

УДК 534.3

А.В. Коржик, канд. техн. наук, М.И. Лесечко

Излучение звуковых волн системой секционированных цилиндрических преобразователей, подключенных к длинной линии

В результате решения задачи об излучении акустических волн системой круговых цилиндрических пьезокерамических преобразователей с разрезными электродами в электроупругой постановке найден алгоритм, позволяющий аналитически определять динамические характеристики антенной решетки, образованной из преобразователей указанного вида.

The algorithm of analytic determination the dynamics characteristics of system electroelastics cylindrical transducers with disconnected electrodes and long cable tracts is obtain for problem of acoustic radiation in conditions of interaction the acoustics, mechanics and electrics. The solution of this problem was described for anyone configuration of antenna elements.

Ключевые слова: пьезокерамический преобразователь, оболочка, электроды, акустическое поле, напряженность электрического поля, длинная линия.

Введение

Предлагаемая работа является продолжением направления исследования динамических характеристик круговых цилиндрических излучающих электродированных преобразователей, представленных тонкостенными оболочками вращения, и развивает основные положения работы [1]. При этом рассматривается несколько бесконечно длинных преобразователей различных радиусов, которые образуют систему произвольной конфигурации в виде плоской антенной решетки.

Поэтому не изменяя стационарный характер возбуждения для режима излучения звуковых волн в условиях подключения электродов преобразователей системы к независимым каналам задающих генераторных устройств через отдельные линии с распределенными параметрами, рассматривается задача излучения с определением следующих основных характеристик:

- звукового давления для произвольной точки рабочей среды и на поверхностях излучателей системы;
- колебательных скоростей (как для произвольной точки рабочей среды, так и на поверхности преобразователей);
- составляющих перемещений точек поверхностей оболочек;

– электрических характеристик излучения (токов и составляющих внутреннего сопротивления преобразователей).

Указанные характеристики описываются в «сквозной» постановке, исходными данными для которой являются напряжения и токи вначале соответствующих линий, а также длины и погонные характеристики линий с малыми потерями (см. например [1, 2]).

Таким образом, целью предлагаемой работы является получение алгоритма отыскания динамических характеристик излучающей антенной решетки произвольной конфигурации, пьезокерамические преобразователи которой представлены в виде круговых электроупругих оболочек. На поверхности преобразователей нанесены пары разрезных электродов, которые замкнуты на задающие генераторные устройства через автономные длинные линии.

1. Постановка задачи

Рассматривается антенная решетка, состоящая из n преобразователей ($n = 1; 2; \dots; s; j; \dots; N$), которая размещена в идеальной малосжимаемой жидкости с плотностью ρ_0 и скоростью звука c_0 (рис. 1). Каждый преобразователь решетки представлен тонкостенной бесконечно длинной вакуумированной внутри пьезокерамической круговой цилиндрической радиально поляризованной оболочкой произвольного срединного радиуса r_{0j} с толщиной стенки h_{0j} . Оболочки могут быть выполнены из различных пьезоматериалов. Поляризация оболочек – радиальная. Продольные оси оболочек параллельны между собой. На поверхность каждой оболочки нанесена пара разрезных электродов, которые электрически не соединены между собой. Электроды замкнуты на отдельные автономные протяженные кабельные тракты, каждый из которых подключен к независимому задающему генераторному устройству. Толщина электродов, а также их масса и жесткость ввиду малости не учитываются.

Для описания движений оболочек используются уравнения теории тонких электроупругих оболочек, которая базируется на гипотезах Кирхгофа-Лява.

