Акустические приборы и системы

УДК 534.3

О.В. Коржик, д.-р. тех. наук, **О.М. Петріщев**, д.-р. тех. наук, **Н.В. Богданова**, канд. техн. наук
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,
вул. Політехнічна, 16, корпус 12, м. Київ, 03056, Україна.

Прийом звуку сферичним електропружним перетворювачем з розрізними електродами (частина 2)

На основі результатів розв'язання наскрізної задачі про прийом звуку сферичним електропружним перетворювачем з розрізними електродами, який представлено у вигляді суцільної тонкої п'єзокерамічної оболонки, отримано вирази для відшукання невідомих коефіцієнтів центрально-симетричних та вісе-симетричних складових повного розв`язку задачі. Електродування подано парою симетричних напівсферичних електродів, які розділено по екватору сфери та навантажено на окремі незалежні електричні опори. Бібл. 4.

Ключові слова: *прийом звукових хвиль; сферична оболонка; п'єзокерамічний перетворювач; наскрізна задача; розрізні зелектроди; електричні опори; чутливість; характеристика направленості.*

Вступ

Дана стаття є продовженням роботи [1] в частині відшукання невідомих коефіцієнтів розкладень рядів, якими подано основні фізичні характеристики полів, що беруть участь в процесі перетворення звукових хвиль при прийомі звуку одиночною електропружною сферичною п'єзокерамічною системою з розрізними електродами. До вказаних полів, насамперед, відносяться: акустичне, механічне та електричне поле.

Застосування саме розрізних електродів викликає необхідність розгляду не тільки центрально-симетричної, але й вісе-симетричної складової розв'язків, яка, власне, і забезпечує оцінку електричної напруги на навантаженні окремого електроду з врахуванням багатомодовості коливальної системи [2].

При цьому повний розв`язок визначатиметься суперпозицією вказаних складових розв'язків, як це показано раніше [1;3;4].

Використання повних розв'язків задачі для кожного з електродів окремо в подальшому надасть можливість побудови електричного тракту, який реалізовуватиме певну задану сукупність мод коливань розглянутої сферичної оболонки.

Отже, отримання повного розв`язку наскрізної задачі прийому в частині відшукання невідомих коефіцієнтів рядів-розкладень акустичних, механічних та електричних полів в умовах збудження п`єзокерамічного перетворювача з розрізними електродами звуковою хвилею одиничної амплітуди і є метою роботи. При цьому розв`язок забезпечує визначення результуючої електричної наруги на електричних навантаженнях кожного з електродів створеного сукупного акусто-електричного кола системи "плоска хвиля-повне акустичне поле – механічне поле сферичної п'єзокерамічної оболонки - електричне поле в п'єзокераміці – електродування певного типу - електричне навантаження електричного кола відповідного електроду".

Розв'язок задачі

Розв'язання задачі передбачає залучення фізичної моделі, математичної моделі, граничних умов, умовних позначень та геометрії системи з роботи [1]. При цьому окремо визначатимуться коефіцієнти центрально симетричної, вісесиметричної складових повного розв'язку та, власне, і сам повний розв'язок.

В подальших викладках також зберігатиметься нумерація формул-посилань з роботи [1], а представлення поточних результатів відбуватиметься в наскрізній нумерації, починаючи з номеру (1).

Відшукання невідомих коефіцієнтів для центрально симетричної складової розв`язку задачі

Отже, за результатами роботи [1] для центрально симетричного складової розв`язку задачі застосуємо сукупність рівнянь, що позначені номерами (46), (47), (53), (57), (61), (62), умови (5), (19), (50) та (59) з відповідними коментарями щодо деяких позначень та кроків перетворення.

Маємо:

$$\frac{1}{R_1}\left(2\sigma_{rr}^0-\sigma_{\varphi\varphi}^0-\sigma_{\vartheta\vartheta}^0\right)+\rho_M\omega^2u_r^0=0\,, \qquad (1)$$

де складові механічних напружень σ_{rr}^0, $\sigma_{\varphi\varphi}^0$, $\sigma_{\vartheta\vartheta}^0$ подано виразами :

$$\sigma_{rr}^0\Big|_{r=R_1}(r)=p_\Sigma^0\Big|_{r=R_1}(r)=$$
$$=-\frac{\lambda}{R_1^2}\left[\tilde{A}_0^*(kR_1)^2\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}\,J_{1/2}(kR_1)+\right.$$
$$\left.+\tilde{A}^{00}(kR_1)^2\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}H_{1/2}^{(2)}(kR_1)\right], \qquad (2)$$

