

УДК 534.864

С.А. Лулева, канд. физ.-мат. наук, **А.С. Ревенко**, **И.Н. Санжара**

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», ул. Политехническая, 16, корпус 12, г. Киев, 03056, Украина.

Направленность излучения звука линейными массивами Бесселя.

Часть 1

Получены аналитические выражения для расчета диаграммы направленности линейного массива громкоговорителей с коэффициентами возбуждения, заданными в соответствии со значениями набора функций Бесселя первого рода. Расчетным и экспериментальным путем исследована зависимость направленных свойств от количества элементов в массиве и степень соответствия их направленности излучения одиночным громкоговорителям. Библиограф. 10, рис. 6.

Ключевые слова: массив Бесселя; линейный массив; громкоговоритель; диаграмма направленности; функции Бесселя.

Введение

Для повышения мощности излучения звука в современной акустике широко используют массивы излучателей, в частности, линейные [1]. Однако, объединение отдельных громкоговорителей в массив значительно обостряет направленность излучения, что сужает размеры озвучиваемой площади.

В связи с этим, к примеру, линейные массивы излучателей, располагают вертикально по отношению к площадке слушателей. Тогда в плоскости осей громкоговорителей получают достаточно узкую направленность излучения, в то время как в плоскости слушателей звуковое давление распределяется аналогично направленности одиночного громкоговорителя [2]. Такое решение и в настоящее время признается удачным. Однако, при этом предполагается, что суженный в вертикальной плоскости сектор озвучивания охватывает уровень голов, а, точнее, ушей слушателей. Когда же на высоких частотах вертикальная диаграмма направленности массива существенно сужается, удовлетворение этого требования становится проблематичным.

В результате возник интерес к созданию акустических массивов ненаправленного излучения в плоскости осей громкоговорителей. Такой массив предположительно должен иметь диаграмму направленности в обоих плоскостях аналогичную диаграмме направленности оди-

ночного громкоговорителя, а суммарное звуковое давление при этом должно усиливаться.

В работе [3] было предложено синтезировать «ненаправленное» излучение, создаваемое линейным массивом, путем выбора коэффициентов возбуждения излучателей в соответствии со значениями функции Бесселя порядка m , набор которых служит ортогональными функциями для решения уравнений колебаний плоской круглой мембраны.

Результатом исследований стал, так называемый, массив Бесселя, который в настоящее время является запатентованной конфигурацией [4].

Хотя обсуждению направленных свойств массива посвящено значительное количество научных работ, в том числе [3-7], полагаем, что вопрос создания вертикальной диаграммы направленности массива, максимально приближенной к направленности одиночного излучателя, еще требует дополнительного обсуждения.

Постановка задачи

Исходя из требований создания ненаправленного излучения, пространственное распределение звукового давления массива излучателей управляется подбором соответствующих коэффициентов возбуждения отдельных громкоговорителей в соответствии со значениями функции Бесселя первого рода [4, 5].

Метод основан на математических свойствах функции Бесселя порядка m и аргумента z , которые выражаются закономерностью:

$$\left| \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(z) \right| = \left| \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(z) e^{jm \sin x} \right| = \left| e^{jm \sin x} \right| = 1. (1)$$

Поскольку, уровень звукового давления, создаваемого линейным массивом, состоящим из N одинаковых громкоговорителей, описывается формулой:

$$p(\theta, r) = R_1(\theta) \cdot W(r) \cdot \sum_{m=-M}^M x_m e^{im\Psi}, (2)$$

где $R_1(\theta)$ - направленность одного из громкоговорителей; θ - угол наблюдения; $W(r) = \frac{e^{-ikr}}{r}$, x_m - коэффициент возбуждения для m -того громкоговорителя; $\Psi = k\Delta r$ - фазовый сдвиг между колебаниями двух соседних излучателей; $k = \frac{\omega}{c}$ - волновое число; $\Delta r = d \sin \theta$, ω - радиальная частота звука, d - расстояние между динамиками; r - общее расстояние до массива; c - скорость звука; $M = \frac{N-1}{2}$, где N - количество громкоговорителей; при этом точка наблюдения находится в дальней зоне, так что $r \gg 2Md$.

Для определения коэффициентов возбуждения в работе [3] предложено использовать

разложение функции вида $e^{\frac{z(t-1)}{2}}$ в ряд через функции Бесселя первого рода $J_m(z)$:

$$e^{\frac{z(t-1)}{2}} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} t^m J_m(z). \quad (3)$$

Положив в формуле (3) значение переменной $t = e^{i\Psi}$ и представив коэффициенты возбуждения как $x_m = \frac{J_m(z)}{\sigma}$ (σ - некоторая константа нормализации), уравнение (2) при $M \rightarrow \infty$ можно представить в виде:

$$p(\theta, r)_{M \rightarrow \infty} = R_1(\theta) \cdot W(r) \cdot e^{iz \sin \Psi}. \quad (4)$$

Равенство (4) указывает, что, с точностью до фазы, массив проявляет направленные свойства, пропорциональные направленности одного громкоговорителя, то есть

$$|p(\theta, r)_{M \rightarrow \infty}|_{Bessel} = |R_1(\theta) \cdot W(r)|. \quad (5)$$

Заметим, что из уравнения (5) следует отсутствие зависимости амплитуды звукового давления от выбранного аргумента функции Бесселя z .

Однако, для практических реализаций массивов Бесселя, где M конечное число, необходим разумный подход к выбору значения z .

Уравнение (4) в правой части не зависит от Ψ , и массив представляет собой, по сути, слуховой фазовый фильтр. В тоже время, из положений психоакустики [5] следует, что человеческое ухо не особенно чувствительно к искажению фазы, в результате чего для упрощения

выражения разность фаз колебаний игнорируется.