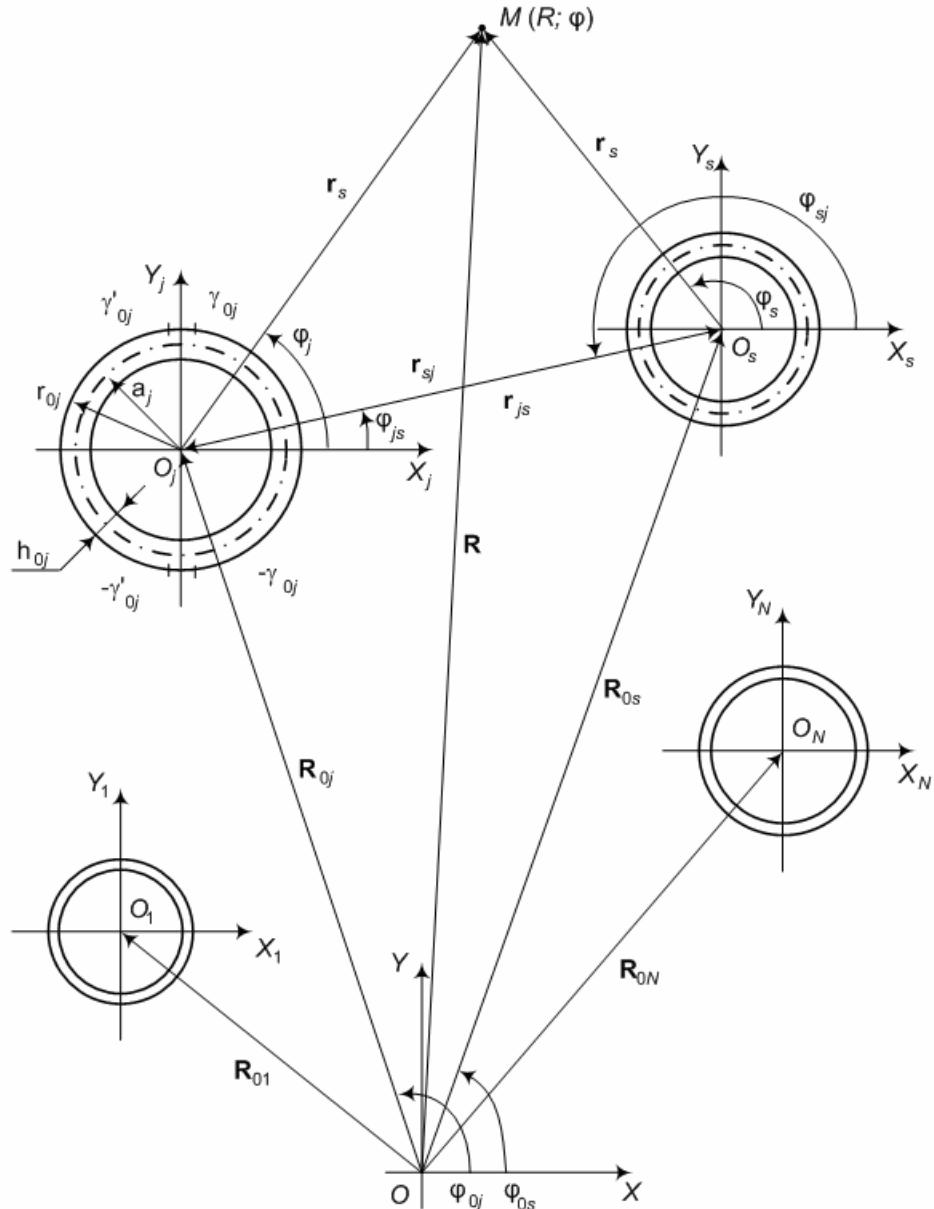


Рис. 1. Системы координат

- Введем ряд координатных систем (рис.1):
- общую прямоугольную систему координат $OXYZ$, которая расположена так, что ось OX лежит в плоскости нормального сечения оболочек, а ось OZ – параллельна продольным осям оболочек системы;
 - локальные прямоугольные системы координат $O_s X_s Y_s Z_s$ и $O_j X_j Y_j Z_j$, которые одинаково ориентированы в пространстве так, что оси $O_s Z_s; O_j Z_j$ совпадают с продольными осями соответствующих оболочек, а оси $O_s X_s; O_j X_j$ направлены вдоль биссектрис углов $2\gamma_{0s}, 2\gamma'_{0s}$ и $2\gamma_{0j}, 2\gamma'_{0j}$, которые определяют раскрытия электродов, нанесенных на поверхность преобразователя;

- общую $OR\Phi Z$ и локальные $O_s r_s \phi_s Z_s$ ($O_j r_j \phi_j Z_j$) круговые цилиндрические системы координат, которые связаны с прямоугольными известными соотношениями. Местоположение центров соседних цилиндрических оболочек определяются их локальными системами цилиндрических координат, векторами r_{js} и r_{sj} , а также углами ϕ_{js} и ϕ_{sj} соответственно.