$p_\Sigma^0\Big|_{r=R_1}(r)=p_\Sigma^0=p_\Sigma^0(kr)$ - центрально симтерична складова повного тиску в акустичному полі на поверхні оболонки *(r = R₁)*; λ - модуль всебічного стиснення робочого середовища (рідини), $\lambda=\rho c^2$, $k=\omega/c.$,

$$p_0^*=-\tilde{A}_0^*(k^2\lambda),\ \left|p_0^*\right|=1; \qquad (3)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^0=\frac{c_{12}^*+c_{22}^*}{R_1}u_r^0-e_{12}^*E_r^{0I}+\frac{c_{12}^E}{c_{11}^E}p_\Sigma^0 \qquad (4)$$

$$\sigma_{\vartheta\vartheta}^0=\frac{c_{12}^*+c_{22}^*}{R_1}u_r^0-e_{12}^*E_r^{0I}+\frac{c_{12}^*}{c_{11}^*}p_\Sigma^0.; \qquad (5)$$

u_r^0 - центрально симтерична складова радіальної компоненти вектора зміщення матеріальних точок сферичної оболонки, для якої

$$\frac{\tilde{A}^{00}}{R_1}kR_1\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}H_{3/2}^{(2)}(kR_1)+u_r^0=$$
$$=-\frac{p_0^*R_1}{\lambda}\frac{1}{kR_1}\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}J_{3/2}(kR_1); \qquad (6)$$

$c_{12}^*, c_{22}^*, c_{12}^E, c_{11}^E, e_{12}^*$ - пружні та п'єзокерамічні сталі та їх комбінації для п'єзокерамічного матеріалу сферичної облонки:

$$c_{12}^*=c_{12}^E\left(1-\frac{c_{12}^E}{c_{11}^E}\right);c_{22}^*=c_{22}^E-(c_{12}^E)^2/c_{11}^E;$$
$$e_{12}^*=e_{12}-e_{11}\frac{c_{12}^E}{c_{11}^E}; \qquad (7)$$

E_r^{0I} -центрально симтерична складова радіальної компоненти вектора напруженості електричного поля в матеріалі сферичної оболонки;

$$C_2^0=-\frac{C_1^0}{\chi_{11}^*r}\Bigg|_{r=R_0}, \qquad (8)$$

χ_{11}^* - ефективна діелектрична проникність п'єзокерамічного матеріалу сферичної оболонки;

$$j\omega 4\pi C_1^0Z_H^I=-\frac{C_1^0}{\chi_{11}^*R_1^2}\pm C_2^0+$$
$$+\left(\frac{e_{11}}{\chi_{11}^*c_{11}^E}p_\Sigma^0(kR_1)+\frac{2}{\chi_{11}^*R_1}e_{12}^*u_r^0(kR_1)\right)h_0, \qquad (9)$$

Z_H^I - опір електричного навантаження електроду **I;**

$$U_n^{0I}=-E_r^{0I}h_0\ ;\qquad E_r^{0I}=$$
$$=\frac{C_1^0}{\chi_{11}^*R_1^2}-\frac{2e_{12}^*}{\chi_{11}^*R_1}u_r^0(kR_1)-\frac{e_{11}}{\chi_{11}^*c_{11}^E}p_\Sigma^0(kR_1). \qquad (10)$$

Таким чином, набір рівнянь (1), (2), (3), (6), (9), (10) відповідає за кількістю числу невідомих коефіцієнтів $\tilde{A}_0^*$, $\tilde{A}^{00}, C_1^0, C_2^0$, u_r^0, E_r^{0I}, що дозволяє виконати сумісний розв'язок цих рівнянь відносно вказаних коефіцієнтів.

Виконуючи перетворення рівняння (1) враховуючи співвідношення (2)-(5), введемо нові позначення

$$M^0(kR_1)=(kR_1)^2\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}J_{1/2}(kR_1);$$
$$N^0(kR_1)=(kR_1)^2\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}H_{1/2}^{(2)}(kR_1). \qquad (11)$$

та отримаємо:

$$-\frac{\lambda}{R_1^2}\left(1-\frac{c_{12}^E}{c_{11}^E}\right)\left\{\tilde{A}_0^*M^0(kR_1)+\tilde{A}^{00}N^0(kR_1)\right\}=$$
$$=\left(\frac{c_{12}^*+c_{22}^*}{R_1}-\frac{R_1}{2}\rho_M\omega^2\right)\times \qquad (12)$$
$$\times u_r^0(kR_1)-e_{12}^*E_r^{0I}.$$

Для центрально симтеричної складової радіальної компоненти вектора зміщення u_r^0 видозмінюючи (6) запишемо:

$$u_r^0(kR_1)=\left(k^2R_1\right)\left(\tilde{A}_0^*K^0(kR_1)+\tilde{A}^{00}L^0(kR_1)\right), \qquad (13)$$

$$L^0\left(kR_1\right)=\frac{1}{kR_1}\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}H^{(2)}_{3/2}\left(kR_1\right),$$

де (14)

$$K^0\left(kR_1\right)=\frac{1}{kR_1}\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}J_{3/2}\left(kR_1\right);$$