В итоге для получения конечной суммы в уравнении (2), бесконечный ряд (3) должен быть усечен с обеих сторон до конечной суммы M . Для этого коэффициенты x_m следует нормализовать с помощью некоторого фактора σ , а также соответствующего фиксированного значения z , чтобы модуль звукового давления, в допустимом приближении, не зависел от величины Ψ .

Ошибка, вносимая в результате усечения бесконечной суммы в уравнении (3), будет равна

$$\Delta = e^{iz \sin \Psi} - \sum_{m=-M}^M J_m(z) e^{im\Psi}. \quad (6)$$

Согласно [6], при фиксированном Ψ и $z = M$ ошибка будет максимальной. Что касается выбора z , то следует найти компромисс между небольшим значением ошибки и повышением эффективности массива.

Исходя из подхода, предложенного в работе [5], необходимо нормализовать коэффициенты скалярной величины σ так, чтобы наибольший коэффициент при суммировании в уравнение (3) был равен единице. Таким образом, следует найти максимальное из значений функций $J_m(z)$ в зависимости от m и при усечении бесконечной суммы (3) до $m = \pm M$ воспользоваться следующим значением нормализующей константы

$$\sigma = \max\{J_m(z)\}. \quad (7)$$

В результате уравнение (2) принимает вид:

$$|p(\theta, r)| \approx |R_1(\theta) \cdot W(r)| \sum_{m=-M}^M \frac{J_m(z)}{\sigma}. \quad (8)$$

Реализация линейного массива Бесселя

Нормирование коэффициентов возбуждения пятиэлементного массива в соответствии с рекомендациями [5] и с использованием разложения $J_m(z)$ в степенной ряд [8]

$J_m(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-z^2/4)^k}{k!(m+k)!}$ позволяет выбрать нормализующий фактор

$$\sigma = \frac{1}{2n^2}, \quad (9)$$

где n представим как некоторый нормализующий коэффициент, связанный с выбранным значением аргумента z функции $J_m(z)$. Отметим, что увеличение коэффициента n соответ-

ствует возрастанию аргумента z и уменьшению нормализующего фактора σ .

В частности, положив $z=2n$, получим следующее распределение коэффициентов возбуждения для пятиэлементного массива:

$$A : B : C : D : E = 1 : 2n : 2n^2 : -2n : 1. \quad (10)$$

$$A : B : C : D : E : F : G : H : I = 1 : 2n : 2n^2 : n^3 - n : \frac{(n^4 - 1)}{4} - 2n^2 : -(n^3 - n) : 2n^2 : -2n : 1. \quad (12)$$

На основании рекомендаций авторов работ [5, 6] относительно выбора значения $z=M$, при котором фактор нормализации σ зависит от количества элементов массива как $\sigma \approx 0.85N^{-\frac{1}{3}}$,

Проведя аналогичные рассуждения для массивов из 7 и 9 элементов распределение коэффициентов возбуждения можно описать, соответственно, соотношениями (11) и (12):

$$A : B : C : D : E : F : G = 1 : 2n : 2n^2 : n^3 - n : -2n^2 : 2n : 1' \quad (11)$$

множитель n следует выбрать равным единице. Тогда, к примеру, для пяти излучателей распределение коэффициентов возбуждения представляет собой соотношение 1:2:2:-2:1.

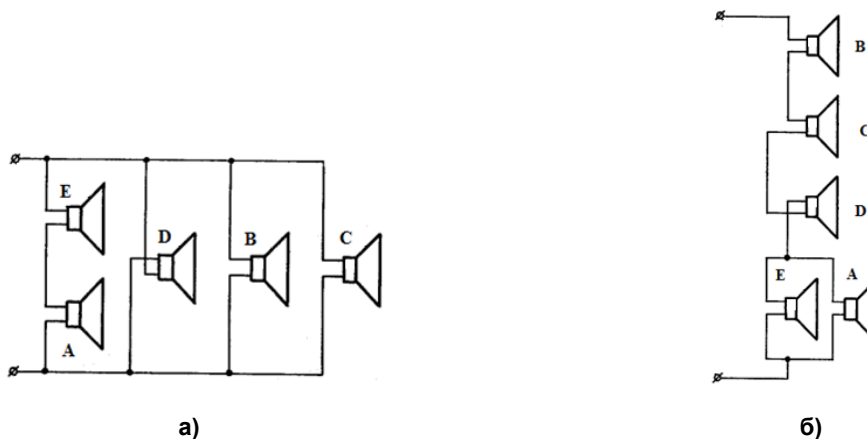


Рис. 1. Изображение двух вариантов возможной реализации формулы (10) в виде электрического соединения пяти громкоговорителей

Аналогично можно построить электрические схемы соединения семи или девяти громкоговорителей. При этом, выбирая $n=1$, соотношение их коэффициентов возбуждения выглядит как 1:2:2:0:(-2):2:(-1) для $N=7$ и 1:2:2:0:(-2):0:2:(-2):(-1) для $N=9$.

Расчет диаграммы направленности массива Бесселя

В работе [7] рассмотрены диаграммы направленности (ДН) Бесселева массива, составленного из точечных излучателей. Хотя выявлены основные закономерности направленных свойств массива, выполнение расчетов для точечных источников может служить лишь очень низкочастотным приближением к практической ситуации.

Поскольку озвучивание пространств осуществляется в широкой полосе частот слухового диапазона, представляет интерес исследование диаграммы направленности реального массива громкоговорителей в зависимости от частоты.

Проанализируем также, насколько удастся создать подобие ДН Бесселева массива направленности одиночного излучателя и преимущества использования массива Бесселя по сравнению с линейным массивом с одинаковыми коэффициентами возбуждения громкоговорителей.

