

УДК. 621.373.185

С.В. Денбновецкий, д-р техн. наук, С.В. Захаркевич

## Устойчивость аналоговой системы автоматической автоподстройки частоты

В данной работе рассмотрена электронная система фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) с электронным интегратором. Приведен анализ устойчивости по методам Рауса-Гурвица, показаны основные характеристики системы. Рассмотрена ФАПЧ с интегрирующим звеном и показано влияние его на устойчивость системы.

The electronic system of the Phase-Locked Loop (PLL) is considered in this work. Principle of work of PLL is described with electronic integrator, the analysis of stability is resulted by the Raus-Hurwitz methods, basic descriptions of the system are shown. PLL is considered with an integrating circuit and influence of this circuit on stability of the system is analysed.

### Введение

Система фазовая автоподстройка частоты (ФАПЧ) имеет широкое распространение в технике связи. Системы ФАПЧ применяют: в частотных синтезаторах, где с помощью ФАПЧ облегчается решение задачи обеспечения стабильности частоты и спектральной частоты исходного колебания; при построении регенеративных делителей и множителей частоты, где путем построения узкополосной замкнутой системы ФАПЧ из опорного сигнала, искаженного помехами, можно получить сравнительно свободный от джиттера субгармонический когерентный сигнал; при построении высокочастотных и полосовых заградительных фильтров, а также систем когерентной фазовой или частотной модуляции; при управлении фазированными антенными решетками и построении когерентных дальномерных систем; в усилителях для устранения фазовых набегов.

От показателей качества систем ФАПЧ во многом зависит эффективность системы связи, точность передаваемой от источника к получателю информации и др. Применяется множество разновидностей систем фазовой автоподстройки частоты: электромеханическая система ФАПЧ, используется для стабилизации частоты задающих генераторов, электронные системы ФАПЧ для быстрой подстройки частоты в синтезаторах, комбинированные электромеханические системы ФАПЧ, для повышение точности подстройки частоты, комбинированная элект-

ронная система ФАПЧ, используется в системах требующих быстрые перестройки с высокой стабильностью частоты [1].

### Основная часть

В данной работе, выбрана электронная система ФАПЧ. Обладает высокой скоростью перестройки, относительно высокой стабильностью частоты, низкой энергопотребляемостью и не требует затрат на установку дополнительных блоков и звеньев.

Основные задачи, решаемые в данной работе:

- разработка основной модели (структурной схемы) систем фазовой автоподстройки частоты с помощью интерактивной системы PLL SIM;
- анализ разработанной системы на устойчивость к самовозбуждению разными методами и выбор оптимального из них;
- исследование шумовых характеристик;

Существуют аналоговые и цифровые системы ФАПЧ. В данной работе рассматривается аналоговая система, так как в технике сверхвысоких частот (СВЧ) широко применяется аналоговые системы.

ФАПЧ или PLL (Phase Lock Loop) называют систему, содержащую генератор колебаний, полная фаза которого автоматически подстраивается под полную фазу входного колебания, либо отклоняется от нее по требуемому закону, задаваемому внешним управляющим сигналом [1]. Функциональная схема системы ФАПЧ приведена на рис. 1.

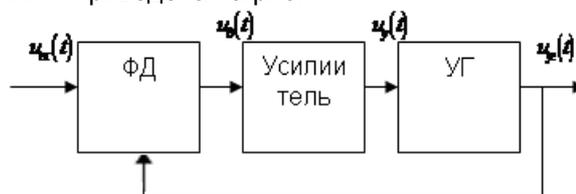


Рис. 1. Функциональная схема системы ФАПЧ

где  $u_{ex}(t)$  - входной сигнал, ФД – фазовый дискриминатор,  $u_0(t)$  - сигнал с выхода фазового дискриминатора,  $u_y(t)$  – сигнал с выхода усилителя, УГ – управляемый генератор,  $u_{y2}(t)$  - сигнал с выхода управляемого генератора.

Входной сигнал  $u_{ex}(t)$  и сигнал с управляемого генератора  $u_{ye}(t)$  поступают на фазовый дискриминатор. Выходным сигналом фазового дискриминатора является напряжение ошибки  $u_{\delta}(t)$ , величина которого пропорциональна фазовому сдвигу  $\Delta\varphi$  между входным сигналом и напряжением управляемого гетеродина. Сигнал ошибки усиливается и поступает на вход управляемого генератора УГ. При этом частота генерируемого колебания  $u_{ye}(t)$  изменяется в соответствии с величиной управляющего напряжения  $u(t)$ .