Нехай

$$\begin{aligned}\mathbf{I}^0\left(kR_1\right)&=\tilde{A}^*_0K^0\left(kR_1\right)+\tilde{A}^{00}L^0\left(kR_1\right),\\ \mathbf{II}^0\left(kR_1\right)&=\tilde{A}^*_0M^0\left(kR_1\right)+\tilde{A}^{00}N^0\left(kR_1\right).\end{aligned}\tag{15}$$

Далі, використавши (8), (9), розкриваючи (2) для тиску та збираючи коефіцієнти при u_r^0 дістанемо:

$$\begin{aligned}&\alpha^*\left(kR_1\right)\mathbf{II}^0\left(kR_1\right)=\\ &=\beta^*\left(kR_1\right)\mathbf{I}^0\left(kR_1\right)-\xi^*\left(kR_1\right)C_1^0,\end{aligned}\tag{16}$$

де $\xi^*\left(kR_1\right)=\dfrac{e^*_{12}}{\chi^*_{11}R_1^2}\dfrac{kR_1}{kR_1}$;

$$\alpha^*\left(kR_1\right)=\left(-\frac{\lambda}{R_1^2}\frac{kR_1}{kR_1}\right)\cdot\alpha,$$

$$\alpha=\left(1-\frac{c^E_{12}}{c^E_{11}}\right)-\frac{e_{11}e^*_{12}}{c^E_{11}\chi^*_{11}},\tag{17}$$

$$\beta^*\left(kR_1\right)=\left(kR_1\right)k\beta(\omega)\frac{R_1}{R_1},$$

$$\beta(\omega)=\frac{2(e^*_{12})^2}{R_1\chi^*_{11}}+\frac{c^*_{12}+c^*_{22}}{2R_1}-\rho_M\frac{R_1}{2}\omega^2.$$

Вважаємо, що завдяки тонкостінності оболонки, вбачаючи малу чисельну відмінність членів $\dfrac{1}{R_1\chi^*_{11}}$ та $\dfrac{1}{R_0\chi^*_{11}}$ з рівнянь (8) та (9), для наближення $R_1\approx R_0$, використавши (8)-(10) коефіцієнт C_1^0 знайдемо у вигляді:

$$C_1^0=\frac{\dfrac{e_{11}h_0R_1}{c^E_{11}}\left(-\dfrac{\lambda}{R_1^2}\right)\mathbf{II}^0\left(kR_1\right)+2e^*_{12}h_0\left(k^2R_1\right)\mathbf{I}^0\left(kR_1\right)}{\tilde{\tilde{Z}}(\omega)}\tag{18}$$

$$\tilde{\tilde{Z}}(\omega)=2+\omega C_0Z^I_H\frac{h_0}{R_1};\tag{19}$$

$C_0=4\pi\chi^*_{11}\dfrac{R_1^2}{h_0}$ - статична ємність пєзокерамічної оболонки.

Далі, послідовно вводячи позначення у (18):

$$\begin{aligned}&\gamma^*\left(kR_1\right)=\left(-\frac{\lambda}{R_1^2}\right)\frac{e_{11}h_0}{c^E_{11}}\frac{kR_1}{R_1};\\ &\Delta^*_0\left(kR_1\right)\left(kR_1\right)=2e^*_{12}h_0\left(k^2R_1\right),\end{aligned}\tag{20}$$

$$C_1^0=\frac{\gamma^*\left(kR_1\right)\mathbf{II}^0\left(kR_1\right)+\Delta^*\left(kR_1\right)\mathbf{I}^0\left(kR_1\right)}{\tilde{\tilde{Z}}(\omega)},\tag{21}$$

після підстановки (21) до (16) отримуємо для проміжних перетворень:

$$\underbrace{\left(\alpha^*\left(kR_1\right)-\frac{\xi^*(kR_1)\gamma^*(kR_1)}{\tilde{\tilde{Z}}(\omega)}\right)}_{\mu(kR_1)}\mathbf{II}^0\left(kR_1\right)=$$

$$=\underbrace{\left(\beta^*(kR_1)+\frac{\xi^*(kR_1)\Delta^*_0(kR_1)}{\tilde{\tilde{Z}}(\omega)}\right)}_{\eta(kR_1)}\mathbf{I}^0\left(kR_1\right),\tag{22}$$

звідки з врахуванням (15) остаточно дістанемо вираз для знаходження невідомого коефіцієнту $\tilde{A}^{00}$:

$$\begin{aligned}&\tilde{A}^{00}=\\ &=\tilde{A}^*_0\cdot\frac{\mu\left(kR_1\right)M^0\left(kR_1\right)-\eta\left(kR_1\right)K^0\left(kR_1\right)}{\mu\left(kR_1\right)N^0\left(kR_1\right)+\eta\left(kR_1\right)L^0\left(kR_1\right)}.\end{aligned}\tag{23}$$

Таким чином, отримано рівняння для відшукання невідомих коефіцієнтів $\tilde{A}^*_0$, $\tilde{A}^{00}, C_1^0, C_2^0$, u_r^0, U^{0I}_H. Це рівняння (3), (23), (18), (8), (13), ((10) або $U^{0I}_H=\omega4\pi C_1^0Z^I_H$) відповідно.

