

Вакуумная, плазменная и квантовая электроника

УДК 621.3.032.266

И.В. Мельник, д-р техн. наук

Методика моделирования транспортировки короткофокусных электронных пучков в эквипотенциальном канале с учетом разброса тепловых скоростей электронов

В статье рассматривается методика моделирования транспортировки электронных пучков, формируемых газоразрядными пушками, из низкого в высокий вакуум в эквипотенциальном канале. Расчеты проводятся с учетом влияния разброса тепловых скоростей электронов на качество фокусировки транспортируемого пучка. Предложен алгоритм оптимизация системы транспортировки пучка по критерию обеспечения требуемого перепада давлений в технологической и разрядной камере при минимальных потерях тока пучка за счет токооседания на стенах канала. Особенность разработанного алгоритма оптимизации состоит в том, что на начальном этапе расчет проводится без учета разброса электронов по скоростям, что позволяет уменьшить время решения оптимизационной задачи, а затем вводится возмущение, позволяющее оценить влияние разброса тепловых скоростей. Тестовые примеры показали, что предложенный вычислительный алгоритм является устойчивым во всем диапазоне параметров модели, используемом при проведении вычислительного эксперимента. Полученные расчетные данные подтверждены экспериментально, расхождение теоретических и экспериментальных значений не превышало 15%.

The methodic of simulation of guiding short-focus electron beams, formed by glow discharge electron guns, from soft to high vacuum region in equipotential channel, is analyzed in the article. Calculations have been provided with taking into account influence of thermal electrons velocity dissipation into quality of guiding beam focusing. Algorithm of optimizing of beam guiding system on point of view providing necessary pressure difference in discharge and technological chamber with minimal beam current losses in the channels' wall have been proposed. The main particularity of elaborated optimization algorithm is providing the start steps of calculations without taking into account dissipation of thermal electrons ve-

locity, which allow reducing the time of solving optimization task, and after that introduced necessary disturbance for estimation of influence of dissipation of thermal velocity. Test calculations are shown, that proposed numerical algorithm is robust for all used range of simulation parameters. Obtained calculation data are confirmed experimentally, difference between theoretical and experimental data was smaller then 15%.

Введение

В посленее время во многих отраслях промышленности, от наноэлектроники и точного приборостроения до тяжелого машиностроения и металлургии, находят широкое применение электронно-лучевые технологии. Электроннолучевой нагрев материалов в вакууме отличается высокой удельной мощностью, большим КПД, и обеспечивает проведение разнообразных технологических операций, выполнение которых с помощью других видов обработки затруднительно или невозможно. Поэтому в настяющее время способы, методы и средства получения мощных технологических электронных пучков, а также управления ими, постоянно развиваются и совершаются.

На сегодняшний день всё большее применение в промышленности находят газоразрядные электронные пушки, которые позволяют получать электронные пучки мощностью десятки-сотни кВт и отличаются стабильной работой в низком и среднем вакууме в среде различных газов, включая активные [1–3]. В соответствии с физикой высоковольтного тлеющего разряда, для стабильного его горения в разрядной камере пушки необходимо поддерживать давление порядка единиц Па. В то же время ряд технологических операций, например нанесение покрытий сложного химического состава в среде активных газов, реализуются при более низких давлениях порядка 10^{-1} – 10^{-2} Па, вследствие чего необходимо обеспечивать развязку по давлению разрядной и технологической камеры при их совместной откачке. В связи с этим область формирования электронного пучка отделяется

от технологической камеры эквипотенциальным каналом, позволяющим обеспечить необходимый перепад давлений, через который транспортируется электронный пучок [1,2].