Колеблясь, оболочки формируют звуковое поле, оценку параметров которого производим в произвольной точке M с координатами R и ϕ , относительно центра общей системы $OXYZ$. При этом:

1. Акустические волны в идеальной среде для стационарного режима работы излучателей

системы описываются уравнением Гельмгольца относительно звукового давления p :

$$\Delta p + k^2 p = 0, \quad (1)$$

где $k = \frac{\omega}{c_0}$ – волновое число; ω – круговая частота.

Поле в точке $M(R; \varphi)$ – есть результат суперпозиции полей, формируемых оболочками системы с учетом эффектов рассеяния звука. Обозначив полное поле как p_Σ , запишем:

$$p_\Sigma = \sum_{s=1}^N p_s(r_s; \varphi_s), \quad r_{0s} \leq r_s < \infty, \quad 0 \leq \varphi_s \leq 2\pi, \quad (2)$$

где p_s – давление поля рассеяния s -го цилиндров в его локальных координатах $O_s r_s \varphi_s$.

2. Для описания движения оболочек используем уравнения работы [3] с учетом равенства нулю перемещений в осевом направлении:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[1 + \frac{h_s}{12r_{0s}^2} \left(1 + \frac{e_{31}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{33}^S} \right) \right] \frac{\partial^2 U_s}{\partial \varphi_s^2} + \frac{\partial W_s}{\partial \varphi_s} - \\ - \frac{h_s}{12r_{0s}^2} \left(1 + \frac{e_{31}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{33}^S} \right) \frac{\partial^3 W_s}{\partial \varphi_s^3} - r_{0s} \frac{e_{31}}{C_{11}^E} \frac{\partial E_{rs}^{(0)}}{\partial \varphi_s} - \\ - \frac{r_{0s}^2 \rho_{ms}}{C_{11}^E} \frac{\partial^2 U_s}{\partial t^2} = 0; \\ \frac{\partial U_s}{\partial \varphi_s} + \frac{h_s}{12r_{0s}^2} \left(1 + \frac{e_{31}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{33}^S} \right) \frac{\partial^3 U_s}{\partial \varphi_s^3} - W_s - \\ - \frac{h_s^2}{12r_{0s}^2} \left(1 + \frac{e_{31}^2}{C_{11}^E \varepsilon_{33}^S} \right) \frac{\partial^4 W_s}{\partial \varphi_s^4} + \\ + \frac{e_{31} r_{0s}}{C_{11}^E} E_{rs}^{(0)} + \frac{r_{0s}}{h_s C_{11}^E} q_{rs} - \frac{r_{0s}^2 \rho_{ms}}{C_{11}^E} \frac{\partial^2 W_s}{\partial t^2} = 0, \end{array} \right. \quad (3)$$

где для каждой s -й оболочки: e_{31} – пьезомодуль; C_{11}^E – модуль упругости; ε_{33}^S – диэлектрическая проницаемость; $E_{rs}^{(0)}$ – составляющая вектора напряженности электрического поля в радиальном направлении; ρ_{ms} – плотность пьезокерамики оболочки; q_{rs} – гидродинамическая нагрузка со стороны среды;

$$U_s = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_n^{(s)} e^{in\varphi_s},$$

$$W_s = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_n^{(s)} e^{in\varphi_s} \quad (-\infty < n < \infty),$$

соответственно, тангенциальная и нормальная составляющие перемещения точек поверхности оболочки.