Диаграмму направленности (ДН) Бесселева массива $R_B(\theta)$ в плоскости осей громкоговорителей определим как вертикальное сечение его пространственной характеристики направленности и исходя из предпосылок, изложенных в работе [2]:

$$R_B(\theta) = R_1(\theta) \cdot R_r(\theta), \quad (13)$$

где $R_1(\theta) = \frac{2J_1(\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta)}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta}$ - ДН одиночного экранированного громкоговорителя (J_1 - функция Бесселя первого рода первого порядка, D -

диаметр излучателя, λ - длина звуковой волны (при соответствующей частоте излучения);

$$R_r(\theta) = \frac{|P_\Sigma(\theta)|}{\max |P_\Sigma(\theta)|} - \text{ДН эквивалентной группы}$$

точечных излучателей, определяемая через суммарное звуковое давление $P_\Sigma(\theta)$, которое создается аналогичной группой точечных преобразователей на расстоянии $r \gg \lambda$ ($r = \text{const}$).

Для конфигурации из пяти громкоговорителей, в которой распределение коэффициентов возбуждения (при нормировочном множителе $n=1$) задается соотношением (10), выражение для $R_r(\theta)$ возможно свести к формуле:

$$R_{r5}(\theta) = \frac{|1 + e^{-jk\Delta r} - e^{-jk2\Delta r} + e^{-jk3\Delta r}|}{\max |1 + e^{-jk\Delta r} - e^{-jk2\Delta r} + e^{-jk3\Delta r}|}, \quad (14)$$

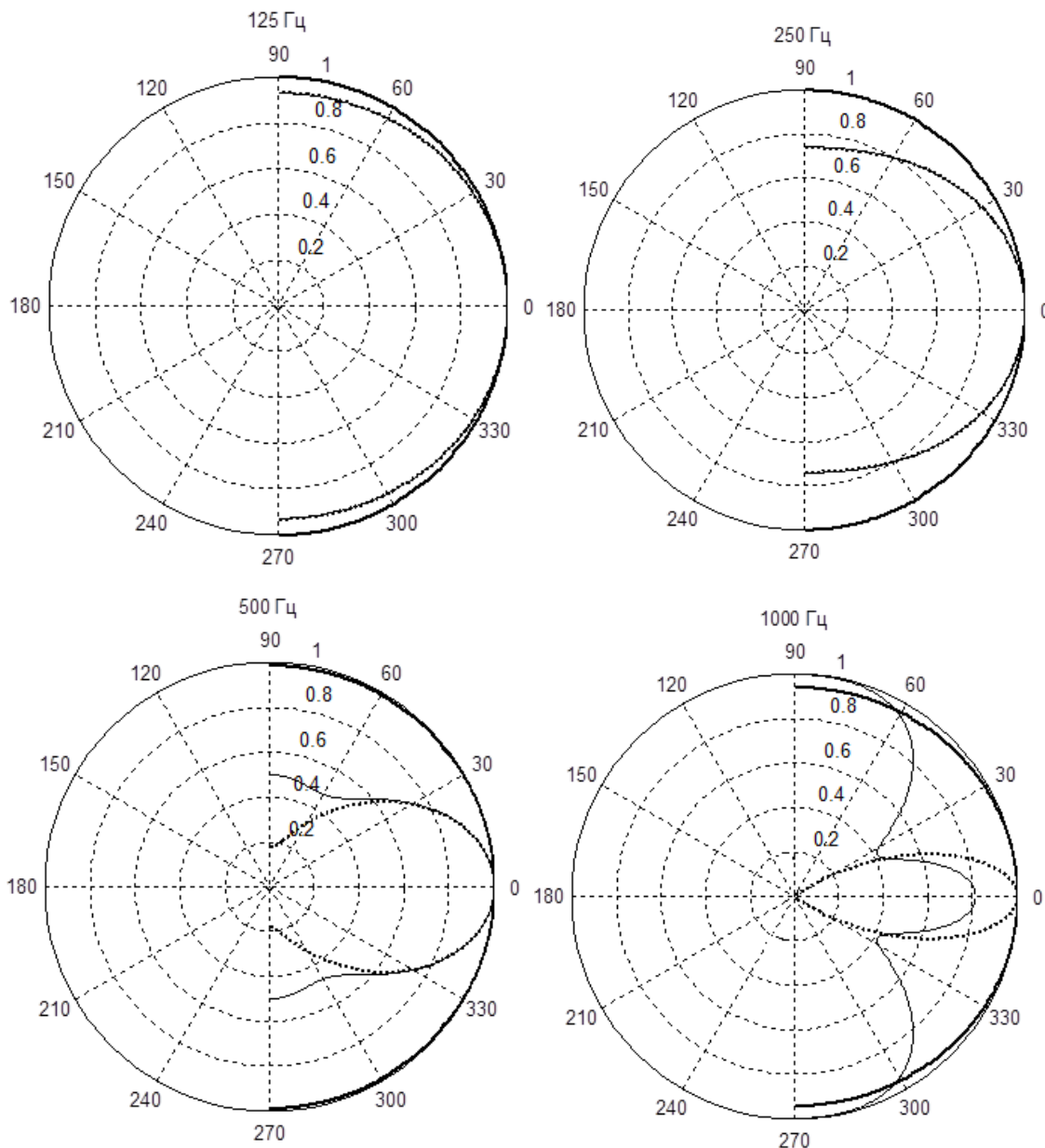
где $\Delta r = d \sin \theta$; k – волновое число, d – расстояние между излучателями.

Диаграмма направленности $R_r(\theta)$ линейного массива с постоянными коэффициентами возбуждения громкоговорителей рассчитывается по формуле:

$$R_L(\theta) = R_1(\theta) \cdot \frac{\sin\left(\frac{N\pi d}{\lambda} \sin\theta\right)}{N \sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta\right)}, \quad (15)$$

где N – число излучателей.

