Теория сигналов и систем

УДК 534.2, 51.74

А.Я. Калюжный, д.-р. физ.-мат. наук
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
ул. Политехническая, 16, корпус 12, Киев, 03056, Украина.

Адаптация согласованного приема сигнала к параметрам умеренно дисперсной среды передачи

Предложен метод адаптации согласованной обработки акустического сигнала к характеристикам среды передачи, основанный на дополнительном усреднении параметров сигнала по частоте. Метод применим в условиях умеренно дисперсных сред, когда изменениями некоторых параметров сигнала в пределах относительно узких частотных полос можно пренебречь. На основе указанного метода получен алгоритм согласованной обработки, инвариантный к параметрам интенсивности модовых компонент сигнала. Библ.6.

Ключевые слова: *согласованный прием; многомодовый акустический сигнал; дисперсия среды передачи; интенсивность мод; адаптация к характеристикам среды.*

Введение

Одним из главных направлений развития современных методов приема акустических сигналов является согласование параметров приема со средой передачи. В основе такого согласования лежит, как правило, модель акустического поля в виде суперпозиции некоторых волновых компонент. В частности, для дальней зоны источника в длинноволновом приближении может быть использовано представление спектра поля в виде совокупности нормальных волн (мод колебаний) [1]:

$$S(\omega;\mathbf{r}_m)= \\ =\sum_{n=0}^{L(\omega)} A_n(\omega;\mathbf{r}_m,\mathbf{r}_0)\exp\left[-j\cdot\left(\omega t-\zeta_n(\omega)\cdot\left|\boldsymbol{\rho}_m-\boldsymbol{\rho}_0\right|\right)\right], \quad (1)$$

где $L(\omega)$ - количество модовых компонент, распространяющихся на частоте ω, $A_n(\omega;\mathbf{r}_m,\mathbf{r}_0)$ - амплитуды мод, определяемые как свойствами среды, так и характеристиками источника, $\zeta_n(\omega)=\omega/c_n(\omega)$ - волновые (собственные) числа мод, $c_n(\omega)$ - фазовые скорости, $\mathbf{r}_m=\{\boldsymbol{\rho}_m,z_m\}$ - вектор координат $m-ой$ точки приема поля $(m=1,\ldots,M)$, который включает горизонтальные $\boldsymbol{\rho}_m=\{x_m,y_m\}$ и вертикальную z_m компоненты, $\mathbf{r}_0=\{\boldsymbol{\rho}_0,z_0\}$ - вектор координат источника. В модели (1) предполагается, что горизонтальная протяженность акустического волновода намного превышает его вертикальный размер, а размеры источника излучения пренебрежимо малы по сравнению с длинной волны.

На основе модели (1) разработан ряд алгоритмов пространственно-временной обработки акустического сигнала [1] для типовых сред передачи, в частности, океанических волноводов, протяженных трубопроводов и др. При этом предполагается, что параметры модели могут быть получены либо расчетно-аналитическим методом, либо как результат измерений в условиях реальной среды. В свою очередь, «измерительный» подход (его также часто называют [1,2] адаптацией к параметрам среды) сопряжен с рядом трудностей как при выборе схемы измерений, так и с точки зрения обеспечения их эффективности. В частности, одним из ключевых условий устойчивости оценок параметров сигнала является достаточное количество точек его приема, которое должно быть, как правило, не менее количества распространяющихся мод [2]. Но в реальных условиях данное требование часто выполнить не удается. В данной работе предлагается метод преодоления указанной трудности за счет привлечения виртуальных «приемников», использующих смежные частотные каналы приема.

Оптимальный алгоритм согласованной обработки

Конкретизируем, прежде всего, модель приемника, положенную в основу нашего рассмотрения. Предположим, что сигнал источника представляет собой широкополосный гауссовский шум, стационарный на интервале наблюдения. Воспользовавшись векторно-матричными обозначениями, представим модель поля на апертуре приемной антенны в виде:

$$\mathbf{U}(\omega_k) = \theta \cdot \mathbf{S}(\omega_k) + \mathbf{N}(\omega_k), \quad k = k_1, \ldots, k_2\,, \tag{2}$$