В канале транспортировки протекают сложные и разнообразные физические процессы, связанные со взаимодействием электронов пучка с остаточным газом. Среди физических эффектов, определяющих кинетическое состояние остаточного газа и играющих существенную роль при транспортировке электронных пучков в эквипотенциальном канале, выделяют компенсацию и перекомпенсацию пространственного заряда ионами, магнитную фокусировку пучка в газе или пинч-эффект, и розерфордовское рассеяние электронов на атомах остаточного газа [4,5]. Необходимо учитывать также распределение магнитного поля фокусирующих линз, позволяющих оптимизировать геометрию транспортируемого электронного пучка в соответствии с формой канала. Соответствующие модели транспортировки короткофокусных пучков, формируемых газоразрядными электронными пушками, из низкого в высокий вакуум, достаточно подробно рассматривались в работах [6,7]. Однако при этом не учитываясь разброс электронов пучка по скоростям после прохождения ими анодной плазмы, который оказывает существенное влияние на геометрию пучка и на качество его фокусировки. Поэтому целью данной работы была разработка уточненной модели транспортировки пучка, формируемого газоразрядными электронными пушками, позволяющей учесть разброс электронов по скоростям. В модели предусмотрена возможность оптимизации геометрии эквипотенциального канала, а также положения фокусирующих магнитных линз, в зависимости от граничных траекторий электронов пучка. При этом критерием оптимизации является обеспечение требуемого перепада давления при минимальных потерях тока пучка за счёт токооседания на стенках канала.

Постановка задачи

Как было отмечено в работах [6,7], классический подход к решению задачи транспортировки электронных пучков с учетом влияния ионизации остаточного газа не учитывает многих физических особенностей взаимодействия электронов с ионизированным газом, и поэтому применим лишь частично. В основном в литературе ранее рассматривались особенности транспортировки интенсивных длиннофокусных пучков, формируемых термокатодными электронными пушками, из области высокого в область более низкого вакуума. В работах [4, 5]

приведены результаты моделирования процесса транспортировки электронного пучка в электронно-оптических системах с тонкими аксиально-симметричными и с квадрупольными электростатическими и магнитными линзами, а также решена задача оптимизации параметров линз с целью обеспечения требуемых фокальных характеристик транспортируемого пучка [4]. Достаточно подробно исследовался вопрос транспортировки электронных пучков в высоком вакууме с учетом влияния пространственного заряда ионов, и для многих случаев были получены важные аналитические соотношения [5]. Рассматривалась также задача вычисления суммарных потерь тока пучка при его транспортировке, однако для ее решения использовался метод макрочастиц и анализ их распределения по скоростям, что требует больших затрат компьютерного времени и памяти. Использование гидродинамического подхода для описания физических особенностей транспортируемого пучка значительно упрощает задачу. Однако при этом необходимо учитывать распределение давления газа вдоль длины канала, и итерационно вычислять соответствующее значение потерь тока пучка.

В работах [6,7] была разработана и исследована физико-математическая модель процесса транспортировки электронного пучка в условиях низкого и среднего вакуума, записанная в виде системы алгебро-дифференциальных уравнений, и предложена методика ее решения с использованием численных методов. Более того, в работе [7] решалась оптимизационная задача, целью которой было уменьшение потерь тока пучка при обеспечении требуемого перепада давлений за счет изменения геометрии канала и выбора соответствующего положения магнитных линз. Однако в разработанной ранее модели [6,7] не был учтен разброс электронов пучка по скоростям после прохождения ими анодной плазмы, который оказывает существенное влияние на транспортировку пучка в ионизированном газе и на качество его фокусировки. В данной работе рассматривается физико-математическая модель процесса транспортировки короткофокусного электронного пучка из низкого в высокий вакуум с учетом разброса электронов по скоростям. Предлагается также методика моделирования, позволяющая эффективно решать оптимизационную задачу, поставленную ранее в работе [7], с учетом влияния разброса тепловых скоростей транспортируемого пучка.

Физическая постановка задачи транспортировки короткофокусных электронных пучков из

низкого в высокий вакуум была сформулирована в работе [7]. Отмечалось, что на практике для транспортировки электронных пучков используют узкие диафрагмы, соединенные с цилиндрическими каналами малого поперечного сечения, диаметр которых близок к диаметру проводимого электронного пучка [6]. Также было отмечено, что рассмотренные в работе [6] эквипотенциальные каналы с нелинейным поперечным сечением обеспечивают незначительное уменьшение потерь тока пучка, но они крайне сложны в изготовлении, поэтому дальнейшее рассмотрение возможностей их использования не является целесообразным.