Из всех приведенных аналоговых систем, по характеристикам (быстродействие, время установления режима, точность), наиболее подходит система с электронным интегратором, так как при быстром изменении фаз напряжений следует применять электронный интегратор И и функциональные косинусный и синусный преобразователи (рис.2).

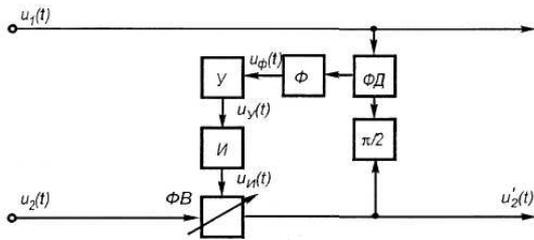


Рис.2. Функциональная схема ФАПЧ

При  $\Delta\varphi(t) \neq 0$ , где

$$\Delta\varphi(t) = \varphi_1(t) - [\varphi_2(t) + \beta(t)] = a(t) - \beta(t),$$

$\varphi_2(t) + \beta(t) = \varphi_2'(t)$ , напряжение  $u_y(t)$  с выхода усилителя постоянного тока У поступает на электронный интегратор И и вызывает на его выходе соответствующее изменение напряжения  $u_n(t)$ . При  $u_y(t) = const$  напряжение  $u_n(t)$  изменяется по линейному закону. Выходное напряжение интегратора поступает на вход фазовращателя, изменяя фазу напряжения  $u_2'(t)$  до тех пор, пока напряжение  $u_y(t)$  на выходе У не станет равным нулю, что возможно только при  $\Delta\varphi(t) = 0$ , т.е. при совпадении фаз напряжений  $u_2'(t)$  и  $u_1(t)$  [2].

ФАПЧ является нелинейной следящей системой, и описывается уравнением (1).

$$p\varphi(p) + SDH(p)F_{\varphi}(p) = \Delta\omega_H + p\varphi_c(p) - Se(p), (1)$$

где  $F_{\varphi}(p)$ - символическое изображение функции  $F[\varphi(t)]$ , S — крутизна линеаризованной

модуляционной характеристики генератора управляемого напряжения (ГУН),  $\omega_H = \omega_{сн} - \omega_{ГН}$  - начальное рассогласование по частоте между колебаниями  $x(t)$  и  $y(t)$ , D - числовой коэффициент,  $\varphi_c$  - девиация фазы.

Равенство (1) представляет собой символическое уравнение системы ФАПЧ. Ему соответствуют следующее интегро-дифференциальное уравнение системы ФАПЧ

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} + AK \int_0^t h_u(t-z)\sin(z)dz = \Delta\omega_H + \frac{d\varphi_c(t)}{dt} - S_e e(t), (2)$$

Зная передаточные функции звеньев, образующих систему ФАПЧ, можно получить основные характеристики системы, такие как передаточная функция разомкнутой системы, передаточная функция замкнутой системы, передаточная функция для ошибки.

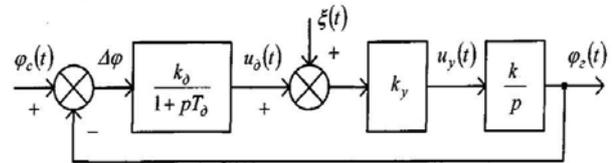


Рис.3. Структурная схема ФАПЧ

Анализ этих функций позволяет сделать выводы об устойчивости замкнутой системы, о характере переходного процесса автоподстройки, о величине их динамических и случайных ошибок.

Передаточная функция разомкнутой системы

$$k = k_{\delta}k_yk_e,$$

где  $k_y$  – коэффициент усиления усилителя.

$$H(p) = \frac{k_{\delta}}{1 + pT_{\delta}} k_y \frac{k_e}{p} = \frac{k}{p(1 + pT_{\delta})}. (3)$$

Передаточная функция замкнутой системы

$$W(p) = \frac{H(p)}{1 + H(p)} = \frac{k}{p(1 + pT_{\delta}) + k}, (4)$$

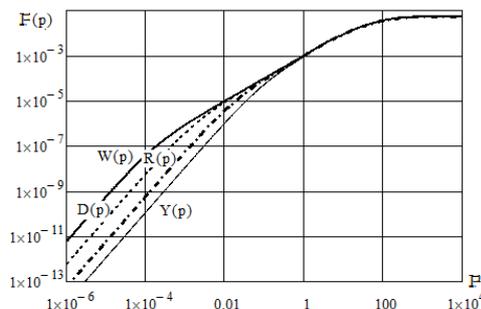


Рис.4 Передаточная функция системы ФАПЧ

где W(p) – передаточная функция с коэффициентов усиления 10; D(p) – передаточная функция с коэффициентов усиления 100; R(p) – пе-