Графики соответствующих диаграмм направленности для массивов, состоящих из пяти громкоговорителей диаметром $D=0,077$ м, расположенных с шагом $d=0,1155$ м, для октавных диапазонов частот представлены на рис. 2 (центральная частота указана над графиком).



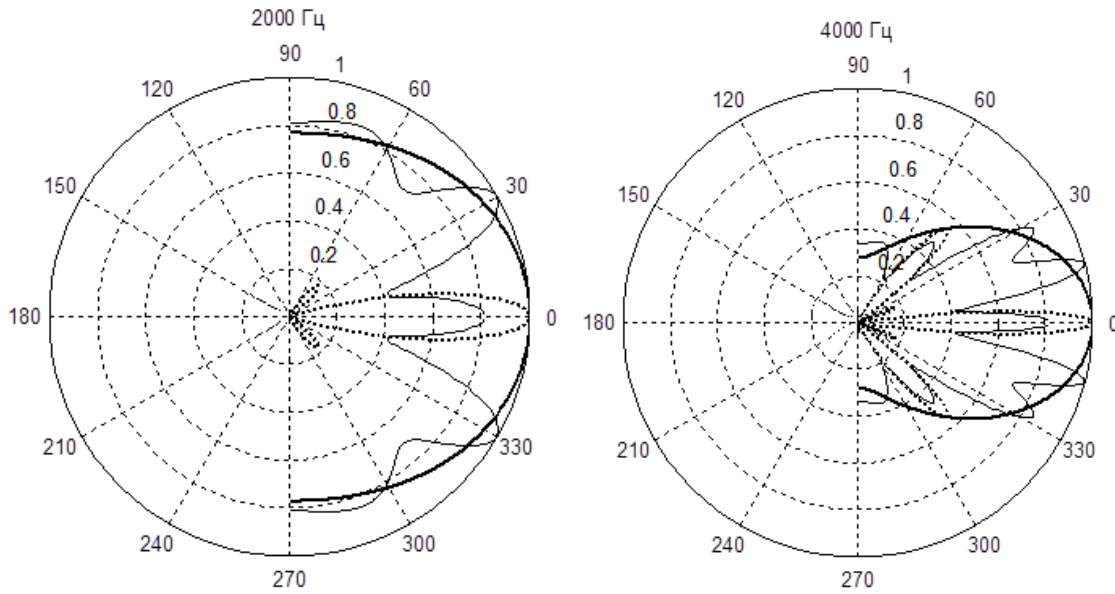


Рис.2. Диаграммы направленности пятиэлементного линейного массива для октавных диапазонов частот в пределах 125-4000 Гц:

- массив Бесселя N=5
- одиночный громкоговоритель
- линейная группа громкоговорителей

Как следует из расчетных данных, эффект создания ненаправленного излучения Бесселевым массивом по сравнению с традиционной линейной группой начинает проявляться на частотах свыше 250 Гц, что особенно ценно, поскольку позволяет расширить ДН на высоких частотах.

Соответствие ДН исследуемого массива диаграмме направленности одиночного излучателя, которое прогнозировалось при выборе коэффициентов возбуждения громкоговорителя, поддерживается практически только на низких частотах. Уже на частоте $f=250$ Гц значение ДН Бесселева массива под углом 90° на 3 дБ меньше по сравнению с ДН одиночного громкоговорителя.

Заметим, что такое желаемое соответствие обеспечить достаточно сложно, поскольку ДН исследуемого одиночного громкоговорителя малых размеров сохраняет ненаправленность практически до 1000 Гц.

Однако, что положительно, на высоких частотах ($f > 2000$ Гц), когда ДН громкоговорителя постепенно приобретает вид двунаправленной, диаграмма направленности Бесселева массива в значительной мере ей соответствует.

Зависимость направленности излучения массива Бесселя от количества излучателей

Проанализируем влияние количества излучателей массива Бесселя на возможность создания ненаправленного излучения.

Диаграммы направленности рассчитываем по формуле (13), в которой на основании (20) и (21) для 7 и 9 излучателей выражения для эквивалентных точечных групп, соответственно, будут равны:

$$R_{\Gamma 7}(\theta) = \frac{|1 + e^{-jk\Delta r} - e^{-jk3\Delta r} + e^{-jk4\Delta r}|}{\max |1 + e^{-jk\Delta r} - e^{-jk3\Delta r} + e^{-jk4\Delta r}|}, \quad (16)$$

$$R_{\Gamma 9}(\theta) = \frac{|1 + e^{-jk\Delta r} - e^{-jk3\Delta r} + e^{-jk5\Delta r} - e^{-jk6\Delta r} + e^{-jk7\Delta r}|}{\max |1 + e^{-jk\Delta r} - e^{-jk3\Delta r} + e^{-jk5\Delta r} - e^{-jk6\Delta r} + e^{-jk7\Delta r}|} \quad (17)$$

Графики полученных ДН для Бесселевых массивов идентичных громкоговорителей, размещенных с тем же шагом d , приведены на рис. 3 (центральная частота октавных диапазонов частот указана над графиками).