Исходная система алгебро-дифференциальных уравнений

В работах [6,7] была записана система алгебро-дифференциальных уравнений, позволяющая рассчитывать граничную траекторию электронного пучка в цилиндрическом эквипотенциальном канале и потери тока пучка в зависимости от расстояния дрейфа. Расчеты проводились для молекулярного и промежуточного режимов течения газа, при этом учитывалось фокусирующее поле магнитных линз. При анализе прохождения пучка в ионизированном остаточном газе рассматривались такие физические эффекты, как резерфордовское рассеяние электронов на атомах остаточного газа, влияние собственного пространственного заряда пучка на осевое распределение потенциала, ионная фокусировка пучка и пинч-эффект. Расчет токооседания электронов пучка на стенах канала проводился с использованием гидродинамической модели, путем пересчета параметров равномерного распределения плотности тока на параметры распределение Гаусса [6, 7].

Полученная система алгебро-дифференциальных уравнений достаточно сложная, поскольку она содержит много уравнений, описывающих разнообразные физические явления и процессы. Поэтому приведем её здесь в виде отдельных совокупностей уравнений с указанием конкретных физических процессов, которые они описывают.

1. Уравнения вакуумной техники [8]:

$$p_k = \frac{p_n U}{U + S}; U = \frac{4\bar{v}}{I_{lp}}; \bar{v} = \sqrt{\frac{8R_0 T}{\pi M}},$$

$$3 \int_0^{\frac{Hdl}{S_{\text{поп}}^2}}$$

$$W_{\text{цил}} = \frac{R_2^2 - R_1^2}{116\pi R_2^2 R_1^2} + \frac{I_{lp}}{968R_2^3}; U_{\text{цил}} = \frac{1}{W_{\text{цил}}} \quad (1)$$

$$J = \frac{1 + 202(r_1 + r_2)\bar{p} + 2653((r_1 + r_2)\bar{p})^2}{1 + 236(r_1 + r_2)},$$

$$U_{\text{пр}} = JU_M,$$

где H – периметр канала в поперечном сечении, $S_{\text{поп}}$ – площадь его поперечного сечения, R_0 – универсальная газовая постоянная, T – температура газа, M – его молекулярная масса, p_n и p_k – давление на входе канала в области формирования пучка и на его выходе, в технологической камере, U – вакуумная проводимость канала, S_h – быстродействие вакуумного насоса, с помощью которого откачивается технологическая камера, \bar{v} – средняя тепловая скорость движения молекул, R_1 – радиус входного отверстия диафрагмы, R_2 – радиус цилиндрического канала, $W_{\text{цил}}$ – вакуумное сопротивление канала, U_M – проводимость канала при молекулярном режиме течения газа, а $U_{\text{пр}}$ – при промежуточном режиме, \bar{p} – среднее давление в канале транспортировки, J – полуэмпирический коэффициент для пересчета значения проводимости.

2. Уравнения, описывающие распределение магнитного поля тонкой фокусирующей линзы [4]:

$$B_{z0} = \frac{1,257 \cdot 10^{-4} I_{\text{л}} N_{\text{л}}}{2S_{\text{л}}} \left(\frac{z_{\text{л}} + \frac{S_{\text{л}}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{D_{\text{л}}}{3}\right)^2 + \left(z_{\text{л}} + \frac{S_{\text{л}}}{2}\right)^2}} - \frac{z_{\text{л}} - \frac{S_{\text{л}}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{D_{\text{л}}}{3}\right)^2 + \left(z_{\text{л}} - \frac{S_{\text{л}}}{2}\right)^2}} \right)$$

$$B_r = -\frac{r}{2} B'_{z0} + \frac{r^3}{16} B'''_{z0} + \dots; B_z = B_{z0} - \frac{r^2}{4} B''_{z0} + \dots \quad (2)$$

$$\Psi(r, z) = \int_0^r 2\pi r B_r dr + \int_0^z 2\pi r B_z dz,$$

где $S_{\text{л}}$ – ширина немагнитного зазора, $z_{\text{л}}$ – ширина линзы, $D_{\text{л}}$ – толщина намотанного провода, $R_{\text{л}} = R_2 + D_{\text{л}}/2$ – радиус линзы, $I_{\text{л}}$ – ток линзы, $N_{\text{л}}$ – количество витков, B_r и B_z – радиальная и продольная составляющие магнитного поля, $\Psi(r, z)$ – магнитный поток.

