

Методы и средства обработки сигналов и изображений

УДК 681.3.01:519.67

А.Ю. Гудин, И.Ю. Гудина, В.Н. Крылов, д-р техн. наук, М.В. Полякова, канд. техн. наук

Повышение помехоустойчивости метода сдвига среднего при сегментации цветных изображений

Разработан модифицированный метод сдвига среднего сегментации цветных изображений. Он основан на многоэтапном уточнении центров кластеров признакового пространства с помощью адаптивного выбора ширины парзеновского окна при непараметрическом оценивании. Это позволило сегментировать цветные изображения с высокой помехоустойчивостью.

The modified mean shift method of color image segmentation is elaborated. It based on the many-stage more precise definition of the cluster centers in the feature space with the help of the adapted choice of the Parsen window for nonparametric estimation. This is allow to segment color images with high noise stability.

Ключевые слова: метод сдвига среднего, сегментация цветных изображений, изображение гистологического препарата, помехоустойчивость сегментации, качество сегментации.

Введение

Сегментация цветных изображений – одна из процедур систем искусственного интеллекта и распознавания образов в медицине, видеонаблюдении, стереозрении, робототехнике, а также при передаче данных по сети Интернет. Под сегментацией подразумевается разбиение изображения на области, однородные по какому-либо признаку: интенсивности, текстуре, цвету. Использование цвета при сегментации изображений обусловлено тем, что цвет облегчает выделение и распознавание объектов на изображении.

Обработка цветных изображений выполняется в натуральных цветах и псевдоцветах [1]. При использовании натуральных цветов изображения формируются цветными устройствами регистрации изображений: телекамерой или сканером. В случае обработки изображений в псевдоцветах диапазонам значений интенсивности монохромного сигнала присваиваются значения цветов. В настоящее время все шире используется обработка изображений в натуральных цветах по сравнению с обработкой в псевдоцветах, т. к. средства регистрации и ап-

паратной обработки таких изображений стали доступнее.

Сегментация цветного изображения обеспечивает инвариантность к трансформациям его интенсивности и снижение объема обрабатываемой информации. В качестве основных подходов к сегментации цветных изображений в данной работе выделены подход, использующий пространственную информацию о расположении пикселей, и подход, учитывающий статистические характеристики цветовых компонент изображения. Методы, реализующие первый подход (наращивание областей, слияния-расщепления, водоразделов), обладают высокой помехоустойчивостью, однако на неравномерно освещенных изображениях и смазанных перепадах цвета выделяют ложные границы сегментов [1]. Методы, реализующие второй подход лишены этого недостатка, но обладают низкой помехоустойчивостью вследствие того, что при сегментации не учитывается пространственное расположение пикселей изображения [2]. Задача повышения помехоустойчивости одного из этих методов, метода сдвига среднего на основе непараметрической классификации пикселей изображения, решается в данной работе.

Постановка задачи

В результате формирования цветного изображения каждому его пикселю соответствует вектор значений цветовых признаков. Совокупность векторов признаков пикселей изображения формирует признаковое пространство с произвольной структурой.

Признаковые пространства произвольной структуры могут быть проанализированы непараметрическими методами, так как эти методы не требуют предварительных предположений о количестве кластеров на изображении. Методы непараметрической классификации разделяются на две группы: иерархическая классификация и оценка плотности вероятности. Иерархическая классификация объединяет или разделяет данные на основании некоторой меры сходства. Однако такие методы требуют большого количества

вычислений. Другая проблема заключается в том, что определение критерия останова для объединения или разделения данных не всегда очевидно [3].

Непараметрическая классификация на основе оценки плотности вероятности предполагает, что признаковое пространство характеризуется функцией эмпирической плотности вероятности некоторого параметра. Плотные скопления точек в признаковом пространстве соответствуют локальным максимумам (модам) функции плотности вероятности. Если определено расположение моды, можно выделить ассоциированный с ней кластер на основе локальной структуры пространства признаков [2, 4, 5].

Одним из методов сегментации цветных изображений, реализующих непараметрическую классификацию векторов признаков пикселей, является метод сдвига среднего. Согласно этому методу производится выделение кластеров в пространстве признаков путем смещения окрестности вокруг центра кластера. Функция эмпирической плотности вероятностей признаков оценивается методом парзеновских окон. Этот метод в качестве параметров использует ширину полосы изменения цветовых и пространственных признаков (ширину парзеновского окна), а также площадь минимальной обнаруживаемой области цветового пространства. Преимущество метода сдвига среднего в том, что области с малыми значениями градиента интенсивности объединяются в одну область в отличие от других методов сегментации, которые формируют ложные границы сегментов для подобных областей. Метод сдвига среднего не требует большого количества вычислений. Для повышения его быстродействия применяются случайные смещения в области наиболее вероятного скопления векторов признакового пространства.