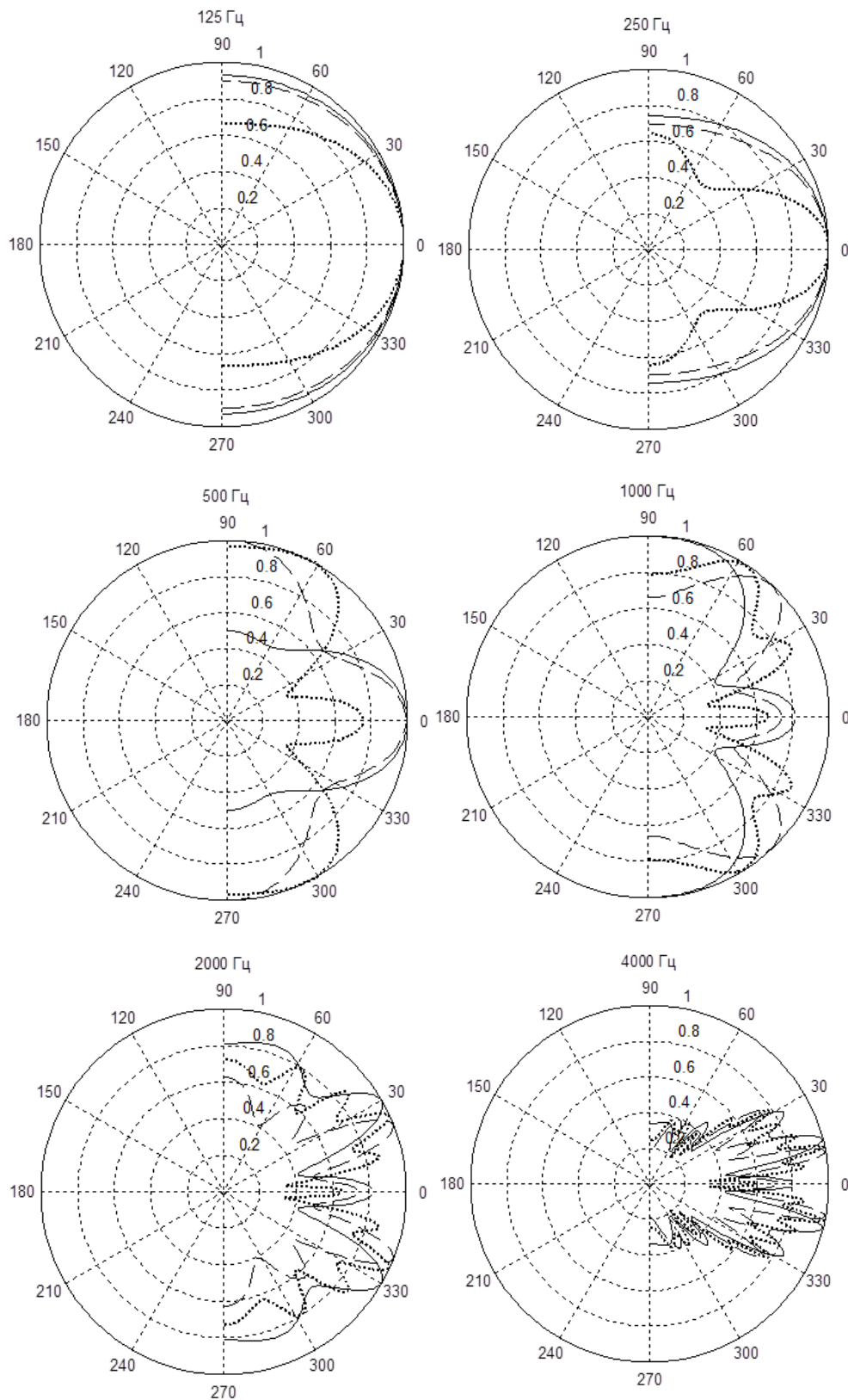


Рис.3. Графики диаграмм направленностей массивов Бесселя, состоящих из пяти, семи и девяти громкоговорителей, для октавных диапазонов частот в пределах 125-4000 Гц:

— N=5
 - - N=7
 N=9

Отметим, что увеличение количества излучателей приводит к росту протяженности массива и, соответственно, увеличению его волновых размеров l/λ ($l = (N - 1)d$ - протяженность массива), что напрямую влияет на направленные свойства конструкции излучателей.

Если на частоте 125 Гц для рассмотренных групп излучателей l/λ остается меньшим единицы, что само по себе должно обеспечивать ненаправленное излучение, то изменение l/λ от $1/5$ (для $N=5$) до $2/5$ (для $N=9$) приводит к уменьшению значений ДН под углом $\theta = 90^\circ$ почти на 6 дБ.

На средних частотах ($f=500$ Гц) волновой размер массива для указанного количества излучателей изменяется в пределах от $l/\lambda = (1 \div 2)$, а на высоких частотах ($f=4000$ Гц) l/λ лежит в диапазоне $(7 \div 15)$, оставаясь для $N=5$ все-таки меньше 10.

Этим объясняется предпочтительное количество элементов массива $N=5$, при котором удается обеспечить максимально возможное ненаправленное излучение в широком диапазоне частот. Полученный вывод принципиально совпадает с предварительными расчетами, приведенными для точечных излучателей [7].

Экспериментальное исследование направленных свойств линейного массива Бесселя

Экспериментальные исследования направленности излучения массива Бесселя выполнялись согласно требованиям стандарта [9] в заглушенной камере (с размерами 5.5x3.5 м) Государственного научно-исследовательского

института строительных конструкций. Отличие звукового поля камеры от поля прямого звука составляет 0.5 дБ (коэффициент поглощения звука 0.95-0.99). Измерения проводились на рабочих частотах, выбранных из предпочтительного ряда частот (ГОСТ 12090-80) с интервалом в 1 октаву.