Відшукання невідомих коефіцієнтів для вісесиметричної складової задачі

Для вісесиметричної складової розв`язку задачі зі всіх складових вектору зміщень $\vec{u}$ залишаємо радіальну $u_r^n(\vartheta)$ та меридіональну $u_\vartheta^n(\vartheta)$ кутові складові (див. вирази (28)-(30), (63) роботи [1]). При цьому для відшукання невідомих коефіцієнтів вісесиметричної складової розвязку задачі $\tilde{A}^*_0$, $\tilde{A}^{n0}, C_1^n, C_2^n$, u_r^n, u_ϑ^n, U^{nI}_H застосуємо сукупність рівнянь роботи [1], які пронумеровано (71), (69), (70), (66), (97), (104), (105) та умови (19) і (101) з того ж джерела.

Тому, виконуючи подальшу наскрізну нумерацію співвідношень, запишемо:

$$\frac{1}{R_1}\left(2\sigma^n_{rr}-\sigma^n_{\varphi\varphi}-\sigma^n_{\vartheta\vartheta}\right)+\rho_M\omega^2u_r^n=0,\tag{24}$$

де складові механічних напружень σ^n_{rr},

$\sigma^n_{\varphi\varphi}+\sigma^n_{\vartheta\vartheta}$ подано виразами :

$$\sigma^n_{rr}\Big|_{r=R_1}(\vartheta)=p^n_\Sigma\Big|_{r=R_1}(r,\vartheta)=p^n_\Sigma\Big|_{r=R_1}(\vartheta)=\sigma^n_{rr}\Big|_{r=R_1}(kr)P_n(\cos\vartheta)=p^n_\Sigma\Big|_{r=R_1}(kr)P_n(\cos\vartheta)=$$
$$=-\frac{\lambda}{R_1^2}\left[\tilde{A}_0^*(kR_1)^2\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}\,j^n(2n+1)J_{n+1/2}(kR_1)\times P_n(\cos\vartheta_0)+\tilde{A}^{n0}(kR_1)^2\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}H^{(2)}_{n+1/2}(kR_1)\right]\times P_n(\cos\vartheta), \tag{25}$$

$$\sigma^n_{\varphi\varphi}+\sigma^n_{\vartheta\vartheta}=\sigma^n_{\varphi\varphi}(\vartheta)+\sigma^n_{\vartheta\vartheta}(\vartheta)=$$
$$=(\sigma^n_{\varphi\varphi}+\sigma^n_{\vartheta\vartheta})P_n(\cos\vartheta)=$$
$$=\frac{c^*_{12}+c^*_{22}}{R_1}(2-n(n+1))u^n_rP_n(\cos\vartheta)- \tag{26}$$
$$-2\left(e^*_{12}E^{nl}_r-\frac{c^E_{12}}{c^E_{11}}p^n_\Sigma\right)P_n(\cos\vartheta);$$

$$p^*_0=-\tilde{A}^*_0(k^2\lambda),\quad \left|p^*_0\right|=1, \tag{27}$$

умовами спряження щодо рівності нормальної складової зміщень точок зовнішньої поверхні оболонки та часток робочого середовища:

$$u^n_r(\vartheta)\Big|_{r=R_1}=-\frac{p^*_0R_1}{\lambda}\frac{1}{kR_1}j^n(2n+1)\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}\times$$
$$\times\left[-J_{n+3/2}(kR_1)+\frac{n}{kR_1}J_{n+3/2}(kR_1)\right]P_n(\cos\vartheta_0)\times \tag{28}$$
$$P_n(\cos\vartheta)-\tilde{A}^{n0*}(kR_1)\frac{1}{R_1}\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}\times$$
$$\times\left[-H^{(2)}_{n+3/2}(kR_1)+\frac{n}{kR_1}H^{(2)}_{n+3/2}(kR_1)\right]P_n(\cos\vartheta);$$

виразом $C^n_2=-\dfrac{C^n_1}{R_0\chi^*_{11}}q_n$, (29)

де множник q_n подається умовами

$$q_n=\begin{cases}0\,\forall n=2m,\ m=1,2,3,..\\ \tilde{q}_m\,\forall n=2m+1,\ m=0,1,2,..\end{cases} \tag{30}$$

$$\tilde{q}_m=(-1)^m\frac{(2m)!(4m+4)}{2^{2m+3}(m+1)^2(m!)^2}$$

та визначає модовий склад вихідної напруги U^{nl}_n кола електрода **l;** а також формулами

$$j\omega2\pi C^n_1q_nZ^l_H=-\frac{C^n_1}{\chi^*_{11}R_1^2}q_n\pm C^n_2+$$
$$+\left(\frac{e_{11}}{\chi^*_{11}c^E_{11}}p^n_\Sigma(kR_1)+\right. \tag{31}$$
$$\left.+(2-n(n+1))\frac{1}{\chi^*_{11}R_1}e^*_{12}u^n_r(kR_1)\right)h_0,$$