Недостатки этого метода заключаются в том, что значительное количество векторов признаков рассеяны по пространству (концентрируются в его малых областях). Вследствие этого снижается помехоустойчивость метода сдвига среднего – не сохраняются границы областей сложной формы. Для решения этой проблемы можно использовать методы снижения размерности признакового пространства или адаптивно выбирать ширину парзеновского окна в пространственной области и в признаковом пространстве на основе локальной структуры этих пространств [6].

Целью работы является повышение помехоустойчивости метода сдвига среднего путем многоэтапного уточнения центров кластеров признакового пространства с помощью адап-

тивного выбора ширины парзеновского окна при непараметрическом оценивании.

Для достижения поставленной цели решены следующие задачи:

- разработан модифицированный метод сдвига среднего с многоэтапным уточнением центров кластеров признакового пространства с помощью адаптивного выбора ширины парзеновского окна при непараметрическом оценивании;
- проведены экспериментальные исследования этого метода при сегментации цветных изображений;
- предложенный метод использован для сегментации изображений гистологических препаратов.

Цветовая модель изображения

Цветовая модель описывает цвета изображения стандартным образом, определяя некоторую систему координат и подпространство внутри этой системы, в которой каждый цвет представляется единственной точкой [1]. Существующие цветовые модели изображений ориентированы на устройства воспроизведения (цветные принтеры, мониторы) или на прикладные задачи, возникающие при работе с графикой (создание цветной графики в анимации). Аппаратно-ориентированными цветовыми моделями для цветных мониторов является модель RGB, для цветных принтеров – модель CMY, и модель HSI, соответствующая цветовосприятию человека. Недостаток этих моделей в том, что соответствующие цветовые пространства не являются перцептивно однородными и не могут использоваться для вычисления цветовых расстояний. Поэтому Международной комиссией по освещению (CIE) было создано пространство Luv [7]. Это пространство является колометрическим, т. е. одинаково воспринимаемые цвета имеют одинаковые цветовые координаты, и равноконтрастным (т. е. равным изменениям координат цветности соответствуют равные изменения в ощущении цвета). Параметр L соответствует интенсивности цвета, параметр u отвечает за переход от зеленого к красному цвету (при увеличении), а при увеличении параметра v происходит переход от синего к фиолетовому цвету. Если u и v равны нулю, то, меняя L , получаем цвета, являющиеся градациями серого.

В качестве расстояния между цветами (L_1, u_1, v_1) и (L_2, u_2, v_2) используется евклидово расстояние:

$$D = \sqrt{(L_1 - L_2)^2 + (u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2}. \quad (1)$$

При расстоянии между двумя цветами $D > 5$ большинство людей уже замечают различие, при $D > 10$ оно заметно всем. Достоинство пространства Luv в том, что оно учитывает восприятие цветов человеком и различие между цветами определяется формулой (1), которая применяется при определенных условиях: освещение и фон не должны мешать и отвлекать наблюдателя.

В данной работе в качестве признака сегментации используются значения параметра L пространства Luv, т. е. сегментация цветных изображений методом сдвига среднего проводится по одному признаку – интенсивности цвета. В процессе реализации этого метода проводится оценивание мод эмпирической плотности вероятностей распределения признака сегментации.

Метод сдвига среднего оценки мод эмпирической плотности вероятностей

Оценка одномерной эмпирической плотности вероятностей признаков сегментации методом парзеновских окон определяется формулой

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n K(x - x_l), \quad (2)$$

где x – значение признака сегментации; $\hat{f}(x)$ – оценка эмпирической плотности вероятности; x_l ($l = 1, \dots, n$) – выборка из n элементов одномерного признакового пространства R , $x \in R$; $K(x)$ – функция парзеновского окна (ядра). Предполагается, что $K(x)$ является ограниченной функцией с компактным носителем, удовлетворяющей условиям

$$\begin{aligned} \int_R K(x) dx &= 1, \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} |x| K(x) = 0, \\ \int_R x K(x) dx &= 1, \quad \int_R x^2 K(x) dx = c_K, \end{aligned}$$

где c_K – константа.

Чтобы уменьшить объем вычислений, в качестве функции ядра $K(x)$ используют функцию вида

$$K(x) = c_k \frac{1}{h} k\left(\left|\frac{x}{h}\right|^2\right),$$

где $c_k > 0$ – константа, нормализующая интеграл от $K(x)$ к единице; $h > 0$ – параметр; $k(\cdot)$ – функция радиально симметричного ядра для оценки плотности вероятностей.