3. Гидродинамическая нагрузка оболочек q_{rs} по аналогии с работами [1, 3] определяется как

$$q_{rs} = p_\Sigma = \sum_{s=1}^N p_s(r_s, \varphi_s). \quad (4)$$

4. На поверхности оболочек системы, контактирующих с рабочей средой, выполняются условия сопряжения в виде равенства нормальных составляющих скоростей частиц среды и скоростей смещения по нормали точек поверхности оболочек $\overset{g}{W}_s$:

$$\overset{g}{W}_s = v_s(\varphi_s) = \frac{\partial W_s}{\partial t} = \frac{1}{i\omega r_0} \frac{\partial p_\Sigma}{\partial r_s} \Big|_{r_s=r_{0s}}. \quad (5)$$

5. Составляющие электромагнитного состояния в каждой линии для каждой пары электродов s -й оболочки определяются в соответствии с работами [1, 4].

6. Учет условий электродирования для указанных пар электродов выполнен как в работах [1, 2].

Формально, решение сквозной задачи об излучении звука рассматриваемой системой преобразователей сводится к совместному решению уравнений (1)–(3) с привлечением условий сопряжения (5), а также граничных условий по электрическому полю.

Граничные условия задачи включают в себя:

- а) собственно условие сопряжения вида (5);
- б) условия излучения Зоммерфельда [5];

в) электрические условия, рассмотренные относительно разностей потенциалов $\Delta \Psi_{s11}$, $\Delta \Psi_{s12}$ на электродах преобразователей и, соответственно, электрических напряжений $U_{h11}^{(s)}$ и $U_{h12}^{(s)}$. При этом для записи полной системы соотношений по электрическому полю использованы уравнения вынужденной электростатики [6]:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0; \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0,$$

где \mathbf{D} – вектор электрической индукции; \mathbf{E} – вектор напряженности электрического поля, а также условия использования длинных линий и характера электродирования из работы [1].

Электрические напряжения $U_{h11}^{(s)}$ и $U_{h12}^{(s)}$ записываются в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{h11}^{(s)} = - \int_{-h_s/2}^{h_s/2} E_{rs}^{(0)}(\varphi_s) d\eta, \\ U_{h12}^{(s)} = \int_{-h_s/2}^{h_s/2} E_{rs}^{(0)}(\varphi_s) d\eta, \end{array} \right. \quad (6)$$

где $\eta \in \left(-\frac{h_s}{2}; \frac{h_s}{2} \right)$.

Токи, протекающие через преобразователи со сторон соответствующих электродов с площадями S_{11}^s и S_{12}^s , определяются как в работе [1] для каждого из преобразователей системы.

2. Решение задачи

Согласно работе [5] и в соответствии с выражениями (1), (2) для s -го преобразователя системы, нагрузку оболочек запишем в виде:

$$p_s(r_s, \varphi_s) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p^{(s)} H_p^{(s)}(kr_s) e^{ip\varphi_s}, \quad (7)$$

где $-\infty < p < \infty$; $\varphi_s \in (0; 2\pi)$, а полное поле в точке M , соответственно:

$$p_M = \sum_{n=1}^N \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p^{(s)} H_p^{(1)}(kr_s) e^{ip\varphi_s}, \quad (8)$$

где $A_p^{(s)}$ – неизвестные коэффициенты; $H_p^{(1)}(kr_s)$ – функция Ханкеля первого рода p -порядка.

Рассматривая оболочки с номерами s и j , используя ограничение r_j и r_{sj} , применим к $\Delta MO_s O_j$ теорему сложения для волновых цилиндрических функций:

$$H_p^{(1)}(kr_s) e^{ip(\varphi_s - \varphi_{sj})} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(kr_s) e^{ip\varphi_s} H_{m+p}^{(1)}(kr_{sj}) e^{im(\pi - \varphi_s + \varphi_{sj})}, \quad (9)$$

где φ_{sj} – угол между положительным направлением вектора r_{sj} (из O_s в O_j) и осью $O_s X_s$, $\varphi_{sj} = \varphi_{js} + \pi$; $J_m(kr_s)$ – функция Бесселя m -го порядка, $-\infty < m < \infty$.