3. Уравнения, описывающие взаимодействие электронного пучка с остаточным газом [4,5]:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\theta_{\min}}{2}\right) = \frac{10^{-4} Z_a^{4/3}}{2\gamma\beta^2};$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right) = \frac{Z_a^{3/2}}{2\gamma\beta^2}; \bar{\theta}^2 = \frac{8\pi r_n^2 n Z_a^2 z}{\beta^4 \gamma^2} \ln\left(\frac{\theta_{\max}}{\theta_{\min}}\right)$$

$$n_{i0} = \sqrt{\pi r_n^2 B_i p n_e} \sqrt{\frac{M \varepsilon_0 n_e}{m_e U_k}} \exp\left(-\frac{U_k}{\varepsilon_0 n_e r_n^2}\right), \quad (3)$$

$$f = \frac{n_e}{n_{i0} - n_e}; \quad C = \frac{I_n (1 - f - \beta^2)}{4\pi \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m_e} U_k^{3/2}}};$$

$$\frac{d^2 r_n}{dz^2} = \frac{C}{r_n} - \frac{e r_n B_{z0}^2}{8 m U_0} + \frac{d \theta_p}{dz},$$

где θ_{\min} – минимальный угол рассеяния, θ_{\max} – максимальный угол рассеяния, Z_a – заряд атомного ядра остаточного газа, $\beta = v/c$ – отношение скорости электрона к скорости света, r_n – радиус электронного пучка, n – концентрация атомов газа, $\bar{\theta}$ – средний угол рассеяния, n_{i0} – концентрация ионов, B_i – степень ионизации, p – давление газа, n_e – концентрация электронов, m_e – масса электрона, ε_0 – диэлектрическая постоянная, U_k – ускоряющее напряжение, f – степень компенсации пространственного заряда пучка ионами остаточного газа.

4. Уравнения, описывающие потери тока пучка в результате оседания электронов на стенах канала транспортировки [6,7]:

$$\begin{aligned} j(r) &= j_0 \exp\left(-\frac{r_n^2}{\beta_n^2}\right), \quad \beta_n = \sqrt{\frac{I_n}{2\pi j_0}}, \\ \frac{I_n}{\pi r_n^2} &= j_0 \exp\left(-\frac{r_n^2}{\beta_n^2}\right), \\ dI_n &= \pi \beta_n^2 j_0 \left\{ \exp\left[-\left(\frac{r_n - \beta}{2}\right)^2\right] - \exp\left[-\left(\frac{r_n + \beta}{2}\right)^2\right] \right\}, \\ I_n^n &= I_n^{n-1} - dI_n, \end{aligned} \quad (4)$$

где $j(r)$ – функция распределения плотности тока, j_0 – плотность тока на оси симметрии пучка, β_n – параметр распределения Гаусса, n – номер текущей итерации

Соотношения (1–4) использовались при расчете граничной траектории пучка в ионизированном газе без учета разброса электронов по скоростям после прохождения ими анодной плазмы. Далее приводится вычислительный алгоритм, позволяющий учесть влияние разброса скоростей электронов на граничную траекторию

транспортируемого пучка и на его фокальные характеристики.

Учет разброса тепловых скоростей электронов

Из литературы известно, что для реальных физических условий транспортировки пучков в остаточном газе параметр распределения Гаусса β_n определяется именно разбросом тепловых скоростей электронов транспортируемого пучка, и разработана методика расчета этого параметра. В соответствии с этой методикой сначала, для каждого участка канала транспортировки, рассчитывается эквивалентное время пролета электронов из соотношения [4,5]:

$$\Delta t_3 = \frac{r_n}{r_h} \int_{t_h}^t \left(\frac{r_h}{r_n} \right)^2 dt \quad (5)$$

где r_h – координата граничной траектории пучка при его входе в участок канала в начальный момент времени t_h , r_n – радиус пучка на текущей итерации в момент времени t .

При известном времени пролёта электронов Δt_3 параметр распределения Гаусса β_n , характеризующий разброс электронов пучка по скоростям, вычисляется следующим образом:

$$\beta_n = \Delta t_3 \sqrt{\frac{2kT_e}{m_e}} \quad (6)$$

Учитывая, что в источниках электронов высоковольтного тлеющего разряда после прохождения электронами пучка анодной плазмы $kT_e \approx 4$ эВ [1], находим значение β_n для текущей итерации при интегрировании уравнений граничной траектории пучка системы (3). При этом приосевая плотность тока транспортируемого пучка определяется из соотношения [4, 5]:

$$j_0 = \frac{I_n}{2\pi\beta_n^2}, \quad (7)$$

которое можно использовать при итерационном решении системы уравнений (4).

