

УДК 539.3: 537.226.86: 534.1

О.І. Безверхий, д.-р. фіз.-мат. наук, **Л.П. Зінчук**, канд. фіз.-мат. наук, **В.Л. Карлаш**, д.-р. техн. наук
Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України,
вул. Нестерова, 3, м. Київ, 03057, Україна.

Вплив електричного навантаження на вимушені коливання поперечно поляризованих п'єзокерамічних стержнів

Стаття присвячена аналізу експериментальних і розрахункових результатів, отриманих при дослідженні поздовжніх коливань тонких п'єзокерамічних стержнів з поперечною поляризацією в залежності від умов електричного навантаження – заданих сталих амплітуд струму або напруги. Показано, що повна провідність п'єзоелектричних зразків є добутком реактивної провідності їх міжелектродної ємності на відношення антирезонансного та резонансного визначників. Розрахунки провідності, коефіцієнтів зв'язку і тангенсів механічних та п'єзоелектричних втрат проведені на основі нової простої ітераційної методики. Дістала подальший розвиток ідея почергового вимірювання спадів напруг у модернізованій схемі Мезона, на основі чого визначаються фазові зсуви між компонентами повної провідності. Експериментальні дані добре узгоджуються з розрахованими величинами. Бібл. 26, рис. 5.

Ключові слова: тонкий п'єзоелектричний стержень; вимушені коливання; адмітенс; тангенс п'єзоелектричних втрат; коефіцієнт зв'язку.

Вступ

Поперечно поляризовані п'єзокерамічні стержні давно вже стали „пробним каменем” у багатьох експериментальних дослідженнях насамперед тому, що їхні коливання описуються простими математичними формулами, а перший обертоном лежить далеко по частоті від основного резонансу [3,6–11,13–17,20,23]. Механічні та електричні величини цих структур пов'язані між собою так званним поперечним коефіцієнтом електромеханічного зв'язку (КЕМЗ) k_{31} , тому поздовжні коливання таких стержнів у зарубіжних публікаціях нерідко називають модою k_{31} [13–16].

Створити ефективне електричне поле для збудження інтенсивних електропружних коливань у п'єзокерамічних резонаторах можливо лише тоді, коли електродне покриття нерозривно зв'язане з поверхнею, тобто є невід'ємною частиною самого резонатора. Створюються такі

умови в процесі виготовлення зразків, коли дуже тонке електродне покриття напильється, впалюється або наноситься електролітичним шляхом [19,24]. Маса електродів мала й до уваги при розрахунках не береться. Відносна діелектрична стала сучасних п'єзокерамік становить сотні й тисячі одиниць, тому міжелектродна ємність досягає часом кільканадцяти нанофарад і суттєво впливає на електричний струм і провідність [23–26]. При коливаннях п'єзоелектричних тіл відбувається перетворення енергії із механічної форми в електричну (прямий п'єзоэффект) або із електричної форми в механічну (зворотний п'єзоэффект).

Сама природа внутрішніх фізичних процесів у таких тілах призводить до того, що і зміщення, і напруження, і провідність, і імпеданс мають біля резонансних частот як активні, так і реактивні компоненти. Розрахувати будь-яку амплітуду можливо лише тоді, коли беруться до уваги втрати енергії [5,10,21,22,24,25]. Огляд сучасних методів визначення повного набору матеріальних констант п'єзокераміки наведено в монографії [17]. У ній опрацьована методика, яка дає змогу визначити повний набір сумісних електропружних сталих на єдиних зразках у вигляді прямокутної призми. На жаль, автори [17] не взяли до уваги втрати енергії, тому розв'язок відомої задачі про поздовжні коливання тонкої прямокутної пластинки з поляризацією по товщині прямує до нескінченності при підході до першого резонансу. В роботах [1,23] досліджувалися залежності комплексних модулів п'єзокераміки ЦТСтБВ-2 від температури.

В роботі [11] розглянуті поздовжні коливання п'єзокерамічних стержнів з розділеними електродами й показано, що кожен з вільних електродів є п'єзотрансформаторним виходом і його потенціал між резонансними піками визначається винятково коефіцієнтом передачі ємнісного подільника, утвореного міжелектродними ємностями, й від проявів п'єзоэффекта не залежить.