Тогда при аппроксимации эмпирической плотности вероятностей необходимо задавать только один параметр – $h > 0$, а оценка (2) принимает вид:

$$\hat{f}(x) = \frac{c_k}{nh} \sum_{l=1}^n k\left(\left|\frac{x - x_l}{h}\right|^2\right),$$

где n – количество элементов одномерного признакового пространства R , участвующих в оценке эмпирической плотности вероятностей.

В работе [8] в качестве функции $k(x)$ использовали функции

$$k_E(x) = \begin{cases} 1-x, & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

и

$$k_N(x) = \exp(-x/2), \quad x \geq 0.$$

Для анализа признакового пространства с плотностью вероятностей $f(x)$ прежде всего нужно найти моды этой плотности. Моды локализованы в точках, для которых производная $f'(x) = 0$. Процедура сдвига среднего локализует нули производной эмпирической плотности вероятностей, не оценивая саму функцию плотности вероятностей. Оценка производной плотности вероятностей проводится по формуле:

$$\hat{f}'(x) = \frac{2c_k}{nh^3} \sum_{l=1}^n (x - x_l) k'\left(\left|\frac{x - x_l}{h}\right|^2\right). \quad (3)$$

Вводится производная функции ядра $g(x) = -k'(x)$ и предполагается, что эта производная существует для любого $x \geq 0$, за исключением конечного множества точек. Тогда формула (3) принимает вид:

$$\begin{aligned} \hat{f}'(x) &= \frac{2c_k}{nh^3} \left[\sum_{l=1}^n g\left(\left|\frac{x - x_l}{h}\right|^2\right) \right] \times \\ &\times \left[\frac{\sum_{l=1}^n x_l g\left(\left|\frac{x - x_l}{h}\right|^2\right)}{\sum_{l=1}^n g\left(\left|\frac{x - x_l}{h}\right|^2\right)} - x \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где величина $\sum_{l=1}^n g\left(\left|\frac{x - x_l}{h}\right|^2\right)$ предполагается положительной.

Второй сомножитель в формуле (4) представляет собой сдвиг среднего – разность между взвешенным средним, использующим значения ядра $g(x)$ в качестве весовых коэффициентов, и центром ядра (окна) x .

В работе [8] показано, что сдвиг среднего, вычисленный с ядром $g(x)$, пропорционален оценке нормализованной производной эмпирической плотности вероятности, оцениваемой с помощью ядра $k(x)$. Поэтому сдвиг среднего всегда направлен по максимуму возрастания эмпирической плотности вероятности.

Последнее обстоятельство гарантирует сходимость этой оценки в точку с нулевой производной. Области с малыми значениями плотности вероятностей не представляют интереса, поэтому сдвиг среднего в таких областях большой. Возле локальных максимумов сдвиг малый и анализ более подробный. Из этого следует, что метод сдвига среднего – это метод адаптивного спуска по градиенту, итерации которого проводятся по формуле

$$y_{j+1} = \frac{\sum_{l=1}^n x_l g\left(\left|\frac{y_j - x_l}{h}\right|^2\right)}{\sum_{l=1}^n g\left(\left|\frac{y_j - x_l}{h}\right|^2\right)} \quad (j = 1, 2, \dots),$$

где y_j – текущая позиция ядра; x_l – элементы выборки; $g(x)$ – производная функции ядра для оценки плотности вероятностей; y_1 – первоначальная позиция ядра; y_{j+1} – новая позиция ядра.

Известно, что градиентные методы оптимизации сходятся только для бесконечно малой величины шага [9]. Если шаг выбрать слишком большим – градиентная процедура расходится, если слишком малым – сходимость очень медленная. Адаптивная величина сдвига среднего избавляет от необходимости использовать процедуру выбора шага и гарантирует сходимость [8], что является преимуществом перед обычными градиентными методами.

Модифицированный метод сдвига среднего сегментации цветных изображений

Если оценка эмпирической плотности вероятностей методом парзеновских окон используется для сегментации изображений методом сдвига среднего, то в качестве функции ядра $k(x)$ рассматривается гистограмма значений интенсивности изображения. С учетом этого модификацию метода сдвига среднего сегментации цветных изображений предлагается осуществлять в двух направлениях. Во-первых, для повышения помехоустойчивости предварительно сглаживать гистограмму значений интенсивности изображения. Во-вторых, выполнять мно-

гоэтапное уточнение центров кластеров признакового пространства с помощью адаптивного выбора ширины парзеновского окна при непараметрическом оценивании.