где $\mathbf{U}(\omega_k)$ - вектор отсчетов спектра Фурье поля на апертуре антенны, составленный по всем M точкам приема для $k-ой$ частоты анализа в пределах полосы приема, $\mathbf{S}(\omega_k)$, $\mathbf{N}(\omega_k)$ - вектора сигнала и помехи, θ - формальный параметр ситуации, равный единице при наличии сигнала и равный нулю при его отсутствии. Оптимальный алгоритм обработки определяется, как известно [1], функционалом отношения правдоподобия (ФОП). Для принятых условий логарифм ФОП имеет вид [1]

$$\begin{aligned}\ln\Lambda(\mathbf{U}) = -\sum_{k=k_1}^{k=k_2} &\Big\{\ln\det\Big[\mathbf{B}_1(\omega_k)\cdot\mathbf{B}_0^{-1}(\omega_k)\Big] + \\ &+ \big(\mathbf{U}(\omega_k)\big)^H \cdot \Big(\mathbf{B}_1^{-1}(\omega_k) - \mathbf{B}_0^{-1}(\omega_k)\Big)\cdot\mathbf{U}(\omega_k)\Big\}\end{aligned} \tag{3}$$

где $\mathbf{B}_\theta(\omega_k) = \Big\langle \mathbf{U}(\omega_k)\cdot\big(\mathbf{U}(\omega_k)\big)^H / \theta \Big\rangle$ - корреляционная матрица спектральных отсчетов принимаемого поля в ситуации θ, $(\cdot)^H$ - символ эрмитового сопряжения. Согласно модели (2) и с учетом предположения о некоррелированности сигнала и помех корреляционную матрицу можно представить в виде суммы

$$\mathbf{B}_\theta(\omega_k) = \theta\cdot\mathbf{B}_S(\omega_k) + \mathbf{B}_0(\omega_k)\,, \tag{4}$$

где $\mathbf{B}_S(\omega_k / z)$ – корреляционная матрица спектральных отсчетов сигнала. Используем модель (4) и будем полагать среду распространения сигнала детерминированной. Кроме того, изменением амплитуд мод в пределах приемной апертуры будем пренебрегать. Тогда для корреляционной матрицы сигнала можно записать:

$$\begin{aligned}&\mathbf{B}_S(\omega_k) = \\ &= g_S(\omega_k)\cdot\mathbf{G}(\omega_k)\cdot\mathbf{A}(\omega_k)\cdot\mathbf{A}^H(\omega_k)\cdot\mathbf{G}^H(\omega_k)\end{aligned}\,. \tag{5}$$

Здесь $\mathbf{A}(\omega_k)$ - вектор (матрица-столбец), который составлен из амплитуд всех распространяющихся мод, $\mathbf{G}(\omega_k)$ - прямоугольная матрица $M \times L_k$ $(L_k = L(\omega_k))$, элементами которой являются экспоненциальные множители $\exp\big[-j\cdot\zeta_n(\omega_k)\cdot|\boldsymbol{\rho}_m - \boldsymbol{\rho}_0|\big]$. Строки матрицы $\mathbf{G}(\omega_k)$ отличаются координатами точек приема $\mathbf{r}_m$ $(m = 1,\ldots,M)$, а столбцы – волновыми числами. С учетом выражений (4), (5) алгоритм обработки (3) может быть преобразован к виду

$$\begin{aligned}\ln\Lambda(\mathbf{U}) = \sum_{k=k_1}^{k=k_2} &\Bigg\{\frac{\mathbf{V}^H(\omega_k)\cdot\mathbf{W}_A(\omega_k)\cdot\mathbf{V}(\omega_k)}{1 + Tr\big[\mathbf{Q}(\omega_k)\cdot\mathbf{W}_A(\omega_k)\big]} - \\ &- \ln\det\big(\mathbf{I} + \mathbf{Q}(\omega_k)\cdot\mathbf{W}_A(\omega_k)\big)\Bigg\}\end{aligned} \tag{6}$$

Здесь

$$\mathbf{V}(\omega_k) = \mathbf{G}^H(\omega_k)\cdot\mathbf{B}_0^{-1}(\omega_k)\cdot\mathbf{U}(\omega_k)\,, \tag{7}$$

- вектор выходов линейной части обработки,

$$\mathbf{W}_A(\omega_k) = g_S(\omega_k)\cdot\mathbf{A}(\omega_k)\cdot\mathbf{A}^H(\omega_k) \tag{8}$$

- матрица интенсивностей модовых компонент сигнала,

$$\mathbf{Q}(\omega_k) = \mathbf{G}^H(\omega_k)\cdot\mathbf{B}_0^{-1}(\omega_k)\cdot\mathbf{G}(\omega_k)\,. \tag{9}$$

- квадратная матрица порядка $L_k = L(\omega_k)$, $Tr[\cdot]$ - символ следа матрицы. Согласно выражению (6) оптимальная обработка включает в себя линейные процедуры (7), вычисление эрмитовой формы с ядром (8), центрирование и весовое накопление по всем частотам анализа.