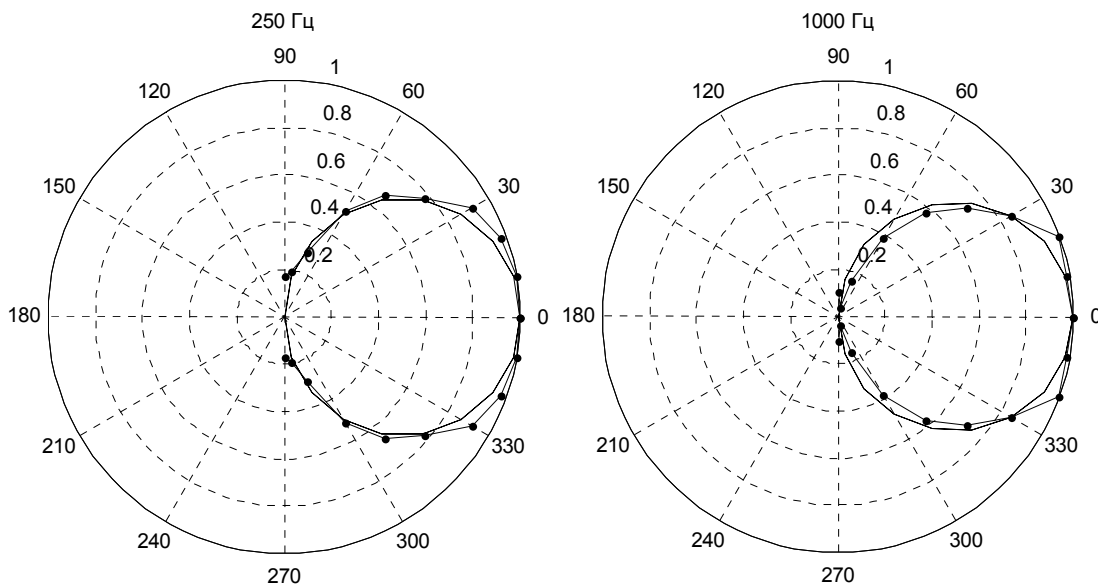
Измерялась диаграмма направленности линейной группы из пяти излучателей (схема приведена на рис. 1 (б)) в плоскости акустических осей громкоговорителей, направленных под углом $\theta = 0^\circ$ параллельно друг другу в секторе наблюдения $[-90^\circ; +90^\circ]$. Громкоговорители диаметром 0.077 м (мощность громкоговорителя 4 Вт) расположены на расстоянии 0.1155 м. Структурная схема измерительной установки представлена на рис. 4.



Рис. 4. Структурная схема установки для проведения измерений: 1 – линейный массив Бесселя; 2 – микрофон Behringer ECM-800; 3 – усилитель мощности Одиссей У-010; 4 – звуковая карта M-AudioFastProTrack; 5 – персональный компьютер

Для проверки достоверности производимых измерений

предварительно выполнены измерения диаграммы направленности одиночного громкоговорителя (диаметром 0.077 м). Результаты расчетов и измерений на частотах 250, 1000 и 4000 Гц приведены на рис. 5.



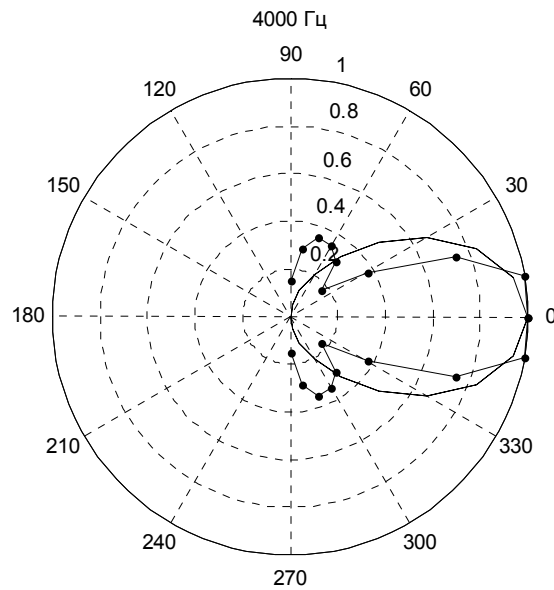


Рис. 5. Расчетные и экспериментальные значения диаграммы направленности одиночного громкоговорителя на частотах 125, 1000 и 4000 Гц:

—•— эксперимент
 — расчет

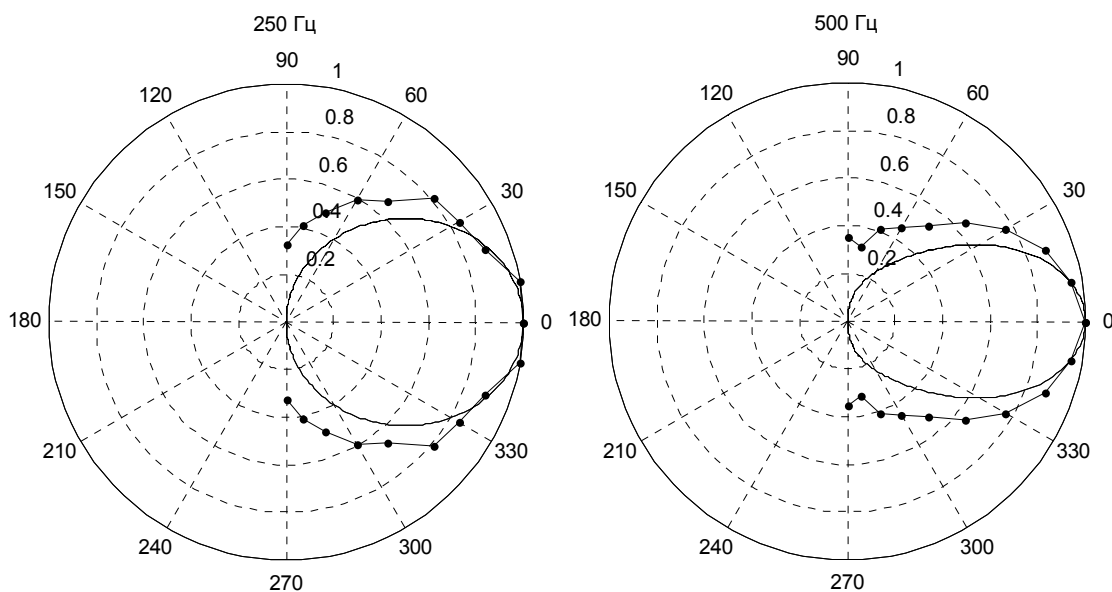
Заметим, что поскольку измерения проводились для группы динамиков без внешнего оформления, диаграмма направленности одиночного громкоговорителя рассчитывалась по формуле [10]:

$$R_{01}(\theta) = R_1(\theta) \cos \theta, \quad (18)$$

которая учитывает осциллирующий характер движения излучателя ($R_1(\theta)$ определяется формулой (13)).