Одним из подходов к сегментации изображений, позволяющих достичь поставленной в работе цели, является получение пересегментированного изображения. Пересегментированное изображение – это изображение, содержащее ложные границы сегментов, т. е. сегментированное более детально, чем требуется для решения прикладной задачи. Далее выполняется объединение тех областей пересегментированного изображения, для которых значения признака сегментации отличаются не более, чем на заданную пороговую величину. Этот подход в данной работе реализуется следующим образом. Сначала находятся оценки мод гистограммы методом сдвига среднего с малой шириной парзеновского окна, которые характеризуются низкой погрешностью, но и низкой помехоустойчивостью. Полученные оценки мод гистограммы позволяют выделить однородные области пересегментированного изображения. Затем для слияния однородных областей пересегментированного изображения выполняется уточнение оценок мод гистограммы значений интенсивности цвета в несколько этапов. На каждом этапе процедуры уточнения объединяются оценки мод гистограммы с близкими значениями. Это производится путем увеличения ширины парзеновского окна и повторного применения метода сдвига среднего с новым значением этого параметра. Увеличение ширины парзеновского окна в методе парзеновских оценок аппроксимации плотности вероятности приводит к возрастанию помехоустойчивости оценки [10].

В результате разработан модифицированный метод сдвига среднего сегментации цветных изображений, который определяется следующими параметрами:

- линейный размер h_s минимальной обнаруживаемой пространственной области изображения;
- максимальная абсолютная разность hg значений признака сегментации для пикселей однородной области изображения;
- ширина парзеновского окна h для оценивания функции плотности вероятностей признака сегментации (интенсивности цвета);
- размер скользящего окна, применяемого для сглаживания значений признака сегментации;
- величина погрешности ε оценивания моды гистограммы признака сегментации;

- величина порога ε_0 для критерия останова рекурсивной процедуры уточнения мод гистограммы.

Этот метод заключается в следующем:

1. значение интенсивности изображения сглаживается центрально-взвешенным усредняющим фильтром с весом центрального элемента скользящего окна равным 2;

2. вычисляется гистограмма значений компоненты интенсивности изображения;

3. для подготовки к работе метода сдвига среднего выбирается множество из m точек гистограммы компоненты интенсивности изображения; ординаты этих точек представляют вероятности соответствующих значений признака сегментации;

4. из каждой выбранной на предыдущем этапе точки $y_{i,1}$ ($i = 1, 2, \dots, m$) методом сдвига среднего проводится итеративный поиск ближайшей к точке $y_{i,1}$ моды гистограммы признака сегментации; итерации проводятся по формуле

$$y_{i,j+1} = \frac{\sum_{l=1}^n x_l g\left(\left|\frac{y_{i,j} - x_l}{h}\right|^2\right)}{\sum_{l=1}^n g\left(\left|\frac{y_{i,j} - x_l}{h}\right|^2\right)} \quad (j = 1, 2, \dots), \quad (5)$$

где h – ширина парзеновского окна (параметр алгоритма); x_l ($l = 1, 2, \dots, n$) – элементы парзеновского окна; j – номер итерации;

5. для останова итеративного процесса (5) используется следующий критерий: разность результатов двух последовательных итераций по формуле (5) не превышает ε – величину погрешности оценивания моды гистограммы признака сегментации:

$$|y_{i,j+1} - y_{i,j}| \leq \varepsilon;$$

6. точка оптимума, найденная с помощью итеративного процесса (5), принимается в качестве оценки ближайшей к точке $y_{i,j}$ моды гистограммы признака сегментации;

7. полученные на предыдущих этапах оценки мод гистограммы уточняются с помощью рекурсивной процедуры метода сдвига среднего:

- каждый раз при входе в рекурсивную процедуру уточнения оценки моды гистограммы в качестве начальной точки метода сдвига среднего выбирается точка оптимума, полученная на предыдущем этапе рекурсии;
- выполняются итерации по формуле (5);
- сохраняется информация о полученных точках оптимума и траекториях итеративного процесса (5);

- объединяются точки оптимума, лежащие в признаковом пространстве менее, чем на h_r (параметр алгоритма);

- если выполнялось объединение точек оптимума, лежащих в признаковом пространстве менее, чем на h_r , ширина h парзеновского окна увеличивается на 2 пикселя и осуществляется переход на первый этап рекурсивной процедуры метода сдвига среднего;

- для останова рекурсивной процедуры используется следующий критерий: сумма модулей разностей значений мод гистограммы, полученных при двух последовательных запусках рекурсивной процедуры, не превышает заданную величину ε_0 ;

- если условие останова рекурсивной процедуры не выполнено, ширина h парзеновского окна увеличивается на 2 пикселя и очередной раз запускается процедура уточнения оценок мод гистограммы;

8. в случае останова рекурсивной процедуры формируются однородные области изображения с использованием информации о полученных точках оптимума и траекториях итеративного процесса (5);

9. проводится морфологическая обработка результата сегментации с учетом параметра h_s (где h_s – линейный размер минимальной обнаруживаемой пространственной области изображения): удаление малых областей изображения и сглаживание границ оставшихся однородных областей.