Адаптация обработки к параметрам среды

Как следует из анализа алгоритма (6), от свойств среды зависят две основные группы параметров принимаемого сигнала: волновые числа и амплитуды мод. Ключевая роль среди этих параметров принадлежит, безусловно, волновым числам $\{\boldsymbol{\zeta}_n(\omega_k)\}_1^{L_k}$, которые определяют настройку фазирующей части приемника (7). Значение амплитуд модовых компонент сигнала не столь значительно, хотя они и определяют ядро эрмитовой формы (8), а также весовые множители при накоплении суммы (6). Однако, возможности прогнозирования и/или измерения этих двух групп параметров также существенно отличны.

Действительно, волновые числа находятся, как известно [3], в результате решения системы соответствующих дисперсионных уравнений, которые определяются геометрией волновода, граничными условиями, свойствами передающей среды. Важно отметить, что как эти уравнения, так и их решения являются устойчивыми параметрами среды, которые не зависят от характеристик источника сигнала. Поэтому относительно волновых чисел можно говорить о каких-то методах прогнозирования или измерения.

Что же касается амплитуд модовых компонент сигнала, то они определяются не только свойствами среды передачи, но и характеристиками источника, которые, как правило, априори неизвестны. Поскольку в системе обработки параметры интенсивности не играют столь фундаментальной роли, как волновые числа мод, то согласно принятой в математической статистике терминологии матрицы интенсивности $\mathbf{W}_A(\omega_k)$ можно отнести к категории так называемых мешающих параметров [4]. В свою очередь, включение этих параметров к категории мешающих предполагает такую модификацию алгоритма приема, которая от параметров интенсивности мод вообще не зависела бы. Одним из наиболее общих методов устранения влияния мешающих параметров является, как известно [4], критерий обобщенного максимального правдоподобия. Суть метода состоит в том, что в пространстве всех возможных значений мешающих параметров выделяются такие их подмножества, в которых обеспечивается максимизация ФОП на каждой из возможных реализаций массива наблюдений $\mathbf{U}$. Необходимым условием максимума функционала оптимальной обработки по параметрам интенсивности мод является уравнение

$$\frac{\partial \ln \Lambda(\mathbf{U})}{\partial \mathbf{W}_{A_k}} = 0 \qquad (10)$$

где $\mathbf{W}_{A_k} = \mathbf{W}_A(\omega_k)$ - матрица интенсивностей мод на $k-ой$ частоте. Подстановка в это уравнение выражения (6) и его решение приводят к следующему результату:

$$\hat{\mathbf{W}}_A(\omega_k) = \\ = \mathbf{Q}^{-1}(\omega_k)\cdot\mathbf{V}(\omega_k)\cdot\mathbf{V}^H(\omega_k)\cdot\mathbf{Q}^{-1}(\omega_k) - \mathbf{Q}^{-1}(\omega_k) \qquad (11).$$

Нетрудно убедиться, что оценка (11) является несмещенной. Однако, данная оценка существует лишь при условии обратимости матричной формы $\mathbf{Q}(\omega_k)$, которая определяется выражением (9). Из анализа указанного выражения следует, что необходимым условием существования обратной матрицы $\mathbf{Q}^{-1}(\omega_k)$, а значит, и оценки (11), является неравенство $M \ge L_k$, т.е. количество точек приема не должно быть меньше числа распространяющихся мод. В то же время, указанное условие может быть выполнено далеко не всегда. В частности, в задачах акустической диагностики технических систем (трубопроводов, цистерн, реакторов и др.) как раз наиболее типична противоположная ситуация: акустическая среда в силу свойств металлических оболочек способна передавать большое количество мод колебаний, а число используемых при этом акустических датчиков обычно невелико. Следовательно, в таких случаях возникает необходимость в улучшении («регуляризации») свойств матрицы (9).

Классические методы регуляризации [5] в данном случае не эффективны, поскольку не устраняют главной проблемы – ограничение ранга матрицы $\mathbf{Q}(\omega_k)$ числом каналов приема M. В данной работе предлагается иной метод улучшения оценки (11), позволяющий повысить ранг матрицы $\mathbf{Q}(\omega_k)$ вплоть до полного. Метод применим в случае умеренно дисперсных сред, когда скорость изменения параметров волновода в полосе приема относительно невелика. Принимая во внимание указанное обстоятельство, можно прийти к версии искомой оценки, в которой уже будут фигурировать не сами матрицы $\mathbf{Q}(\omega_k)$, а их усредненные по частоте значения. Ранг же усредненной матрицы, как известно [6], возрастает с увеличением количества накоплений, что позволяет эффективно «уйти» от проблемы сингулярности.