Для вимірювання характеристичних частот і відповідних їм повних провідностей найчастіше на практиці застосовують схему пасивного чотириполюсника або так звану схему Мезона [3,19,20]. У ній дослідний п'єзоелемент вмика-

ється послідовно із резистором навантаження і вимірюється спад напруги на одному з цих компонентів. В роботах [9,26] проаналізовані її переваги й недоліки і запропоновані удосконалені варіанти, які забезпечують почергове вимірювання спадів напруг на резисторі навантаження і дослідному п'єзоелементі на будь-якій частоті. В роботі [18] на прикладі задачі про радіальні коливання тонкого кругового п'єзоелектричного диска з суцільними електродами запропоновано методику по розрахунку компонентів миттєвої, активної та реактивної потужностей у діапазоні частот для двох режимів електричного навантаження – сталих струму через п'єзоелемент та напруг на п'єзоелементі або на вході схеми вимірювання. Там же наведені результати експериментальних досліджень для цих трьох режимів поблизу основного радіального резонансу. Показано, зокрема, що в режимі слабкого сигналу ні компоненти провідності, ані фазові кути не змінювалися під час переходу від сталого струму до сталої напруги. Миттєва і активна складові потужності в режимі сталого струму за наближення до резонансу знижуються, а в режимі сталої напруги зростають.

Ця стаття присвячена аналізу експериментальних і розрахункових результатів, отриманих авторами при дослідженні поздовжніх коливань тонких п'єзокерамічних стержнів з поперечною поляризацією в залежності від умов електричного навантаження – заданих сталих амплітуд струму та напруги. Отримані в режимі „як є” експериментальні дані перераховуються для інших умов навантаження за допомогою простих формул. Графіки побудовані для частотних інтервалів резонанс – антирезонанс і значно відрізняються від подібних залежностей в околі тільки резонансу.

Розрахунки провідності, коефіцієнтів зв'язку і тангенсів механічних та п'єзоелектричних втрат проведені на основі нової простої ітераційної методики, основи якої для радіальних коливань тонких п'єзокерамічних дисків викладені в роботах [10,21]. На жаль, при опрацюванні ітераційної методики для радіальних коливань проігнороване питання про втрати енергії в коефіцієнті Пуассона. У випадку вимушених коливань п'єзокерамічного стержня такої проблеми немає.

Автори роботи [15] зробили огляд праць, присвячених визначенню втрат енергії в п'єзокераміці, й запропонували набір формул, які зв'язують механічні добротності з відповідними тангенсами для п'яти типів спеціально виготовлених зразків. Тут теж немає формул для

втрат у коефіцієнті Пуассона. Ця проблема залишається, хоча її й намагалися розв'язати ще автори монографії [23].

В експерименті застосована ідея почергового вимірювання на кожній заданій частоті спадів напруг на п'єзоелементі, навантажувальному резисторі і на вході у модернізованій схемі Мезона. За цими спадами напруг визначаються повна провідність, миттєва потужність і фазові зсуви між компонентами повної провідності. Експериментальні дані порівнюються й узгоджуються з розрахованими величинами.

Експериментальні вимірювання спадів потенціалу

Відношення струму I_{pe} через п'єзоелемент до спаду потенціалу U_{pe} на ньому ϵ (за означенням) повною електричною провідністю (адмітансом) п'єзоелемента Y_{pe}

$$Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}. \quad (1)$$

Щоб скористатися цією формулою для визначення величини повної провідності п'єзоелемента необхідно вимірювати струм і спад напруги, проте немає ні таких вольтметрів, котрі можна було б приєднати паралельно до п'єзоелемента без істотних порушень електричного режиму схеми вимірювання, ані відповідних амперметрів. Всі сучасні електронні вольтметри змінного струму мають несиметричні входи і приєднувати їх можна лише до тих ділянок схеми, в яких один із електродів ϵ заземлений. В роботах [9,26] запропоновано проводити на будь-якій вибраній частоті почергове вимірювання спадів напруг на резисторі навантаження U_R і дослідному п'єзоелементі U_{pe} . Для цієї мети до відомої схеми пасивного чотириполюсника [21–24] вводиться додатковий комутатор, який перемикає точку заземлення з резистора навантаження на п'єзоелемент і навпаки.