Экспериментальные исследования модифицированного метода сдвига среднего сегментации цветных изображений

При проведении экспериментальных исследований предложенного метода сегментации изображения оценивалась его помехоустойчивость, качество выделения границ сегментов, а также эффективность, определяющая снижение объема обрабатываемой информации. При оценке помехоустойчивости метода сравнивались идеально и реально сегментированные изображения по критерию Прэтта [11].

Показателем качества сегментации цветного изображения выбран показатель близости между границами тестового идеально сегментированного изображения I^{st} и изображения, сегментированного t -м методом обработки f [12]:

$$F = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_{i,j}^t - I_{i,j}^{st})^2}}{P},$$

где M , N – размеры изображения; P – длина границ выделенных сегментов в пикселях.

Для оценки эффективности сегментации использовался показатель из работы [12]

$$E = \frac{n_0 \log_2 q}{k_0 + 1},$$

где n_0 – количество пикселей в обрабатываемом цветном изображении; q – количество градаций цвета из расчета 3 байта на цвет (24 бит); k_0 – количество значимых пикселей результата сегментации.

В результате экспериментальных исследований получены графики зависимости критерия Прэтта, а также показателя качества выделения границ областей и эффективности сегментации от отношения сигнал/шум по мощности (рис. 1). При оценке этих показателей использовалось тестовое изображение, которое состояло из двух фрагментов. Пиксели одного фрагмента имели значения цвета (1, 26, 51), пиксели второго фрагмента – значения цвета (205, 230, 255). На каждую цветовую компоненту этого изображения был наложен белый гауссовский шум с одинаковой дисперсией, потому что одинаковыми являются разницы значений цветовых компонент (рис. 2, а). Отношение сигнал/шум по мощности

определялось как $q = h_{\text{вх}}^2 / \sigma_{\text{вх}}^2$, где $h_{\text{вх}}$ – разница значений любой цветовой компоненты.

Анализируя полученные результаты (рис. 2, 3), следует заметить, что по критерию Прэтта модифицированный метод сдвига среднего сегментации изображений превышает базовый метод в 1,1...3,3 раз при отношении сигнал/шум 1...4 по мощности. При других значениях отношения сигнал/шум для обоих методов по критерию Прэтта получены сходные результаты. По показателю качества модифицированный метод сдвига среднего и базовый метод сравнимы при отношении сигнал/шум 2,5 и выше по мощности. При низких отношениях сигнал/шум (1...2 по мощности) модифицированный метод хуже базового до 1,6 раз. Эффективность сегментации модифицированным методом сдвига среднего превышает эффективность сегментации базовым методом до 3,6 раз при отношении сигнал/шум менее 5 по мощности. Таким образом, наибольший выигрыш получен по помехоустойчивости при значениях отношения сигнал/шум 1 и 2 по мощности. Это связано с тем, что при высоком уровне шумов базовый метод сегментации не способен корректно определить моды эмпирической плотности вероятности распределения признака сегментации.