Действительно, разобьем общую полосу приема на P_f вспомогательных поддиапазонов, примыкающих к друг другу. Перепишем алгоритм оптимальной обработки (6) в эквивалентном виде, разбив суммирование по частотам на сумму по поддиапазонам и сумму внутри каждого из поддиапазонов:

$$\ln \Lambda(\mathbf{U}) = \sum_{p=1}^{P_f} \sum_{k\in\mathbf{K}_p} \left\{ \frac{\mathbf{V}^H(\omega_k)\cdot\mathbf{W}_A(\omega_k)\cdot\mathbf{V}(\omega_k)}{1+Tr\left[\mathbf{Q}(\omega_k)\cdot\mathbf{W}_A(\omega_k)\right]} - \right. \\ \left. - \ln\det\left(\mathbf{I}+\mathbf{Q}(\omega_k)\cdot\mathbf{W}_A(\omega_k)\right) \right\}. \qquad (12)$$

Здесь $\mathbf{K}_p$ – множество номеров частотных каналов, относящихся к $p-ому$ поддиапазону. Теперь предположим, что в пределах каждого из поддиапазонов изменением матрицы интенсивностей мод можно пренебречь, т.е. воспользуемся приближенным равенством

$$\mathbf{W}_A(\omega_k) \approx \mathbf{W}_A^{(p)}, \quad k\in\mathbf{K}_p, \quad p=1,\ldots,P_f\,, \qquad (13)$$

где

$$\mathbf{W}_A^{(p)} = \frac{1}{K_p}\sum_{k\in\mathbf{K}_p}\mathbf{W}_A(\omega_k)$$

- среднее по $p-ому$ поддиапазону значение параметров интенсивности, $K_p = \left|\mathbf{K}_p\right|$ - количество отнесенных к нему частот. Тогда с учетом (13) выражение (12) может быть приближенно записано в виде:

$$\ln\Lambda(\mathbf{U}) \approx \sum_{p=1}^{P_f}\sum_{k\in\mathbf{K}_p}\left\{\frac{\mathbf{V}^H(\omega_k)\cdot\mathbf{W}_A^{(p)}\cdot\mathbf{V}(\omega_k)}{1+Tr\left[\mathbf{Q}(\omega_k)\cdot\mathbf{W}_A^{(p)}\right]} - \right.$$
$$\left. -\ln\det\left(\mathbf{I}+\mathbf{Q}(\omega_k)\cdot\mathbf{W}_A^{(p)}\right)\right\}. \quad (14)$$

Далее найдем вариацию выражения (14) по параметрам $\mathbf{W}_A^{(p)}$ и приравняем ее нулю. Решая при некоторых упрощениях полученное таким образом уравнение, приходим к следующему выражению для оценки усредненной матрицы интенсивностей модовых компонент сигнала:

$$\hat{\mathbf{W}}_A^{(p)} = \tilde{\mathbf{Q}}_p^{-1}\cdot\tilde{\mathbf{R}}_p\cdot\tilde{\mathbf{Q}}_p^{-1} - \tilde{\mathbf{Q}}_p^{-1}. \quad (15)$$

Здесь $\tilde{\mathbf{Q}}_p^{-1}(z)$ - матрица, обратная усредненной по $p-ому$ поддиапазону матрице

$$\tilde{\mathbf{Q}}_p = \frac{1}{K_p}\sum_{k\in\mathbf{K}_p}\mathbf{G}^H(\omega_k)\cdot\mathbf{B}_0^{-1}(\omega_k)\cdot\mathbf{G}(\omega_k), \quad (16)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_p = \frac{1}{K_p}\sum_{k\in\mathbf{K}_p}\mathbf{V}(\omega_k)\cdot\mathbf{V}^H(\omega_k)$$

– усредненная матрица эмпирических корреляций выходов каналов согласованной обработки модовых компонент сигнала. Заметим, что оценка (15) оказалась сходной по структуре с выражением (11). Однако теперь существование оценок параметров интенсивности определяется условием обратимости усредненной в поддиапазоне матрицы (16). Необходимое для устранения сингулярности увеличение ранга матрицы (16) может быть достигнуто при достаточном количестве усреднений по частоте. В свою очередь, число таких усреднений определяется компромиссом между параметрами приемного тракта (полоса, время наблюдения) и скоростью изменения параметров волновода.

