 2007, 640с.
- 8. *Шендеров Е.Л.* Волновые задачи гидроакустики, - Л.: Судостроение, 1972. -352 с.
- 9. Faran I. Sound Scattering by Solid Cylinder and Sphear// JASA, 1951, V. 23, №4, P. 63-71.
- Подводная акустическая аппаратура и устройства. Т.1. Подводные акустические антенны. Методы расчета звуковых полей/ Лейко. А.Г., Шамарин Ю.Е., Ткаченко В.П.-Киев: 2000.-320 с.
- 11. *Исакович М.А*. Общая акустика. .-М.: Наука, 1973, 496 с.