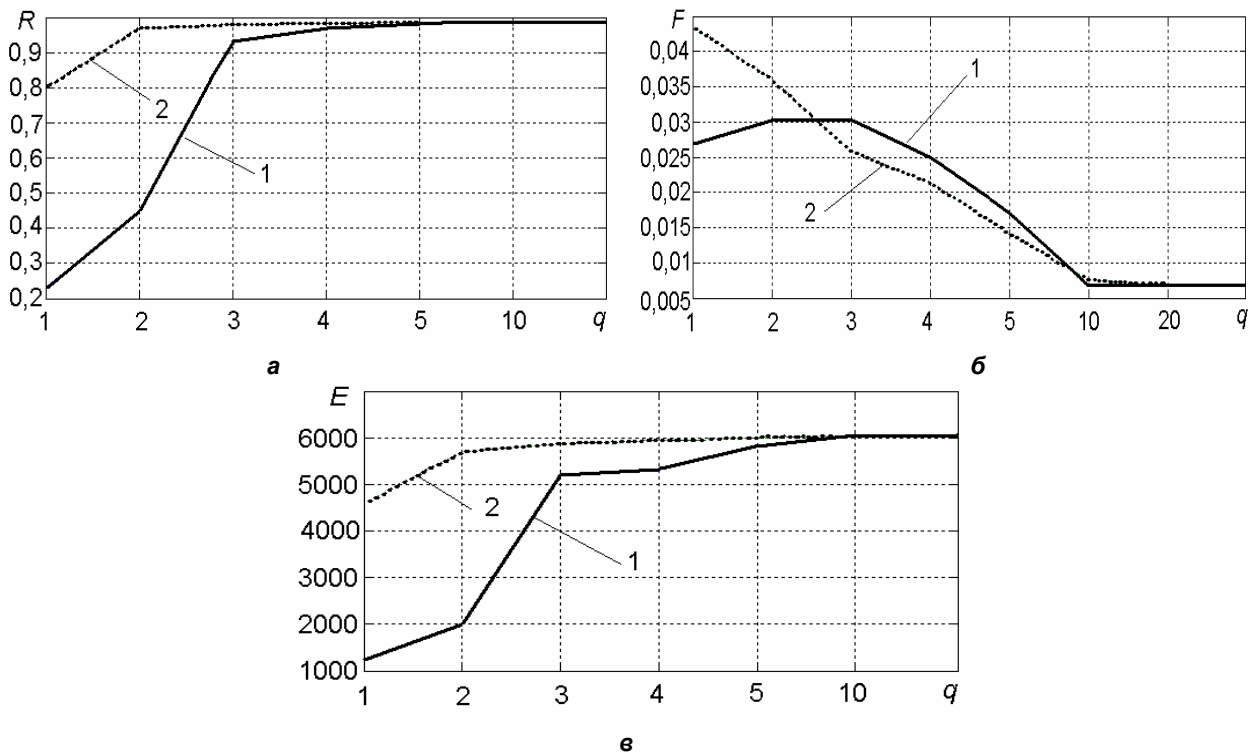


Рис. 1. Зависимость критерия Прэтта R (а), показателя качества (б) и эффективности (в) сегментации от отношения сигнал/шум по мощности для базового (1) и модифицированного (2) метода

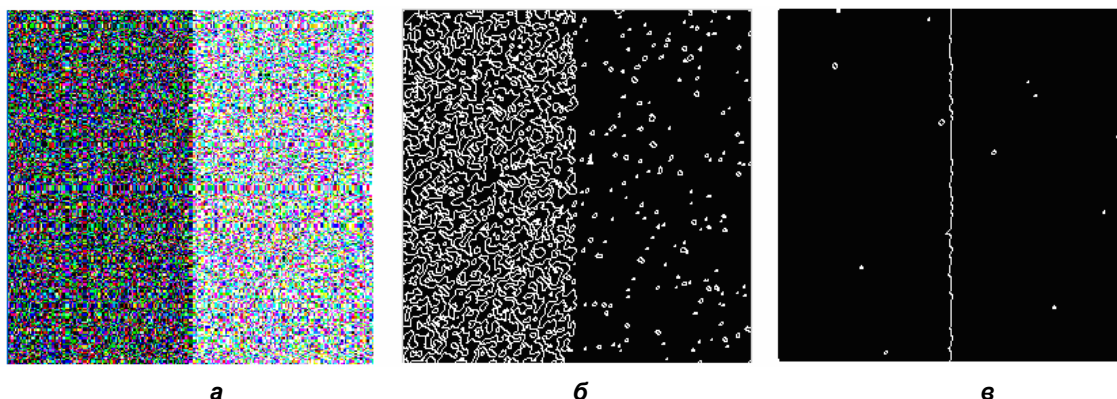


Рис. 2. Тестовое изображение при отношении сигнал/шум 1 по мощности (а), результаты его сегментации базовым методом сдвига среднего (б), модифицированным методом (в)