Величину опору навантажувального резистора в удосконаленій схемі добирають окремо для резонансу й антирезонансу. Як показали досліди, при виборі опору цього резистора в межах 3–5 Омів величина максимальної провідності тонких дисків визначається з похибкою 1–3%. При визначенні мінімальної провідності похибка зростає до 4–10% і опір треба збільшувати до 20–50 кОмів. У випадку п'єзокерамічних стержнів між електродна ємність менша (ніж у дисків) приблизно вдесятеро, тому для кращого

вимірювання спаду напруги U_R опір навантаження збільшують до 100–300 Омів.

Спади напруг U_R , U_{in} і U_{pe} утворюють своєрідний характеристичний трикутник [10,18,21], кути між сторонами якого характеризують фазові зсуви між відповідними спадом напруг і можуть бути визначені за теоремою косинусів [18,25]

$$\begin{aligned}\cos\alpha &= \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{pe}U_R}, \\ \cos\beta &= \frac{U_{in}^2 + U_R^2 - U_{pe}^2}{2U_{in}U_R}, \\ \cos\gamma &= \frac{U_{in}^2 + U_{pe}^2 - U_R^2}{2U_{in}U_{pe}}.\end{aligned}\quad (2)$$

Кут α , утворений сторонами U_R і U_{pe} , характеризує зсув фаз між струмом і спадом напруги в п'єзоелементі. Кут β , утворений сторонами U_{in} і U_R , відповідає фазовому зсуву між вихідною напругою генератора і споживаним струмом. Кут γ , утворений сторонами U_{in} і U_{pe} , характеризує різницю фаз між вихідною напругою генератора і спадом напруги на п'єзоелементі. Знаючи величину повної провідності Y_{pe} і фазові зсуви, можна визначити активний G і реактивний B компоненти повної провідності п'єзоелемента [7,24], користуючись формулами, які обидві дають однакові результати,

$$G_1 = Y_{pe} \cos\alpha, \quad B_1 = Y_{pe} \sin\alpha, \quad (3)$$

або

$$G_2 = Y_{pe} / \sqrt{(1+k^2)}, \quad B_2 = G_2 k, \quad k = \tan\alpha. \quad (4)$$

Дослідження коливань поперечно поляризованих п'єзокерамічних стержнів велося в такий спосіб. Зразки виготовлялися із шматків тонких дисків п'єзокераміки ЦТС–19 або ЦТБС – 3 шляхом шліфування. Для зв'язку з дослідною схемою у центрі зразків припаювалися провідники завтовшки 0,1 мм при довжині 50 мм. Зразки спочатку приєднувалися до моста змінного струму Е8–4 й вимірювалися на частоті 1000 Гц їхні статичні ємності C_0 й тангенс діелектричних втрат $\tan\delta = \varepsilon_{33m}$. До виходу генератора ГЗ–56/1, увімкнутого на вихідний опір 50 Ом, приєднувався узгоджувальний подільник напруги із двох послідовно увімкнутих резисторів 68 і 10 Омів. Досліджувані п'єзоелементи разом з резисторами навантаження через комутатор приєд-

нувалися паралельно до вихідного резистора подільника. Частота вимірювалася електронним частотоміром ЧЗ–38, а спади напруг (до трьох – чотирьох знаків) реєструвалися цифровим вольтметром В2–27А/1.

Спади напруг вимірювалися на частині зразків при умовах заданих сталих амплітуда струму або потенціалу, а на частині зразків вимірювання велися в режимі „як є”. Це означає, що на початку на вході схеми вимірювання виставлялася певна амплітуда U_{in0} , потім на кожній заданій частоті вимірювалися спади напруг U_R , U_{in} , U_{pe} такими, якими вони є в реальних умовах, коли змінюються не лише спади напруг на навантаженні і п'єзоелементі, а й на вході, бо вихід генератора на сильних резонансах частково шунтується, що веде до зниження U_{in} . Для переходу від режиму „як є” до режимів заданого струму чи потенціалу використовувалися прості формули перерахунку.