та $U^{nl}_n=-E^{nl}_rh_0;$

$$E^{nl}_r=\frac{C^n_1}{\chi^*_{11}R_1^2}q_n-(2-n(n+1))\frac{e^*_{12}}{\chi^*_{11}R_1}u^n_r(kR_1)-$$
$$-\frac{e_{11}}{\chi^*_{11}c^E_{11}}p^n_\Sigma(kR_1). \tag{32}$$

Кутова компонента меридіанальної складової переміщень u^n_ϑ залучена як:

$$u^n_\vartheta=$$
$$=\frac{\dfrac{e^*_{12}}{\chi^*_{11}c^*_{22}}R_1^2\dfrac{C^n_1}{R_1^2}q_n}{\left(2-n(n+1)+(\gamma_\vartheta R_1)^2\right)+\dfrac{(e^*_{12})^2}{c^*_{22}}\left(2-n(n+1)\right)}-$$
$$-\frac{\left[\dfrac{e_{11}e^*_{12}}{c^E_{11}\chi^*_{11}c^*_{22}}R_1^2+\dfrac{c^E_{12}}{c^E_{11}c^*_{22}}R_1\right]p^n_\Sigma(kR_1)}{\left(2-n(n+1)+(\gamma_\vartheta R_1)^2\right)+\dfrac{(e^*_{12})^2}{c^*_{22}}\left(2-n(n+1)\right)}, \tag{33}$$

де $\gamma_\vartheta=\dfrac{\omega}{\sqrt{\dfrac{c^{E*}_{22}}{\rho_M}}}$ - хвильове число коливань стиснення-розтягнення вздовж криволінійної вісі кутів ϑ (меридіанів).

Таким чином, набір рівнянь (24), (25), (28), (29), (30), (32), (33) відповідає за кількістю кількості невідомих коефіцієнтів $\tilde{A}^*_0$, $\tilde{A}^{n0}$, C^n_1, C^n_2, u^n_r, u^n_ϑ, U^{nl}_H, що дозволяє виконати сумісний розвязок цих рівнянь відносно вказаних коефіцієнтів.

Виконуючи перетворення рівняння (24) враховуючи співвідношення (25)-(27), введемо нові позначення

$$M^n(kR_1)=(kR_1)^2\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}j^n(2n+1)\times$$
$$\times J_{n+1/2}(kR_1)P_n(\cos\vartheta_0); \tag{34}$$
$$N^n(kR_1)=(kR_1)^2\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}H^{(2)}_{n+1/2}(kR_1).$$

та отримаємо:

$$-\frac{\lambda}{R_1^2}\left(1-\frac{c_{12}^E}{c_{11}^E}\right)\left\{\tilde{A}_0^* M^n\left(kR_1\right)+\tilde{A}^{n0}N^n\left(kR_1\right)\right\}=$$

$$=\left((2-n(n+1))\frac{\overset{*}{c}_{12}+\overset{*}{c}_{22}}{R_1}-\frac{R_1}{2}\rho_M\omega^2\right)\times \tag{35}$$

$$\times u_r^n\left(kR_1\right)-\overset{*}{e}_{12}E_r^{nI}.$$

Для вісесимтеричної складової радіальної компоненти вектора зміщення u_r^n видозмінюючи (28) запишемо:

$$u_r^n\left(kR_1\right)=\left(k^2R_1\right)\left(\tilde{A}_0^* K^n(kR_1)+\tilde{A}^{n0}L^n(kR_1)\right), \tag{36}$$

де

$$L^n\left(kR_1\right)=\frac{1}{kR_1}\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}P_n\left(cos\vartheta_0\right)\times$$

$$\times\left(-H_{n+3/2}^{(2)}(kR_1)+\frac{n}{kR_1}H_{n+1/2}^{(2)}(kR_1)\right), \tag{37}$$

$$K^0\left(kR_1\right)=\frac{1}{kR_1}\sqrt{\frac{\pi}{2kR_1}}j^n(2n+1)\times$$

$$\times\left(-J_{n+3/2}^{(2)}(kR_1)+\frac{n}{kR_1}J_{n+1/2}^{(2)}(kR_1)\right);$$

Нехай

$$\mathbf{I}^n\left(kR_1\right)=\tilde{A}_0^* K^n\left(kR_1\right)+\tilde{A}^{n0}L^n\left(kR_1\right),$$

$$\mathbf{II}^n\left(kR_1\right)=\tilde{A}_0^* M^n\left(kR_1\right)+\tilde{A}^{n0}N^n\left(kR_1\right). \tag{38}$$