Анализ результатов моделирования процесса транспортировки электронных пучков в экви-потенциальном канале, полученных с использованием соотношений (1–7), приведен в следующем разделе статьи.

Моделирование транспортировки электронного пучка и оптимизация расположения фокусирующих магнитных линз

Предлагаемая методика расчета основана на разработанных ранее вычислительных алгоритмах, предназначенных для моделирования и

оптимизации транспортировки электронных пучков в эквипотенциальном канале без учета разброса тепловых скоростей электронов [7, 9]. Более того, в качестве среды моделирования, как и ранее, была выбрана система MatLab, и при реализации новых средств моделирования частично был использован разработанный ранее программный код [9]. Соотношения (5), (6), которые позволяют учесть разброс электронов пучка по скоростям, использовались только на окончательном этапе моделирования.

Примеры расчета граничной траектории транспортируемого электронного пучка и потерь тока, для разных углов расходности пучка Θ при его входе в канал транспортировки, приведены на рис. 1. Как указывалось в работе [7],

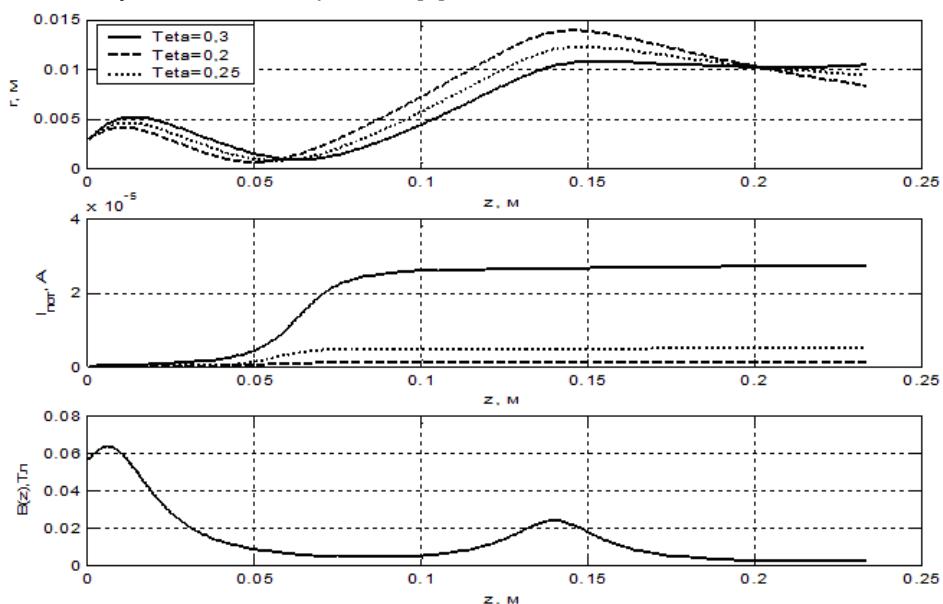


Рис. 1. Результаты моделирования транспортировки электронного пучка с учетом разброса тепловых скоростей электронов