редаточная функция с коэффициентов усиления 1000;  $Y(p)$  – передаточная функция с коэффициентов усиления 5000

Передаточная функция ошибки

$$H_{\varepsilon}(p) = \frac{1}{1+H(p)} = \frac{p(1+pT_{\partial})}{p(1+pT_{\partial})+k} \quad (5)$$

Установившееся значение ошибки

$$\varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p H_{\varepsilon}(p) g_c(p), \quad (6)$$

где  $g_c(p)$  - изображение по Лапласу от задающего воздействия.

Для системы, схема которой приведена на рис. 2 по составленным уравнениям можно построить переходную характеристику.

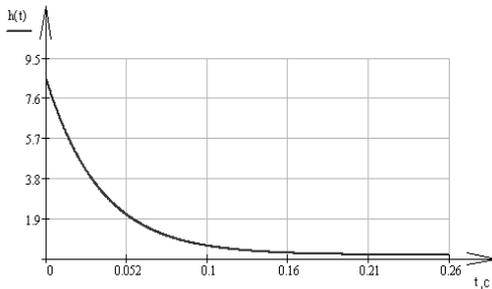


Рис. 5. Переходная характеристика системы ФАПЧ

Импульсная характеристика может быть определена как обратное преобразование Лапласа от передаточной функции:

$$g(t) = L^{-1}(K(p))$$

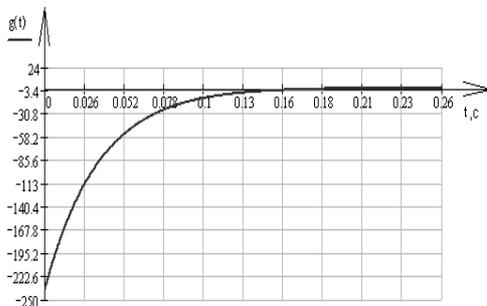


Рис. 6. Импульсная характеристика системы

В передаточной функции заменим  $p$  на  $jw$  :

$$f(w) = |K(w)| \cdot e^{j \arg(K(w))}$$

Построим график амплитудно-фазовой характеристики:

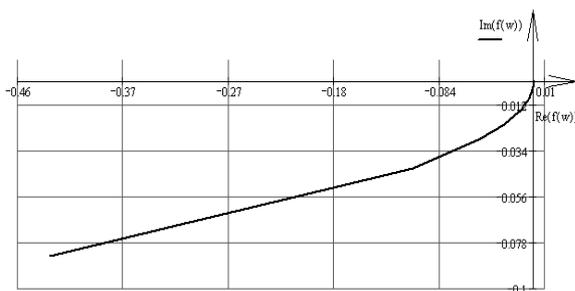


Рис.7. Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика определяется формулой:

$$L(w) = 20 \lg |K(jw)|$$

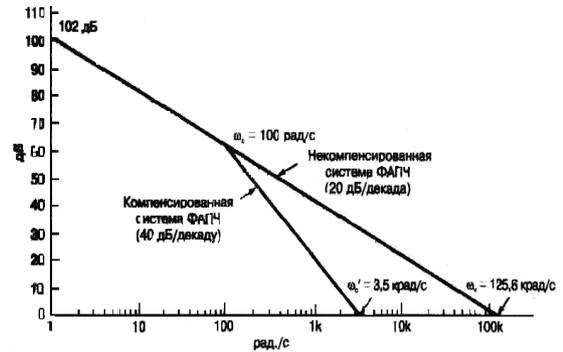


Рис. 8. ЛАХ системы

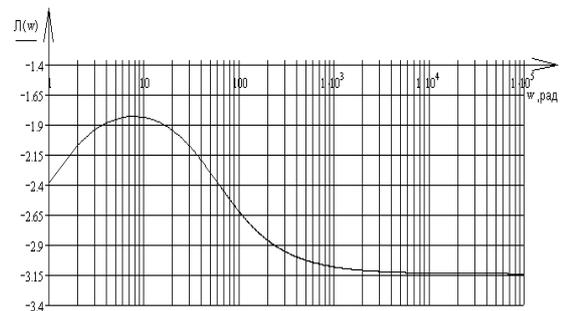


Рис. 9. ЛФХ системы



Рис.10. Частотная характеристика петли ФАПЧ

Существует так называемая, долгосрочная и краткосрочная стабильность частоты системы ФАПЧ. Если долгосрочная характеризует стабильность частоты в течении длительного периода времени (часы, дни, недели), то краткосрочная стабильность характеризует изменения происходящие в течении секунд или долей секунд. [3].