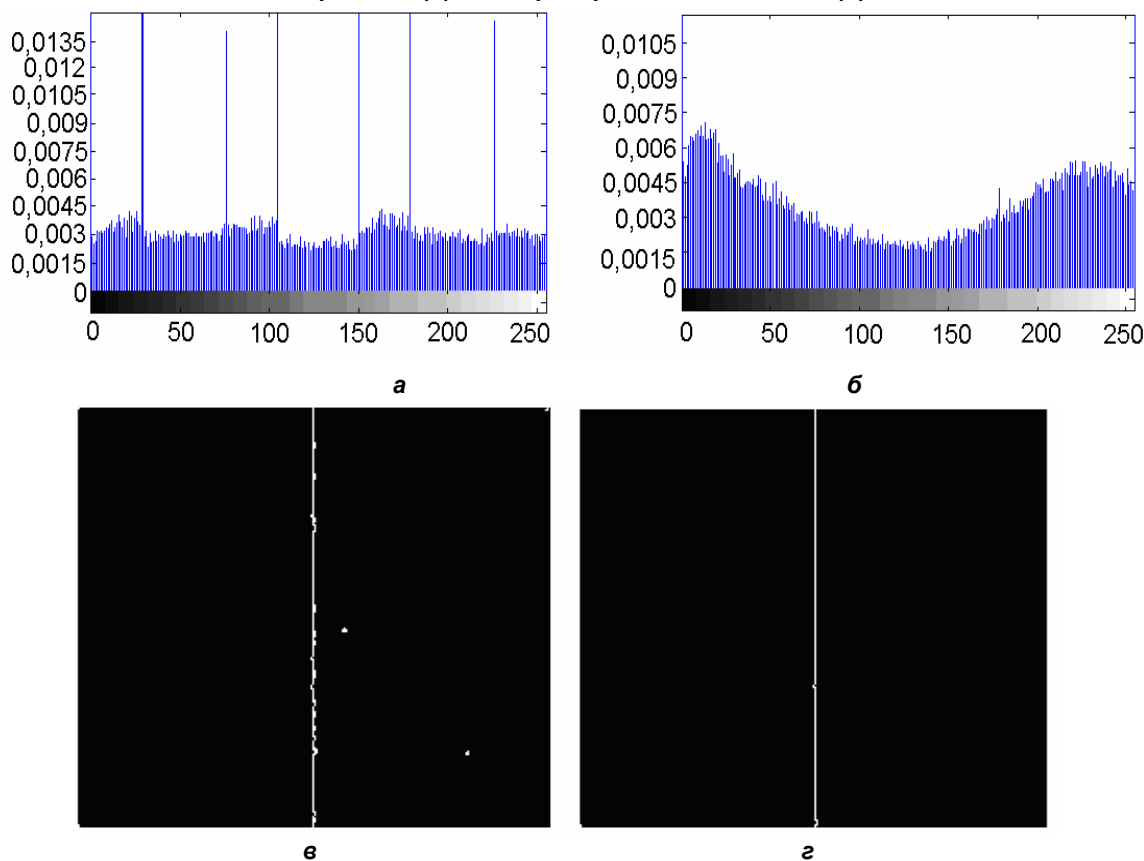


Рис. 3. Гистограмма тестового изображения при отношении сигнал/шум 5 по мощности (а) и 1 по мощности (б), результаты сегментации тестового изображения при отношении сигнал/шум 5 по мощности базовым методом сдвига среднего (в) и модифицированным методом (г)

Использование модифицированного метода сдвига среднего для сегментации гистологических изображений

Модифицированный метод сдвига среднего сегментации изображений использовался в системе анализа гистологических препаратов.

Основной причиной отсутствия автоматизации в гистологии является высокая вариабельность и слабая контрастность большинства гистологических структур. Автоматизация анализа гистологических структур повышает достоверность диагностики заболевания на ранних ста-

диях, позволяет расширить границы научного поиска в медицине. Автоматизированное измерение параметров гистологических объектов даёт возможность уточнить лечение и управлять терапевтическими процессами. Так, наиболее перспективным методом диагностики опухолевых заболеваний в настоящее время является цитофотометрический анализ специально приготовленных и окрашенных гистологических препаратов и их классификация по принципу норма–патология.