Спади напруг U_{in} , U_{pe} , U_R після перерахунку позначені літерами a , b , c , а початкові дані – відповідно a_0 ; b_0 ; c_0 . Маємо набір формул відповідно для заданих вхідної напруги a_{00} , струму c_{00} , напруги на зразку b_{00}

$$\begin{aligned}a &= a_{00}, \quad b = a_{00}b_0/a_0, \quad c = a_{00}c_0/a_0; \\ c &= c_{00}, \quad a = c_{00}a_0/c_0, \quad b = c_{00}b_0/c_0; \\ b &= b_{00}, \quad a = b_{00}a_0/b_0, \quad c = b_{00}c_0/b_0.\end{aligned}\quad (5)$$

Аналіз методів дослідження коливань п'єзокерамічних тіл показує, що схема пасивного чотириполюсника є єдиною експериментальною системою, яка дає можливість вимірювати як резонансну, так і антирезонансну частоти, а відтак визначити важливі параметри п'єзоелектриків [3, 19, 20]. Ні ця схема, ані її варіанти, на жаль, практично не реагують на слабкі резонанси, які можуть існувати поряд із сильними. Заважає виявленню слабких резонансів статична електрична ємність зразків C_0 .

Розрахунок амплітуд повної провідності й миттєвої потужності

Виміряні в експерименті спади напруг U_R , U_{in} , U_{pe} разом з відповідними частотами f та опором R резистора навантаження дають можливість вирахувати багато важливих характеристик п'єзоелемента, а саме, частотні залежності спадів напруг, струму $I_{pe} = U_R/R$, активного G , реактивного B і повного Y_{pe} компонентів прові-

дності, вхідного імпедансу $Z_{pe} = 1/Y_{pe}$ й миттєвої потужності $P_{pe} = U_{pe} \cdot I_{pe}$, косинусів кутів α , β , γ і самих цих кутів, а також побудувати кругові діаграми провідності $B = B(G)$ тощо. Усі перераховані залежності будувалися як для режиму „як є”, так і для інших заданих режимів електричного навантаження.

У праці [12] запропоновано експериментально визначати компоненти втрат енергії на зразках у вигляді стержнів із поперечною та (або) поздовжньою поляризацією у такій послідовності. Спершу мостом змінного струму на частоті 1000 Гц вимірюються статична ємність C_0 і тангенс діелектричних втрат ε_{33m} . Потім визначаються частоти максимальної та мінімальної провідностей і самі ці провідності. Розв'язки відповідних задач про поздовжні коливання стержнів показали, що максимальна провідність залежить тільки від тангенса пружних втрат s_{11m} , або оберненої до нього механічної добротності Q_m . За величиною максимальної провідності пропонувалося визначати параметри пружних втрат. У формули для мінімальної провідності, крім механічних втрат, входять також діелектричні ε_{33m} і п'єзоелектричні d_{33m} . Саме за величиною мінімальної провідності й визначалися п'єзоелектричні втрати в [12]

$$Y_m = \frac{8\omega_m C_0 k_{31}^2}{\pi^2 s_{11m}},$$

$$Y_n = \omega_n C_0 \left[\varepsilon_{33m} - 2d_{31m} + \frac{\pi^2 s_{11m}}{8k_{31}^2} \right]; \quad (6)$$

$$s_{11m} = \frac{16f_m C_0 k_{31}^2}{\pi Y_m},$$

$$d_{31m} = \frac{\varepsilon_{33m}}{2} + \frac{\pi^2 s_{11m}}{16k_{31}^2} - \frac{Y_n}{4\pi f_n C_0}. \quad (7)$$

У монографії [23] зв'язок між компонентами провідності та параметрами втрат поширено на товщинні й зсувні коливання і проведені експериментальні дослідження в діапазоні температур. В роботах [5,7,10,24–26] концепція зв'язку максимальної та мінімальної провідності поширена на радіальні коливання тонких кругових дисків із суцільними електродами. Шляхом розкладу функцій Бесселя в ряд по малому параметру отримані вирази для максимальної та мінімальної провідностей і для параметрів втрат.

Як показує аналіз публікацій [3,10,17,21,25 та ін.], усі відомі вирази для повної провідності Y_{pe} в діапазоні частот можна звести до єдиної формули

$$Y_{pe} = j\omega C_0 \frac{\Delta_a}{\Delta_r}. \quad (8)$$

де j – уявна одиниця; ω – кругова частота; C_0 – статична ємність; Δ_a , Δ_r – антирезонансний і резонансний визначники.