Практическое соответствие расчетных и экспериментальных данных для одиночного громкоговорителя в диапазоне частот (250-4000) Гц позволяет перейти к исследованию диаграммы направленности практической реализации массива Бесселя с соотношением коэффициентов возбуждения 1:2:2:(-2):1.

На рис. 6 представлены в сравнении данные расчетов и измерений указанного массива Бесселя. При этом в расчетах учтена поправка на осциллирующую форму движения излучателей, выраженная формулой (18).



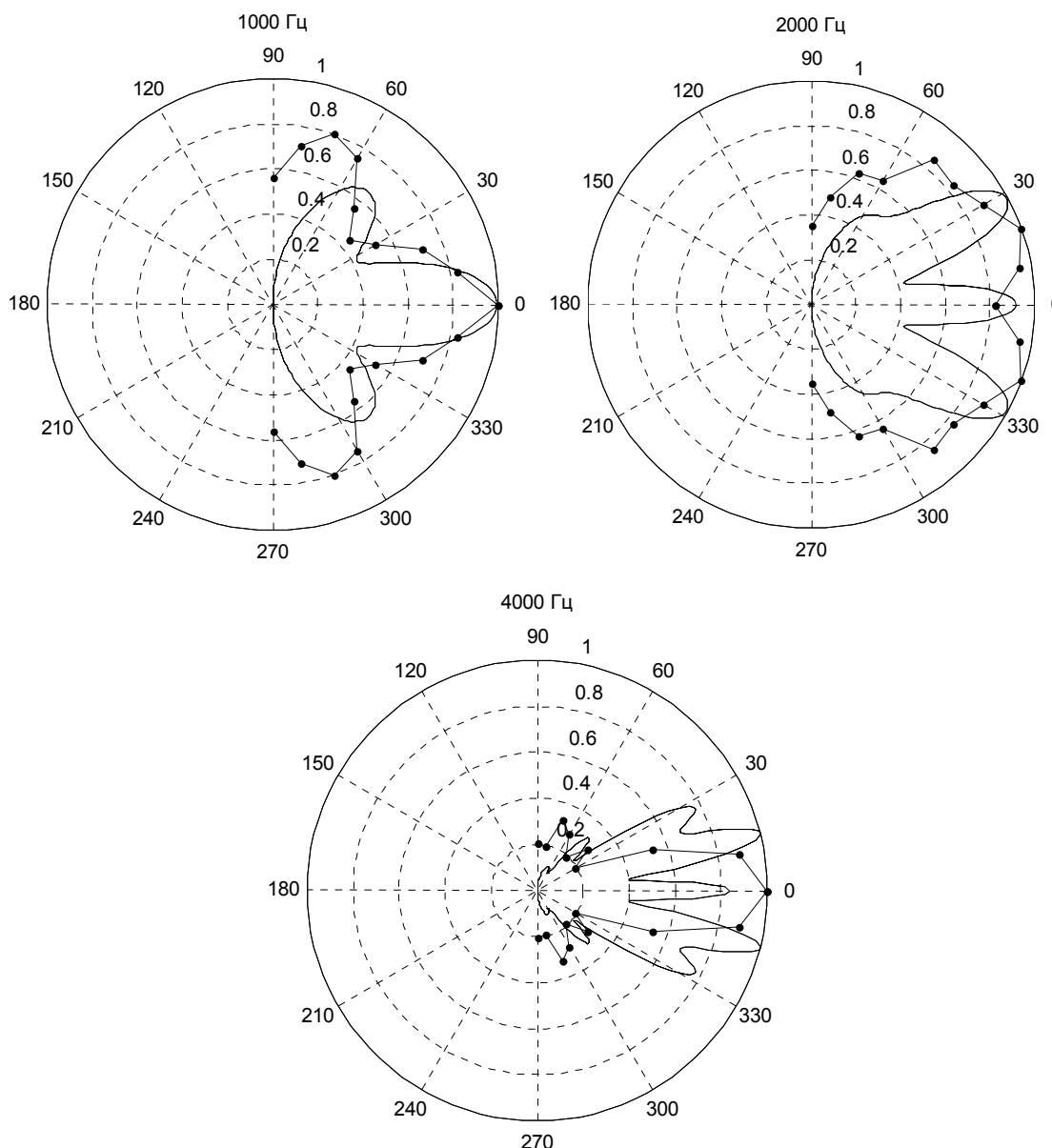


Рис. 6. Расчетные и экспериментальные значения диаграммы направленности для Бесселева массива излучателей:

—•— эксперимент
 — расчет

Как следует из приведенных графиков (рис. 6), в области низких частот (до 1000 Гц) наблюдается более точное совпадение расчетных и экспериментальных значений диаграммы направленности. Если в большей части частотного диапазона (до 2000 Гц) практически полученная ДН несколько шире расчетной, то на высоких частотах ($f=4000$ Гц) она существенно сужается.

В целом, экспериментальные измерения подтверждают выводы, сделанные на основе расчетных данных: диаграмма направленности Бесселева массива расширяется по сравнению

с линейным массивом во всем диапазоне частот и на низких частотах его направленность приближается к характеристике направленности одиночного излучателя.