Подстановка выражения (15) в формулу (14) приводит к алгоритму обработки, инвариантному к параметрам интенсивности модовых компонент сигнала:

$$\ln\tilde{\Lambda}(\mathbf{U}) = \sum_{p=1}^{P_f}\left\{\frac{Tr\left[\tilde{\mathbf{Q}}_p^{-1}\cdot\tilde{\mathbf{R}}_p\cdot\left(\tilde{\mathbf{Q}}_p^{-1}\cdot\tilde{\mathbf{R}}_p-\mathbf{I}\right)\right]}{1+Tr\left[\tilde{\mathbf{Q}}_p^{-1}\cdot\tilde{\mathbf{R}}_p-\mathbf{I}\right]}\right.$$
$$\left. -\ln\det\left(\tilde{\mathbf{Q}}_p^{-1}\cdot\tilde{\mathbf{R}}_p(z)\right)\right\}. \quad (17)$$

Разумеется, замена полностью оптимальной обработки (6) ее адаптивной версией (17) сопряжена с некоторыми потерями эффективности приема, которые требуют дополнительных исследований, выходящих за рамки данной работы.

Заключение

В работе предложен метод адаптации согласованной обработки к характеристикам среды передачи, основанный на дополнительном усреднении параметров сигнала по частоте. Метод применим в условиях умеренно дисперсных сред, когда изменениями некоторых параметров сигнала в пределах относительно узких поддиапазонов можно пренебречь.

На основе указанного метода получен алгоритм согласованной обработки, инвариантный к параметрам интенсивности модовых компонент сигнала.

Список использованных источников

1. *Ильичев В. И. и др*. Статистическая теория обнаружения гидроакустических сигналов. – М.: Наука, 1992. – 415с.
2. *Krasny L. G., Antonyuk S. P.* Wave-number estimation in an ocean waveguide // J. Acoust. Soc. Am. – 1997. – Vol.102. – №5. – Pp. 2697-2704.
3. *Исакович М.А.* Общая акустика. – М.: Наука, 1973. – 496с.
4. *Линник Ю. В.* Статистические задачи с мешающими параметрами. – М.: Наука, 1966.
5. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979.
6. *Хорн Р., Джонсон Ч.* Матричный анализ: Пер. с англ. под ред. Икрамова Х. Д. – М.: Мир, 1989. – 655с.

Поступила в редакцию 18 марта 2015 г.

УДК 534.2, 51.74

О.Я. Калюжний, д.-р. фіз.-мат. наук

Національний технічний університет України «Київский політехнічний інститут»,

вул. Політехнічна 16, 03056, Київ, Україна.

Адаптація узгодженого прийому сигналу до параметрів помірно дисперсного середовища передачі

Запропоновано метод адаптації узгодженої обробки акустичного сигналу до характеристик середовища передачі, що базується на додатковому усередненні параметрів сигналу по частоті. Метод може бути застосований в умовах помірно дисперсних середовищ, коли зміни деяких параметрів сигналу у межах відносно вузьких частотних смуг можна не враховувати. На основі вказаного методу одержано алгоритм узгодженої обробки, що є інваріантним до параметрів інтенсивності модових компонент сигналу. Бібл. 6.

Ключові слова: *узгоджений прийом; багатомодовий акустичний сигнал; дисперсія середовища передачі; інтенсивність мод; адаптація до характеристик середовища.*

UDK 534.2, 51.74

A. Kalyuzhny, Dr.Sc.

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»,

Politekhnichna Str., 16, Kyiv, 03056, Ukraine.

Adaptation of the matched reception of a signal to parametres of moderately dispersion transmission environment

Adaptation method for matched processing of an acoustic signal to the transmission environment characteristics is offered. The method is based on additional averaging of signal parameters on frequency. The method is applicable in the conditions of moderately dispersible environment when changes of some parameters of a signal in narrow frequency bands can be neglected. Based on the specified method the algorithm for matched signal processing, which is invariant to intensity parameters of modal components of a signal is proposed. Ref. 6.

Keywords: *oordinated reception; multimode acoustic signal,dispersion of the medium (environment) transmission; mode's intensity; adaptation to environment characteristics.*

References

1. *Il'ichov, V. I. and others*. (1992). Statistical theory of hydroacoustic signal detection. P. 415.
2. *Krasny, L. G., Antonyuk, S. P.* (1997). Wave-number estimation in an ocean waveguide. Vol.102. No. 5. Pp. 2697-2704.
3. *Isakovich, M.A.* (1973). General acoustics. P. 496.
4. *Lynnyk, Yu. V.* (1966). Statistical problems with unwanted parameters.
5. *Tikhonov, A. N., Arsenin, V. Ya.* (1979), Methods for solving of ill-posed problems.
6. *Horn, R., Johnson, Ch.* (1989). Matrix Analysis: Transl. from English under edition of Ikramov Kh. D. P. 655.