Далі, використавши (29), (31), розкриваючи (25) для тиску та збираючи коефіцієнти при u_r^n дістанемо:

$$\alpha^*\left(kR_1\right)\mathbf{II}^n\left(kR_1\right)=$$

$$=\beta_n^*\left(kR_1\right)\mathbf{I}^n\left(kR_1\right)-\xi^*\left(kR_1\right)C_1^n q_n, \tag{39}$$

де $\xi^*\left(kR_1\right)=\dfrac{e_{12}^*}{\chi_{11}^* R_1^2}\dfrac{kR_1}{kR_1}$;

$$\alpha^*\left(kR_1\right)=\left(-\frac{\lambda}{R_1^2}\frac{kR_1}{kR_1}\right)\cdot\alpha,$$

$$\alpha=\left(1-\frac{c_{12}^E}{c_{11}^E}\right)-\frac{e_{11}e_{12}^*}{c_{11}^E\chi_{11}^*},$$

$$\beta_n^*\left(kR_1\right)=\left(kR_1\right)k\beta_n\left(\omega\right)\frac{R_1}{R_1}, \tag{40}$$

$$\beta_n\left(\omega\right)=(2-n(n+1))\frac{(e_{12}^*)^2}{R_1\chi_{11}^*}+\frac{\overset{*}{c}_{12}+\overset{*}{c}_{22}}{2R_1}-$$

$$-\rho_M\frac{R_1}{2}\omega^2.$$

Як і у випадку щодо центральносиметричного розвэязку вважаємо, що завдяки тонкостінності оболонки, вбачаючи малу чисельну відмінність членів $\dfrac{1}{R_1\chi_{11}^*}$ та $\dfrac{1}{R_0\chi_{11}^*}$ з рівнянь (29) та (31), для наближення $R_1\approx R_0$, використавши (29), (31),(32) коефіцієнт C_1^n знайдемо у вигляді:

$$C_1^n q_n=\frac{\dfrac{e_{11}h_0R_1}{c_{11}^E}\left(-\dfrac{\lambda}{R_1^2}\right)\mathbf{II}^n\left(kR_1\right)}{\tilde{\tilde{Z}}1(\omega)}+ \tag{41}$$

$$+\frac{(2-n(n+1))e_{12}^*h_0\left(k^2R_1\right)\mathbf{I}^n\left(kR_1\right)}{\tilde{\tilde{Z}}1(\omega)},$$

$$\tilde{\tilde{Z}}1(\omega)=2+\omega C_0Z_H^I\frac{h_0}{2R_1}; \tag{42}$$

$C_0=4\pi\chi_{11}^*\dfrac{R_1^2}{h_0}$ - статична ємність пєзокерамічної оболонки.

Далі, послідовно вводячи позначення в (41):

$$\gamma^*\left(kR_1\right)=\left(-\frac{\lambda}{R_1^2}\right)\frac{e_{11}h_0}{c_{11}^E}\frac{kR_1}{R_1};$$

$$\Delta_n^*\left(kR_1\right)\left(kR_1\right)=(2-n(n+1))e_{12}^*h_0\left(k^2R_1\right), \tag{43}$$

$$C_1^n q_n=\frac{\gamma^*\left(kR_1\right)\mathbf{II}^n\left(kR_1\right)+\Delta_n^*\left(kR_1\right)\mathbf{I}^n\left(kR_1\right)}{\tilde{\tilde{Z}}1(\omega)}, \tag{44}$$

після підстановки (44) до (39) отримуємо для проміжкових перетворень:

$$\underbrace{\left(\alpha^*\left(kR_1\right)-\frac{\xi^*(kR_1)\gamma^*(kR_1)}{\tilde{\tilde{Z}}1(\omega)}\right)}_{\mu\left(kR_1\right)}\mathbf{II}^n\left(kR_1\right)=$$

$$=\underbrace{\left(\beta_n^*(kR_1)+\frac{\xi^*(kR_1)\Delta_n^*(kR_1)}{\tilde{\tilde{Z}}1(\omega)}\right)}_{\eta^n(kR_1)}\mathbf{I}^n\left(kR_1\right),$$

звідки з врахуванням (38) остаточно дістанемо виразу для знаходження невідомого коефіцієнту $\tilde{A}^{n0}$:

$$\tilde{A}^{n0}=$$

$$=\tilde{A}_0^*\cdot\frac{\mu\left(kR_1\right)M^n\left(kR_1\right)-\eta^n\left(kR_1\right)K^n\left(kR_1\right)}{\mu\left(kR_1\right)N^n\left(kR_1\right)+\eta^n\left(kR_1\right)L^n\left(kR_1\right)}. \tag{45}$$

Таким чином, маємо рівняння для відшукання невідомих коефіцієнтів $\tilde{A}_0^*$, $\tilde{A}^{n0}$, C_1^n, C_2^n, u_r^n, u_ϑ^n, U_H^{nl}. Це рівняння (27), (45), (44), (29), (36), (33) ((32) або $U_H^{nl} = \omega 2\pi C_1^n q_n Z_H^l$) відповідно.