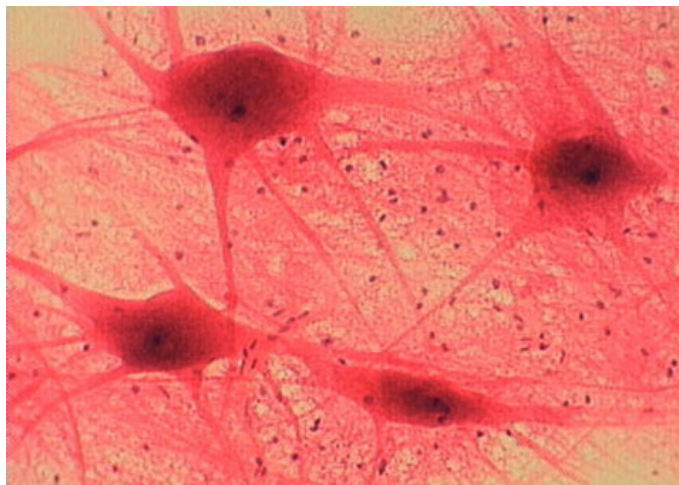


Рис. 4. Гистологическое изображение нейронной ткани

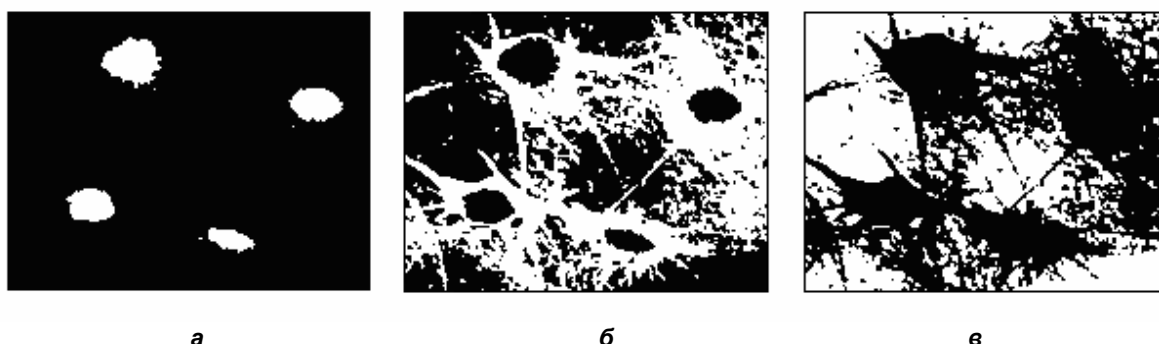


Рис. 5. Результаты сегментации изображения с рис. 4: белым цветом на изображении отмечена область ядер нейронов (а), нейронной ткани (б), фона (в)

Одним из главных этапов измерения оптических и геометрических параметров является выделение объектов на гистологических препаратах. Эта задача решается с помощью методов и средств цифрового анализа изображений. Примером обработки гистологического изображения может послужить сегментация изображения нейронной ткани (рис. 4).

С помощью предложенного в данной работе метода удалось выделить ядра нейронов (рис. 5, а); выделить область, представляющую собой нейронную ткань (рис. 5, б) и фон изображения (рис. 5, в).

Выводы

Разработан модифицированный метод сдвига среднего с многоэтапным уточнением центров кластеров признакового пространства с помощью адаптивного выбора ширины парзеновского окна при непараметрическом оценивании. Этот метод на тестовом изображении перепада цветов превышает по помехоустойчивости базовый метод сдвига среднего до 3,3 раз и выше, а также по эффективности до 3,6 раз при низких отношениях сигнал/шум (менее 5 по мощности). При этом наблюдалось ухудшение качества сегментации до 1,6 раз по сравнению

с базовым методом при отношении сигнал/шум 1...2 по мощности. Предложенный метод рекомендуется применять в задачах сегментации цветных изображений, характеризующихся высоким уровнем шумов, например, при сегментации изображений гистологических препаратов.

Литература

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
2. Herbin M., Bonnet N., Vautrot P. A clustering method based on the estimation of the probability density function and on the skeleton by influence zones // Pattern Recognition Letters. – 1996. – Vol. 17. – P. 1141–1150.
3. Мандель И.Д. Кластерный анализ. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 176 с.
4. Touzani A., Postaire J.G. Clustering by mode boundary detection // Pattern Recognition Letters. – 1989. – Vol. 9. – P. 1–12.
5. Wilson R., Spann M. A new approach to clustering // Pattern Recognition. – 1990. – Vol. 23. – P. 1413–1425.
6. Comaniciu D. An algorithm for data-driven bandwidth selection // IEEE Trans. on PAMI. – 2003. – Vol. 25, № 2. – P. 281–288.

7. Столниц Э., ДеРоуз Т., Салезин Д. Вейвлеты в компьютерной графике: Пер. с англ. – Ижевск: НИЦ РХД, 2002. – 272 с.
8. Comaniciu D., Meer P. Mean shift: a robust approach toward feature space analysis // IEEE Trans. on PAMI. – 2002. – Vol. 24, № 5. – P. 603–619.
9. Аоки М. Введение в методы оптимизации: основы и приложения нелинейного программирования: Пер. с англ. – М.: Наука, 1977. – 344 с.
10. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен: Пер. с англ. – М.: Мир, 1978. – 510 с.
11. Прэнтт У. Цифровая обработка изображений: В 2 т. / Пер. с англ. под ред. Д.С. Лебедева. – М.: Мир, 1982. – Т. 2. – 790 с.
12. Абакумов В.Г., Крылов В.Н., Антощук С.Г. Повышение эффективности обработки образной информации в автоматизированных системах // Электроника и связь. Тематический выпуск «Проблемы электроники». – 2005. – Ч. 1. – С. 100–105.

Одесский национальный политехнический университет

Поступила в редакцию 24 апреля 2009 г.