Поэтому полное поле в точке M в координатах j -го цилиндра запишется как:

$$p_M(r_s, \varphi_s) = \sum_p A_p^{(j)} H_p^{(1)}(kr_j) e^{ip\varphi_j} + \sum_{s=1}^N \sum_{p \neq j} A_p^{(s)} \sum_m J_m(kr_j) \times \times H_{m+p}^{(1)}(kr_{sj}) e^{im(\pi - \varphi_s + \varphi_{sj})} e^{im\varphi_{sj}}. \quad (10)$$

Такой переход в систему локальных координат j -го цилиндра с центром O_j , позволит выполнить условие сопряжения (5) на его поверхности. Иначе говоря, получим:

$$\begin{aligned} v_j(\varphi_j) = & \frac{1}{i\omega p_0} \frac{\partial}{\partial r_j} \left[\sum_p A_p^{(j)} H_p^{(1)}(kr_j) e^{ip\varphi_j} + \right. \\ & + \sum_{s=1}^N \sum_{p \neq j} A_p^{(s)} e^{im\varphi_{sj}} \sum_m J_m(kr_j) \times \\ & \left. \times H_{m+p}^{(1)}(kr_{sj}) e^{im(\pi - \varphi_s + \varphi_{sj})} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Заменив в первом слагаемом выражения (10) p на q ($q \in (-\infty; \infty)$), а во втором – m на m' («штрих» после замены опустим), а также, учитя соотношение $J_{-m}(kr_j) = (-1)^m J_m(kr_j)$, получим:

$$\begin{aligned} v_j(\varphi_j) = & \frac{1}{i\omega p_0} \frac{\partial}{\partial r_j} \left[\sum_q A_q^{(j)} H_q^{(1)}(kr_j) e^{iq\varphi_j} + \right. \\ & + \sum_{s=1}^N \sum_{p \neq j} A_p^{(s)} e^{im\varphi_{sj}} \sum_m (-1)^m J_m(kr_j) \times \\ & \left. \times H_{p-m}^{(1)}(kr_{sj}) e^{-im(\pi - \varphi_s + \varphi_{sj})} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Использование выражения (12) позволяет перейти к определению неизвестных коэффициентов $A_p^{(s)}$, $A_p^{(j)}$ разложений для акустического поля вида (8) и (10).

После ряда преобразований, с учетом разложений для W_s из системы (3), а также свойств полноты и ортогональности функций вида $e^{ip\varphi}$, $e^{iq\varphi}$, $e^{im\varphi}$ на интервале $\varphi_s, \varphi_j \in (0; 2\pi)$, переходя к переменным суммирования n и p , запишем

$$\begin{aligned} \omega p_0 c_0 W_n^{(j)} \Big|_{r_j=r_{0j}} = & A_n^{(j)} H_n^{(1)}(kr_{0j}) + \\ & + \sum_{s=1}^N \sum_{p \neq j} A_p^{(s)} (-1)^n J_n(kr_{0j}) \times \\ & \times H_{p-n}^{(1)}(kr_{sj}) e^{-in(\pi + \varphi_{sj})} e^{ip\varphi_{sj}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Значения составляющей $W_n^{(j)}$ определяем из системы (3), с использованием выражения для внешней нагрузки оболочек q_{rs} (4), с учетом доопределения $E_{rs}^{(0)}$ и $\frac{\partial E_{rs}^{(0)}}{\partial \varphi_s}$, исходя из приведенных выше уравнений вынужденной электростатики. Найдем напряженность, запи-

сав выражение для нормальной составляющей вектора электромагнитной индукции D_r в виде:

$$\begin{aligned} D_r &= \varepsilon_{33}^s E_r^{(0)} + e_{31} \varepsilon_{\varphi\varphi} = \\ &= \varepsilon_{33}^s E_{rs}^{(0)} + e_{31} \frac{1}{r_{0s}} \left[W_s + \frac{\partial U_s}{\partial \varphi_s} \right] = \text{const}. \end{aligned} \quad (14)$$

После проведения дифференцирования по φ_s , применение системы условий (6) к суперпозиции вида

$$E_{rs}^{(0)} = \frac{1}{h_s} [U_{H11} f_1(\varphi_s) + U_{H12} f_2(\varphi_s)],$$

где $E_{rs}^{(0)}$ – составляющая вектора напряженности электрического поля;

$$\begin{aligned} f_1(\varphi_s) &= \frac{1}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\gamma_{0s} \frac{\sin k\gamma_{0s}}{k\gamma_{0s}} e^{ik\varphi_s}; \\ f_2(\varphi_s) &= \frac{1}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\gamma'_{0s} \frac{\sin k\gamma'_{0s}}{k\gamma'_{0s}} e^{ik\varphi_s} e^{i\pi}, \end{aligned}$$