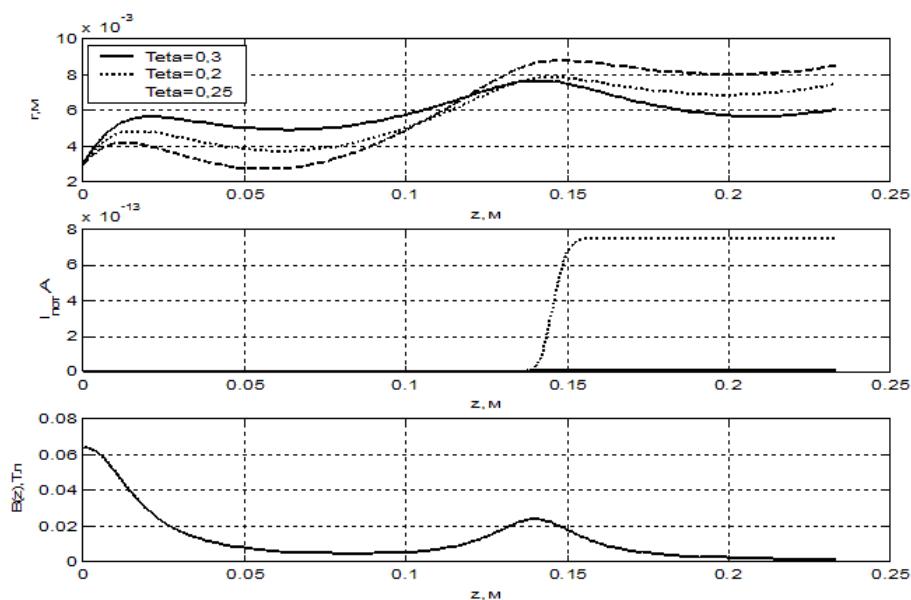


Рис. 2. Результаты моделирования транспортировки электронного пучка без учета разброса тепловых скоростей электронов

разработанная программа позволяет располагать вдоль длины канала транспортировки до трёх фокусирующих магнитных линз, однако в приведомом примере для фокусировки пучка использовалось две коротких линзы. Первая из них располагалась на входе канала транспортировки, а положение и параметры второй линзы оптимизировались в процессе моделирования. Расчеты проводились для параметров электронно-лучевого технологического оборудования с газоразрядной электронной пушкой, приведенных в таблице 1. Для сравнения, на рис. 2 приведены результаты моделирования без учета разброса электронов по скоростям.

Таблица 1

Параметр	Значение
Ускоряющее напряжение, U_k	10^4 В
Начальный ток пучка, I_n	1 А
Начальный радиус пучка, r_n	3 мм
Диаметр входного отверстия лучепровода, $D_1 = 2R_1$	9 мм
Диаметр лучепровода, $D_2 = 2R_2$	25 мм
Давление в электронной пушке, p_n	5 Па
Давление в технологической камере, p_k	10^{-1} Па
Быстродействие вакуумного насоса, S_h	$0,1 \text{ м}^3/\text{с}$
Ширина линз, z_n	5 см
Ширина немагнитного зазора линз, S_n	1 см
<i>Параметры первой магнитной линзы</i>	
Число витков, N_{n1}	2000
Ток, I_{n1}	2,5 А
<i>Параметры второй магнитной линзы (подобраны в процессе оптимизации)</i>	
Число витков, N_{n2}	2000
Ток, I_{n2}	1,9 А

Необходимо отметить, что результаты, полученные с учетом разброса электронов по скоростям (рис. 1), точнее соответствуют реальным экспериментальным данным [7]. Однако проведенные вычислительные эксперименты показали, что при использовании соотношений (5–7) решение оптимизационной задачи, связанной с минимизацией потерь тока пучка при заданном перепаде давлений на входе и на выходе канала транспортировки путем выбора радиуса канала, а также положения магнитных линз, крайне усложняется и требует использования значительно больших вычислительных ресурсов. Это связано с тем, что, как видно из рис. 1, 2, при учете тепловых скоростей начальный угол влета пучка оказывает значительно меньшее влияние на его граничную траекторию. При этом увеличиваются также потери тока пучка на входе канала. Поэтому, если без учета тепловых скоростей зависимость токовых потерь от расстояния дрейфа носит овражный характер с ярко выраженным экстремумом [6, 7], то при расчетах с учетом соотношений (5), (6), гладкий характер зависимости $I_{\text{пот}}(r)$ крайне усложняет решение оптимизационной задачи. Из-

вестно, что поиск экстремумов гладких функций всегда требует использования более сложных и ресурсоёмких численных методов решения оптимизационных задач, и при этом не всегда удается обеспечить требуемую точность и сходимость решения [10].