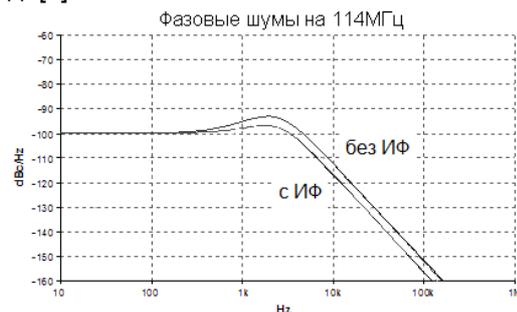


Рис.11 Фазовые шумы системы ФАПЧ

Для обеспечения устойчивости необходимо, чтобы возникающий сигнал на выходе системы был затухающим [4].

По уравнению (4) построим таблицу Рауса.

$$W_3(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$$

$$W(p) = \frac{k}{p^2 T_d + p + k}$$

Таблица 1. Коэффициенты системы ФАПЧ

Коэффициент $r_i$	№ строки	Номера столбцов		
		1	2	3
-	1	$C_{11} = a_2 = T_d$	$a_0 = C_{21} = K$	0
-	2	$C_{12} = a_1 = 1$	0	0
$r_3$	3	$C_{13} = C_{21} - r_3 C_{22} = k$	0	0

Так как  $T_d$  у нас всегда положительная и коэффициенты в таблице Рауса также положительные, то система устойчива для данной передаточной функции.

Составляем матрицу из коэффициентов передаточной функции по методу Гурвица.

$$a_2 = T_d, \Delta_1 = a_1 = 1,$$

$$\Delta_2 = a_1 a_0 - a_2 \cdot 0 = 1k - 0 = k,$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{pmatrix}$$

Так как два первых определителя матрицы Гурвица имеют один и тот же знак, как и первый коэффициент передаточной функции, можно делать вывод, что данная система устойчива.

Анализ устойчивости (логарифмическим методом, методами Рауса-Гурвица) системы показал, что система устойчива для данной передаточной функции.

В систему ФАПЧ нужно ввести дополнительный ФНЧ (рис. 12), корректирующий ЛАХ кольца.

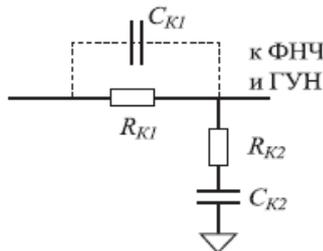


Рис. 12. Корректирующее звено

Под емкостью  $C_i$  следует понимать сумму емкостей, подключенных к выходу ФД.

Частотная характеристика (ЛАХ) всей системы с корректирующим звеном приведена на рис. 13.

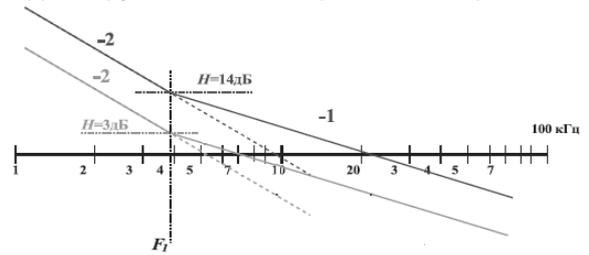


Рис.13. ЛАХ системы ФАПЧ с корректирующим звеном

Заметим, что без емкости  $C_{KI}$  корректирующий фильтр вырождается в интегрирующий фильтр (ИФ). Обобщая проблему выбора петлевого фильтра, следует сказать, что любой ФНЧ дает аппроксимацию прямоугольного скачка на  $x$  дБ вниз, причем ИФ является наиболее близкой RC - аппроксимацией такого скачка.