приводим систему (3) к следующему виду:

$$\begin{cases} \sum_n N_n(\omega) U_n^{(s)} e^{in\varphi_s} + \sum_n iM_n W_n^{(s)} e^{in\varphi_s} = 0; \\ -\sum_n i\bar{M}_n U_n^{(s)} e^{in\varphi_s} + \sum_n \bar{N}_n(\omega) W_n^{(s)} e^{in\varphi_s} = \\ = c' [U_{H11} f_1(\varphi_s) + U_{H12} f_2(\varphi_s)] - eq_{rs}. \end{cases} \quad (15)$$

Система (15) содержит следующие коэффициенты:

$$\begin{aligned} N_n(\omega) &= -d\omega^2 - (1+ab+c)n^2; \\ \bar{N}_n(\omega) &= -d\omega^2 - (1+abn^4); \\ M_n &= n(1+c+abn^2); \\ \bar{M}_n &= n(1+abn^2); \\ a &= \frac{h_s^2}{12r_{0s}^2}; b = \left(1 + \frac{e_{31}^2}{c_{11}^E \varepsilon_{33}^s}\right); c = \frac{e_{31}^2}{c_{11}^E \varepsilon_{33}^s}; \\ d &= \frac{\rho_{ms}}{c_{11}^E}; e = \frac{R_s^2}{h_s c_{11}^E}; c' = r_{0s} \frac{e_{31}^2}{c_n^E h_s}. \end{aligned} \quad (16)$$

Используя свойства полноты и ортогональности функций вида $e^{in\varphi_s}$ и $e^{im\varphi_s}$ на интервале $\varphi_s \in (0; 2\pi)$, отыщем из первого уравнения системы (15) составляющую перемещений $U_n^{(s)}$:

$$U_n^{(s)} = -i \frac{M_n W_n^{(s)}}{N_n(\omega)}. \quad (17)$$

Подставив выражение (17) во второе уравнение системы (15), проводя интегрирование по

частям для областей определения функций $f_1(\varphi_s)$ и $f_2(\varphi_s)$ в интервалах $\varphi_s \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ и $\varphi_s \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi - \frac{\pi}{2}\right)$ (что соответствует границам раскрыва электродов $2\gamma_{0s}$ и $2\gamma'_{0s}$ соответственно), а также используя свойство полноты и ортогональности функций $e^{in\varphi_s}$ и $e^{ip\varphi_s}$ на указанном интервале, получим выражение для нормальной составляющей перемещений $W_n^{(j)}$ ($W_n^{(s)}$):

$$W_n^{(j)} \Big|_{r_j=r_{0j}} = \frac{N_n(\omega)}{N_n(\omega) \bar{N}_n(\omega) - M_n \bar{M}_n} \times \times \left[\frac{c'}{2} U_{n\gamma} - e A_n^{(j)} H_n^{(1)}(kr_{0j}) - e \sum_{s=1}^N \sum_{p \neq j} A_p^{(s)} Z_{pn}^{(sj)} \right], \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} U_{n\gamma} &= U_{H11} \left[\frac{\sin k\gamma_{0j}}{k\gamma_{0j}} \right] \xi_n + U_{H12} \left[\frac{\sin m\gamma'_{0j}}{m\gamma'_{0j}} e^{ik\pi} \right] \bar{\xi}_n; \\ \xi_n &= \begin{cases} 1 & \text{при } n=0, n=2p+1 (p=0, 1, 2, \dots); \\ 0 & \text{при } n=2p (p=0, 1, 2, \dots); \end{cases} \quad (19) \\ \bar{\xi}_n &= e^{ik\pi} \xi_n; \\ Z_{pn}^{(sj)} &= J_n(kr_{0j}) H_{p-n}^{(1)}(kr_{sj}) e^{-i(p-n)\varphi_{sj}}. \end{aligned}$$

Таким образом, данный вид электродирования определяет то, что активными являются лишь нулевая и нечетная формы колебаний (см. выражение (19)), а при изменении положения электрода на 180° знак при нечетных значениях ξ_n меняется на противоположный, что согласуется с данными работы [7].