Використання співвідношення (30), показує, що сенс використання невідомого коефіцієнту C_1^n та визначення коефіцієнту C_2^n є лише тоді, коли n набуває непарних значень. За парних значень n добуток $C_1^n q_n$ обертається на ноль. Отже, даний тип електродування електрично реалізує лише нульову та непарні моди коливань оболонки, що також відповідає результатам роботи [1]. Не забуваємо при цьому, що електричні навантаження кожного з електродів є окремими і незалежними.

Використання визначених коефіцієнтів для пошуку повного розвязку задачі

Тепер, після находження коефіцієнтів центрально- та вісесиметричних розв'язків необхідно оформити повний розв`язок наскрізної задачі.

За результатами робот [2-3] для розглянутого виду електродування представлення повного розвязку відповідатиме наступній конструкції:

- для радіальної компоненти вектора переміщень $u_r(\varphi,\vartheta) \to u_r(\vartheta)$

$$u_r(\vartheta) = \sum_{n=0}^{\infty} u_r^{n0} f_r^{n0}(\vartheta) = u_r^0 + \sum_{n=1}^{\infty} u_r^n f_r^{n0}(\vartheta), \tag{46}$$

де $f_r^{n0}(\vartheta) = P_n(\cos\vartheta)$, u_r^0 - визначається рівністю (13), u_r^n - визначається рівністю (36);

- для кутової компоненти вектора переміщень

$u_\vartheta(\varphi,\vartheta) \to u_\vartheta(\vartheta)$

$$u_\vartheta(\varphi,\vartheta) = \sum_{n=1}^{\infty} u_\vartheta^n f_\vartheta^n(\vartheta), \tag{47}$$

де $f_\vartheta^n(\vartheta) = P_n(\cos\vartheta)$, та u_ϑ^n - визначається рівнянням (33).

- для повного тиску в акустичному полі на поверхні оболонки

$$p_\Sigma(r,\varphi,\vartheta) = p_0(r,\varphi,\vartheta) + p_s(r,\varphi,\vartheta) \to \to p_0(r,\vartheta) + p_s(r,\vartheta), \tag{48}$$

де $p_0(r,\vartheta)$ тиск в падаючій хвилі; $p_s(r,\vartheta)$ - тиск в розсіяній хвилі.

Вираз (48) представляє собою суму тисків у вказаних акустичних хвилях. Для цих хвиль враховано центрально симетричні і вісесиметричні складових полів, що можно інтерпретувати як суму центральносиметричних сферичних гармонік та сукупності тессеральних гармонік 0-го порядку .

Групуючи центрально- та вісесиметричні форми представлення тисків $p_0(r,\vartheta)$ та $p_s(r,\vartheta)$, приходимо до виразу

$$p_\Sigma(r,\varphi,\vartheta) = p_\Sigma^0(r) + p_\Sigma^{nm}(r,\vartheta)\Big|_{\substack{r=R1,\\ m=0}} \tag{49}$$

де $p_\Sigma^0(r)$ - сукупність центральносиметричних сферичних гармонік суперпозиції полів падаючої і розсіяної хвилі, яка визначається рівнянням (46) роботи [1], а $p_\Sigma^{nm}(r,\vartheta) = p_\Sigma^{n0}(r,\vartheta)$ - сукупності тессеральних гармонік 0-го порядку суперпозиції полів падаючої і розсіяної хвилі, яка визначається рівнянням (25) цієї роботи.

Тобто, маємо рівняння:

$$p_\Sigma(r,\vartheta) = p_\Sigma^0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} p_\Sigma^{n0}(r) f_p^{n0}(\vartheta),$$

де $f_p^{n0}(\vartheta) = P_n(\cos\vartheta)$.

- для електричної напруги на навантаженні Z_H^l електроду **l -** U_H^l

$$U_H^l = U_H^{0l} + U_H^{nl}, \tag{50}$$

де складова напруги U_H^{0l}, що відповідає центральносиметричному розв'язку, визначається рівняннями (10) або $U_H^{0l} = \omega 4\pi C_1^0 Z_H^l$, а складова U_H^{nl}, що відповідає вісесиметричному розв'язку, визначається рівняннями (32) або $U_H^{nl} = \omega 2\pi C_1^n q_n Z_H^l$ цієї роботи.