На рис. 14 представлено решение нелинейного уравнения (1) в системе координат – ось абсцисс  $\varphi$  и ось ординат  $d\varphi/dt$ . На рис. 14 нижняя кривая 1 соответствует случаю  $\Delta\omega_H = 0$ , а верхняя кривая 2 – случаю, когда модуль  $\Delta\omega_H$  больше нуля, но меньше величины АК.

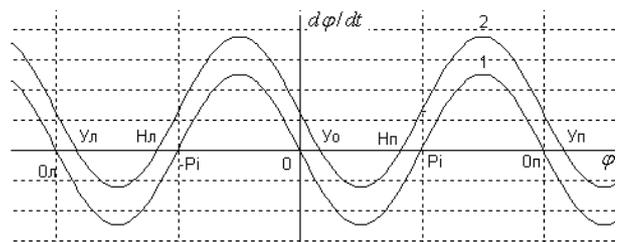


Рис. 14. Графическое изображение нелинейного уравнения ФАПЧ

Остановимся на наиболее вероятном случае  $\Delta\omega_H \neq 0$  и  $\Delta\varphi_H \neq 0$ , описываемом кривой 2 на рис. 14. В этом случае устойчивыми будут точки  $Уо, Ул, Уп$  и т.д., а неустойчивыми – точки  $Нл, Нп$ .

Если же модуль начальной расстройки по частоте окажется больше величины АК, то кривая, на рис. 14, не будет иметь точек пересечения с осью абсцисс, в том числе и устойчивых точек. Тогда система ФАПЧ не входит в синхронизм, так как она не может выработать столь большого сигнала ошибки, который необходим для изменения частоты ГУНа на величину, большую АК.

Для системы ФАПЧ с ПФ в виде интегрирующей цепи имеем  $\Delta\omega_{y\delta} = 2AK \geq \Delta\omega_{захв}$ . При этом для  $AK \leq 1$  получаем  $\Delta\omega_{захв} = \Delta\omega_{y\delta}$ . При условии  $AK > 1$  приближенно имеем

$\Delta\omega_{захв} = [4 / \pi\sqrt{AKT}] \Delta\omega_{уд}$ . Например, при  $AK = 16$   $\Delta\omega_{захв} \approx \Delta\omega_{уд} / \pi \approx 0.32\Delta\omega_{уд}$ .

У системы с ПФ в виде пропорционально-интегрирующей цепи при условии  $0 < (\sqrt{TAK})^{-1} < 2$  имеем:  $\Delta\omega_{захв} < 2AKm / (0.95m + 0.08)$  и  $\Delta\omega_{уд} < 2AKm / (0.85m + 0.32)$ .

Практическая реализация схемы ФАПЧ приведена рис. 15

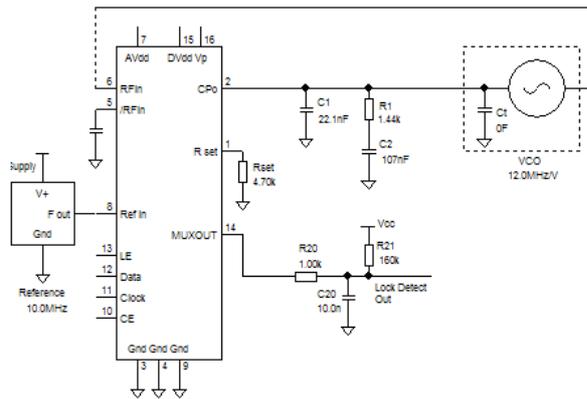


Рис. 15. Принципиальная схема ФАПЧ

Минимальная выходная частота 100 МГц, максимальная 130 МГц, частота на выходе фазового детектора 25 кГц.

**Выводы**

Исследована устойчивость системы с обратной связью. Результаты показали, что подключение интегрирующего звена в системы ФАПЧ, повышает запас её устойчивости и понижает фазовые шумы. Использование дополнительного интегрирующего фильтра приводит к увеличению времени захвата частоты, что приводит к увеличению инерционности системы.

**Литература**

1. *Стеглов В.К., Руденко А.А., Юдин А.К.* «Комбинированные системы фазовой автоподстройки». – К.: Техніка, 2004. – 238 с.
2. *Стеглов В.К., Руденко О.А., Костік Б.Я.* «Системи фазового автопідстроювання високої точності та швидкодії». – К.: Техніка, 2005. – 355 с.
3. *Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А.* «Фазовая автоподстройка частоты» - М.: Связь, 1966. - 334 с.
4. *Васильев К.К.* «Теория автоматического управления: Учебное пособие». - Ульяновск, 1999. -96 с.