В связи с этим, вычислительный процесс моделирования транспортировки короткофокусного электронного пучка в эквипотенциальном канале и оптимизации положения второй магнитной линзы был искусственно разделён на два этапа. На первом этапе решалась оптимизационная задача без учета разброса тепловых скоростей электронов, а при найденном решении первой задачи, на втором этапе в исходный итерационный алгоритм, определяемый соотношениями (3), (4), вносились возмущения, определяемые соотношениями (5) – (7). При этом возмущающее воздействие по плотности тока пучка, вносимое на каждой итерации и вычисляемое из соотношения (7), не превышает $10^{-5} \text{ А}/\text{см}^2$, что значительно меньше значения j_0 , которое для пучков, формируемых газоразрядными пушками, достигает единиц $\text{А}/\text{см}^2$ [11]. Малая величина возмущающего воздействия обеспечила устойчивую сходимость разработанного итерационного алгоритма оптимизации. Баовый алгоритм основан на соотношениях (1) – (4) и был приведен ранее в работах [6, 7].

Выводы

Результаты моделирования показали, что при учете влияния тепловых скоростей электронов начальный угол влета пучка оказывает значительно меньшее влияние на его граничную траекторию. Кроме того, при учёте тепловых скоростей возрастают потери тока пучка на входе в канал транспортировки. Поэтому зависимость токовых потерь от расстояния дрейфа электронов носит более гладкий и однородный характер, что усложняет решение оптимизационной задачи, связанной с минимизацией потерь тока пучка при обеспечении требуемого перепада давлений в технологической и разрядной камере. Кроме того, при решении оптимизационной задачи необходимо учитывать угол расходности электронного пучка на выходе из лучепровода, который, при заданном расстоянии дрейфа пучка в технологической камере, определяет его диаметр и удельную мощность на поверхности обрабатываемого изделия. Именно эти параметры пучка характеризуют его возможности как технологического инструмента, и поэтому они представляют наибольший интерес для проектировщиков электронно-лучевого технологического оборудования.

Хотя потери тока пучка при оптимальных условиях его транспортировки небольшие и не превосходят долей процента, всё же учет разброса тепловых скоростей даёт большие значения токовых потерь, которые значительно ближе к реальным значениям, наблюдаемым экспериментально. Расхождения расчетных и экспериментальных данных при учете разброса тепловых скоростей электронов пучка не превышали 15%

Литература

1. *Плазменные процессы в технологических электронных пушках.* // Завьялов М.А., Крейндель Ю.Е., Новиков А.А., Шантурин Л.П. – М.: Атомиздат, 1989. – 256 с.
2. *Денбновецкий С.В., Мельник В.И., Мельник И.В., Тугай Б.А. Газоразрядные электронные пушки и их применение в промышленности.* – Электроника и связь, тематический выпуск «Проблемы электроники», часть 2, 2005. – С. 84-87.
3. *Denbnovetsky S.V., Melnyk V.G., Melnyk I.V. High voltage glow discharge electron sources and possibilities of its application in industry for realising of different technological operations.* – IEEE Transactions on plasma science. – Vol. 31, #5, October, 2003. – P. 987-993.
4. *Молоковский С.И., Сушкин А.Д. Интенсивные электронные и ионные пучки.* - М.: Энергоатомиздат, 1991. - 304 с.
5. *Лоусон Дж. Физика электронных пучков заряженных частиц.* - М.: Мир, 1980.- 438 с.
6. *Мельник И.В. Моделирование транспортировки электронных пучков из области низкого в область высокого вакуума в эквипотенциальном канале.* – Электронное моделирование, т. 23 (2001), вып. 4. – С. 82-92.
7. *Денбновецкий С.В., Мельник В.И., Мельник И.В. Особенности моделирования транспортировки короткофокусных электронных пучков из низкого в высокий вакуум в фокусирующем поле коротких магнитных линз* // Электроника и связь, тематический выпуск «Проблемы электроники», часть 1 (2008). – С. 108–113.
8. *Дэшман С. Научные основы вакуумной техники.* - М.: Мир, 1964. - 715 с.
9. *Мельник I.V. Система науково-технічних розрахунків MatLab та її використання для розв'язання задач із електроніки: навчальний посібник у 2-х томах. Т. 2. Основи програмування та розв'язання прикладних задач.* – К.: Університет „Україна”, 2009. – 327 с.
10. *Васильев В.П. Численные методы решения экстремальных задач: Учебное пособие для вузов.* – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1988. – 552 с.
11. *Мельник И.В. Численное моделирование распределения электрического поля и траекторий частиц в источниках электронов на основе высоковольтного тлеющего разряда.* – Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника.– 2005.– Т. 48.– №6.– С. 61-71.