Выводы

Излучение звука линейным массивом громкоговорителей, коэффициенты возбуждения которых задаются в соответствии со значениями функций Бесселя, позволяет создать распределение звукового давления в плоскости осей громкоговорителей, соответствующее направ-

ленности излучения одиночного громкоговорителя.

Использование в линейной группе более пяти излучателей нецелесообразно, так как с увеличением количества громкоговорителей диаграмма направленности системы обостряется.

Экспериментальные данные подтверждают факт расширения диаграммы направленности массива Бесселя, по сравнению с линейным массивом излучателей с постоянным коэффициентом возбуждения, а также приближение ее к диаграмме направленности одиночного громкоговорителя.

Учет проанализированных закономерностей в выборе количества излучателей рекомендует использовать при конструировании массивов Бесселя с целью создания ненаправленного распределения звукового давления при общем повышении его уровня.

Список использованных источников

1. Olson H. Modern sound reproduction.-N.-Y.: McGraw-Hill, 1972.-298p.
2. Лунева С.А., Заец В.П., Красников А.В. Направленность излучения криволинейными акустическими массивами // Электроника и связь, №6, 2012. – с. 49-54.
3. W.J.W. Kitzten. Multiply loudspeaker arrays using Bessel coefficients // Philips Electronic Components and Application, №5, 1983.
4. Bessel panels – high-power speaker systems with radial sound distribution // Literature given out by Philips at the European AES. – Technical publication 091, 1983. – 4 p.
5. R.M. Aarts, A.J.E.M. Janssen. On analytic design of loudspeaker arrays with uniform radiation characteristics // J. Acoust. Soc. Am., №107(1), January, 2000. – 6 p.
6. Pat. 4.399.328 United States Patent, Appl. No.: 237.303. Directional and Frequency independent column of electro-acoustic transducer / N.V. Franssen. Aug., 1983. – 13 p.
7. D. (Don) B. Keele, Jr. Effective Performance of Bessel Arrays // Audio Magazine, Diamandis Communication, Inc., New York, 1989. – 61 p.
8. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения. – М. – Л.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. – 358 с.
9. Громкоговорители. Методы измерения электроакустических параметров: ГОСТ 16122-87ю-М.: Стандарты, 1987.-94с.
10. Санжара И.Н. Направленность излучения диффузорного громкоговорителя // VI Міжнародна науково-технічна конференція молодих вчених «Електроніка-2013»: Збірник статей. – К.: 2013. – с. 125-128.

Поступила в редакцию 20 апреля 2014 г.

УДК 534.864

С.А. Лунева, канд. фіз.-мат. наук, **А.С. Ревенко**, **І.М. Санжара**

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,
вул. Політехнічна, 16, корпус 12, м. Київ, 03056, Україна.

Спрямованість випромінювання звуку лінійними масивами Бесселя. Частина 1

Отримані аналітичні вирази для розрахунку діаграма спрямованості лінійного масиву гучномовців з коефіцієнтами збудження, заданими у відповідності зі значеннями набору функцій Бесселя першого роду. Розрахунковим і експериментальним шляхом досліджено залежність спрямованих властивостей від кількості елементів у масиві і ступінь відповідності їх спрямованості випромінювання одиночним гучномовцем. Бібл. 10, рис. 6.

Ключові слова: масив Бесселя; лінійний масив; гучномовець; діаграма спрямованості; функції Бесселя.

UDC 534.864

S.A.Luniova, Ph.D, **A.S. Revenko**, **I.M. Sanzhara**

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»,
16 Politekhnichna St., building 12, Kyiv, 03056, Ukraine.

The Directivity of sound radiation by linear Bessel array. Part 1

The analytical expressions for the calculation of the radiation pattern of the linear array of loudspeakers with excitation coefficients, which were set in accordance with the values of a set of Bessel functions of the first kind, were obtained. By calculation and experimentally, the dependence of the directional properties of the number of elements in the array and the degree of their conformity of directional of radiation by single loudspeakers. Reference 10, figures 6.

Keywords: *Bessel array; linear array; loudspeaker; radiation pattern; Bessel functions.*

References

1. *Olson H.* (1972), Modern sound reproduction. N.Y.: McGraw-Hill, P. 298. (Rus)
2. *Luniova S.A., Zaiets V.P., Krasnikov A.V.* (2012), Radiation directivity by curvilinear acoustic arrays. Electronics and Communications, No. 6, Pp. 49-54.
3. *W.J.W. Kitzen.* (1983), Multiply loudspeaker arrays using Bessel coefficients. Philips Electronic Components and Application, No.5.
4. Bessel panels – high-power speaker systems with radial sound distribution. Literature given out by Philips at the European AES. Technical publication 091, P. 4.
5. *R.M. Aarts, A.J.E.M. Janssen.* (2000), On analytic design of loudspeaker arrays with uniform radiation characteristics. J. Acoust. Soc. Am., No. 107(1), January, P. 6.
6. *N.V. Franssen.* (1983), Pat. 4.399.328 United States Patent, Appl. No. 237.303. Directional and Frequency independent column of electro-acoustic transducer. Aug., P. 13.
7. *D. (Don) B. Keele, Jr.* (1989), Effective Performance of Bessel Arrays. Audio Magazine, Diamandis Communication, Inc., New York, P. 61.
8. *Lebedev N.N.* (1963), Special functions and their applications. Moskva–Leningrad. Gos. izd-vo fiz.-mat. lit., P. 358. (Rus)
9. (1987), Loudspeakers. Methods for measuring the electroacoustic parameters: GOST 16122-87iu. Moskva. Standarti, P. 94. (Rus)
10. *Sanzhara I.N.* (2013), Cone loudspeaker's radiation directivity. VI International Scientific Conference of Young Scientists «Electronics-2013»: Collection of articles. Kyiv.: Pp. 125-128. (Rus)