Таким чином, враховуючи центральносиметричну U_H^{0l} та вісесиметричну U_H^{nl} складові, для напруги на навантаженні Z_H^l маємо:

$$U_{H\Sigma}^{nl} = U_H^{0l} + \sum_{n=1}^{\infty} U_H^{nl}.$$

Зазначимо, що визначені вище коефіцієнти надають можливість знаходження також таких характеристик нашої коливальної системи як: механічні напруження $\sigma_{rr}, \sigma_{\vartheta\vartheta}$, деформації

$\varepsilon_{\lambda\beta}(\vartheta)$ ($\varepsilon^{0}_{\lambda\beta}$ - центрально симетрична складова діаметральних компонент матриці тензору деформацій, $\varepsilon^{n}_{\lambda\beta}$ - віссесиметричні складові зазначенних компонент матриці, λ, β - набувають значення rr, $\vartheta\vartheta$), коливальну швидкість в акустичному полі $v_{\Sigma}(r,\vartheta)$, струм в колі навантаження електроду **I** $I^{nl}_{H\Sigma} = I^{0l}_{H} + \sum_{m=1}^{\infty} I^{nl}_{H}$.

Висновки

В наскрізній постановці для сферичного п'єзокерамічного перетворювача з парою розрізних електродів отримано вирази для обчислення невідомих коефіцієнтів розкладень основних фізичних полів при перетворення звукової енергії на електричну.

Показано порядок використання визначених коефіцієнтів для пошуку повного розв'язку задачі для окремих електричних опорів кіл навантажень електродів прийомного перетворювача.

Список використаних джерел

1. *Коржик А.В., Петрищев О.Н.* Расчета частотных характеристик сферического пьезокерамического гидрофона // Electronics and Communications. – 2014. – №3. – С. 77-97
2. *Коржик О.В.* Врахування типу електродування сферичного електропружного перетворювача в наскрізних задачах прийому звуку багатомодовими системамиі // Электроника и связь. – 2013. – №1. – С. 76-88.
3. *Петрищев О.Н.* Гармонические колебания пьезокерамических элементов Часть 1. Гармонические колебанияпьезоэлектрических элементов в вакууме и метод резонанса-антирезонанса. Киев:, "АВЕРС" , 2012. -299 с.
4. *Коржик О.В.* До визначення граничних умов в постановках задач прийому звуку сферичним електропружним перетворювачем з розрізними електродами // Электроника и связь. – 2013. – №2. – С. 97-103.

Поступила в редакцию 20 октября 2014 г.

УДК 534.3

А.В. Коржик, д.-р. тех. наук, **О.Н. Петрищев**, д.-р. тех. наук, **Н.В. Богданова**, канд. техн. наук
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
ул. Политехническая, 16, корпус 12, г. Киев, 03056, Украина.

Прием звука сферическим электроупругим преобразователем с разрезными электродами (часть 2)

На основе решения сквозной задачи о приеме звука сферическим электроупругим преобразователем с разрезными електродами, который представлен сплошной пэзокерамической оболочкой, - получены выражения для отыскания неизвестных коефициентов центральносимметричных и осесимметричных составляющих общего решения задачи. Электродирование представлено симметричной полусферической парой электродов, которые разделены по экватору сферы и нагружены на отдельные электрические сопротивления. Библ.4.

Ключевые слова: *гидроэлектроупругость; сферическая оболочка; гидроакустический пьезокерамический преобразователь; сквозная задача; прием звуковых волн; электродирование.*

UDC 534.3

A.V. Korzhyk, Dr.Sc., **O.N. Petrishchev**, Dr.Sc., **N.V. Bogdanova**, Ph.D.
National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",
st. Polytechnichna, 16, Kyiv, 03056, Ukraine.

The trunsducing of sound wave by electroelastics piezo - receiver with dissected electrical electrodes (part 2)

On a base of results of "through acoustic task" for electroelastic hydroacoustic transduser-receiver, which representative by thin spherical piezoelectric shell with dissected electrical electrodes, the unknown *coefficient randge-formuls are finded. This operation was implement for individual situation of electhical connection two electrodes groups.*

The common solution was obtained at includes all particular solutions: central- and axis- symmetry spherical garmonics of main physical fields, which to take part in acousto- electic transformation. Reference 4.

Keywords: *hydroelectroelastic; spherical shell; hydroacoustic piezoceramic transduse; receiving sound waves; dissected electrical electrodes*

References

1. Korzhyk O.V.*, Petrishev O.M.* (2014), About one method of computation AFC of sensitivity spherical piezoelastics // Electronics and communications. No 3, Pp. 77-97. (Rus)
2. *Korzhyk O.V.* (2013), The accounting of electrodes type on spherical electroelastic audio transduser in “through acoustic reciving task” by multy-mode system//Electronics and communication. No 1. Pp. 76-88 (Ukr).
3. *Petrishev O.M.* (2012), The harmonic vibrations of piezoelectrical elements. Part 1. Kiyv, AVERS, P.299. (Rus).
4. *Korzhyk O.V.* (2013), “To the determination of boundary conditions in “through acoustic reciving task” by spherical electroelastics piezo- receiver with dissected electrical electrodes”. Electronics and communication. No 2. Pp. 97-103 (Ukr).