Подставляя выражение (18) в условие (13), получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно искомых коэффициентов $A_p^{(s)}$ и $A_n^{(j)}$

$$A_n^{(j)} + \sum_{s=1}^N \sum_{p \neq j} A_p^{(s)} Z_{pn}^{-(sj)} = S_n^{(j)}, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{pn}^{(sj)} &= \frac{J_n'(kr_{0j}) + a_n(\omega) J_n(kr_{0j})}{H_n^{(1)'}(kr_{0j}) + a_n(\omega) H_n^{(1)}(kr_{0j})} \times \\ &\times H_{p-m}^{(1)}(kr_{sj}) e^{-i(p-n)\varphi_{sj}}, \\ S_n^{(j)} &= \frac{a_n(\omega) c U_{n\gamma}}{H_n^{(1)'}(kr_{0j}) + a_n(\omega) H_n^{(1)}(kr_{0j})}, \end{aligned}$$

$$Q_n(\omega) = \frac{N_n(\omega)}{N_n(\omega)\bar{N}_n(\omega) - M_n\bar{M}_n},$$

$$a_n(\omega) = \omega \rho_0 c_0 c' Q_n(\omega).$$

Решения системы (20) позволяет отыскать неизвестные коэффициенты разложений (8) и (10) для акустического поля, а также представить угловые распределения перемещений и скоростей по поверхностям преобразователей системы и в среде на фиксированном расстоянии с использованием выражения (18).

В рассмотренных классах функций система (20) может быть регуляризована и разрешена относительно неизвестных коэффициентов методом редукции. Таким образом, решение сквозной задачи об излучении звуковых волн системой рассмотренных оболочек сводится к решению бесконечных систем линейных уравнений с учетом особенностей электродирования поверхности, уравнений для электрической линии и заданных на их входах величин электрических напряжений.

Выходы

Отыскание значений коэффициентов $A_n^{(j)}$, $A_n^{(s)}$ и $W_n^{(j)}$, $W_n^{(s)}$ для области значений $\varphi_s, \varphi_j \in (0; 2\pi)$ системы из N оболочек в заданных условиях возбуждения, согласования и электродирования позволяет:

- рассчитать угловые распределения перемещений точек поверхностей оболочек системы U_j , U_s , W_j , W_s и оценить их модовую структуру;
- рассчитать угловые распределения давления в ближнем и дальнем поле каждой оболочки для выбранных волновых соотношений решетки;

- определить характеристику направленности в режиме излучения рассматриваемой решетки;
- оценить характер распространения электромагнитных волн в кабельном тракте и тип сопротивления нагрузки (антенна – кабельный тракт);
- оценить вид и охарактеризовать динамику поведения внутреннего сопротивления каждого преобразователя оболочки системы.

Литература

1. Коржик А.В., Солтановский Ю.И. Излучение звуковых волн секционированным цилиндрическим пьезопреобразователем, подключенным к длинной линии // Электроника и связь. – 2009. – № 6(53). – С. 41–47.
2. Коржик О.В., Лейко О.Г. Врахування кабельного тракту при розв’язанні прийому звукових хвиль системами багатомодових п’єзокерамічних циліндрических перетворювачів // Электроника и связь. – 2007. – № 3. – С. 54–62.
3. Дідковський В.С., Лейко О.Г., Савін В.Г. Електроакустичні п’єзокерамічні перетворювачі (розрахунок, проектування, конструкування). – Кіровоград: «Імекс-ЛТД», 2006. – 448 с.
4. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник для вузов / Под ред. Л.А. Бессонова. – 11 изд., перераб. и доп. – М.: Гардарики, 2007. – 701 с.
5. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1972. – 348 с.
6. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Механика связанных полей в элементах конструкции: В 5 т. – К.: Наукова думка, 1989. – Т.5. Электроупругость. – 280 с.
7. Аронов Б.С. Электромеханические преобразователи из пьезоэлектрической керамики. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 273 с.