Повна провідність п'єзоелектричного зразка на будь-якій частоті ω , таким чином, добутком реактивної провідності його міжелектродної ємності на цій частоті на відношення двох визначників — антирезонансного до резонансного — на тій же частоті. Щоб розрахувати повну провідність конкретного п'єзоелемента можна провести відповідні перетворення у виразах для визначників, вважаючи електропружні модулі комплексними [2,4,10,23–25],

$$s_{11}^E = s_{110}(1 - js_{11m}),$$

$$\varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{330}(1 - j\varepsilon_{33m}),$$

$$d_{31} = d_{310}(1 - jd_{31m}). \quad (9)$$

У тонкому стержні завдовжки l , завширшки w і товщиною h маємо [12, 23]

$$C = C_0(1 - j\varepsilon_{33m}), \quad x = x_0(1 - 0.5js_{11m}),$$

$$C_0 = \frac{\varepsilon_{330}lw}{h}, \quad d_{31}^2 = d_{310}^2(1 - 2jd_{31m}),$$

$$k_{31}^2 = k_{310}^2[1 + j(s_{11m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{31m})]. \quad (10)$$

Процес розрахунку повної провідності та її компонентів значно спрощується і стає точнішим, якщо до формули (8) додати комплексні вирази (9), (10) і врахувати, що у випадку тонкого стержня [10–13,23]

$$\Delta_r(x) = \cos(x),$$

$$\Delta_a(x) = (1 - k_{31}^2)\Delta(x) + k_{31}^2 \sin x/x. \quad (11)$$

Для зручності розрахунку в діапазоні частот ємнісну провідність запишемо через деякий множник a і безрозмірну частоту x

$$\omega C_0 = \frac{2\pi f_{01} C_0 x}{x_{01}} = ax, \quad a = \frac{2\pi f_{01} C_0}{x_{01}}, \quad (12)$$

де x – дійсне поточне значення комплексної безрозмірної частоти, x_{01} – активна складова резонансної безрозмірної частоти, f_{01} – виміряна частота (в герцах) максимуму повної провідності.

Для розрахунково-експериментального визначення поперечного КЕМЗ k_{31} , а також тангенсів механічних s_{11m} і п'єзоелектричних d_{31m} втрат енергії проведемо ітераційні кроки для основного поздовжнього резонансу стержня з розмірами $33,4 \times 5,8 \times 1,25$ мм із п'єзокераміки ЦТБС-3, який мав $C_0 = 2,98$ нФ; $\text{tg} \delta = 0,0093$; $Y_m = 11,6$ мС; $Y_n = 0,0637$ мС ($Z_n = 15,7$ кОм); $f_m = 51,01$ кГц; $f_n = 53,04$ кГц; $f_n/f_m = 1,0398$; $a = 0,608$ мС; $x_{01} = 1,571$.

Експериментальні вимірювання зроблені в схемі з комутатором при навантаженні 229 Омів. Рис. 1 ілюструє три ітераційні кроки (насправді їх було більше). Заради більшої наочності ліворуч подано графіки повної провідності, праворуч – вхідного імпедансу. Графіки для кожного кроку подібні й різняться лише положеннями мінімуму провідності (або максимуму імпедансу) по частоті та амплітудами максимумів і мінімумів.

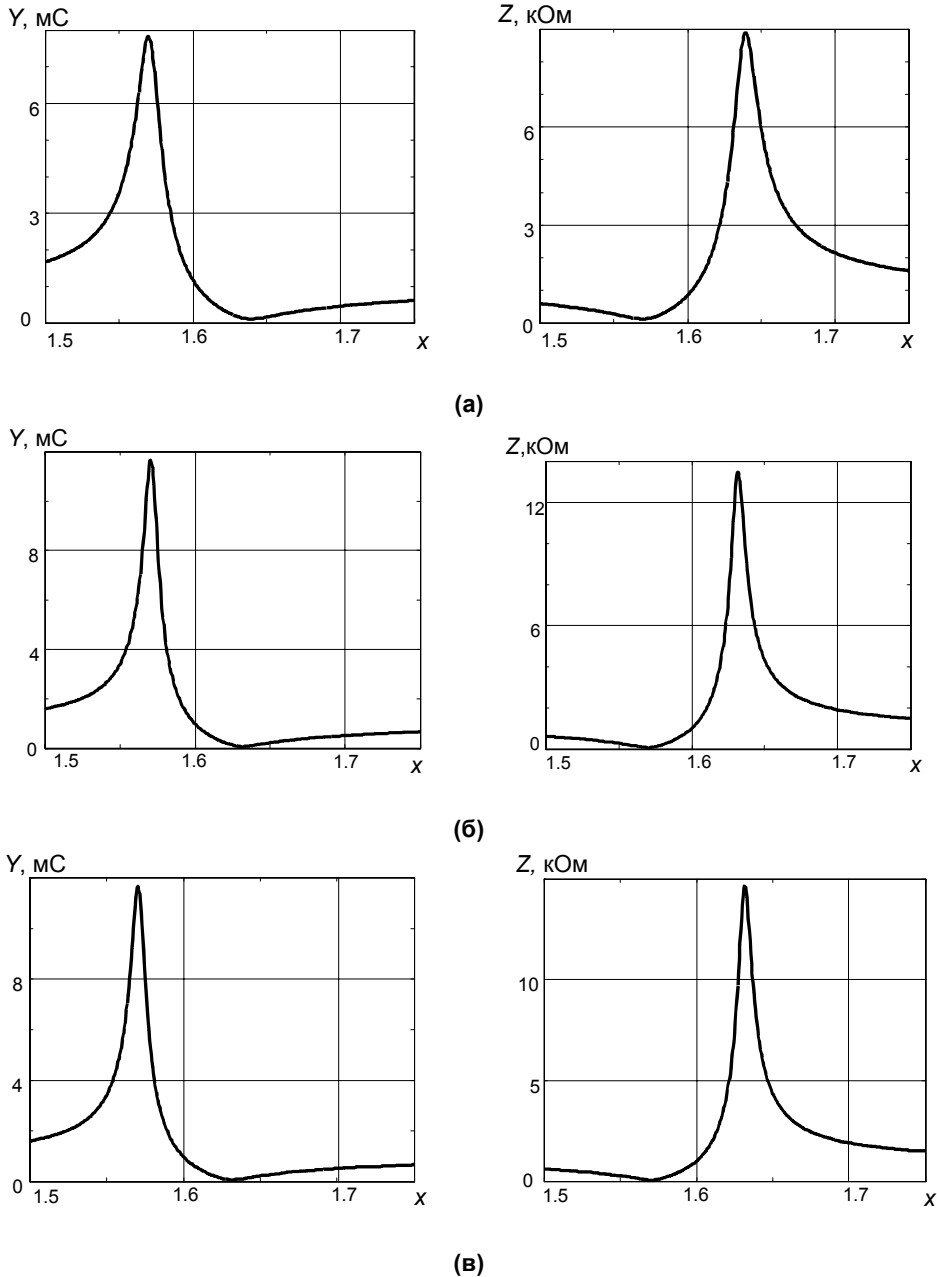
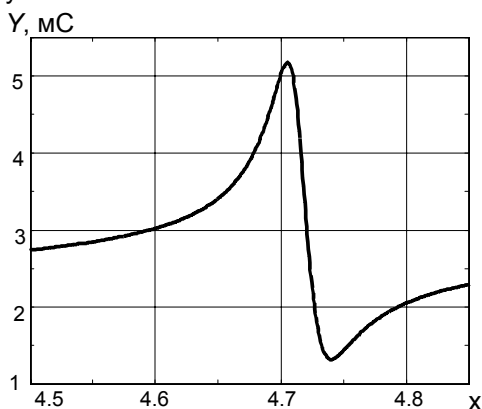


Рис.1. Графічне зображення етапів ітераційного процесу для стержня $33,4 \times 5,8 \times 1,25$ мм із п'єзокераміки ЦТБС-3

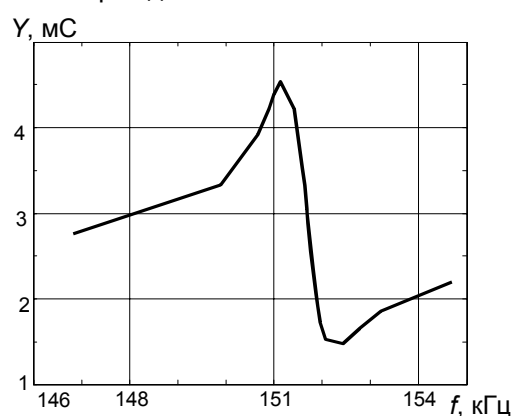
В результаті першої ітерації, яку було проведено в інтервалі безрозмірних частот $1,5 \leq x \leq 1,75$ при довільно вибраних величинах $k_{310}^2 = 0,1$; $s_{11m} = 0,01$; $\varepsilon_{33m} = 0,0093$; $d_{31m} = 0,01$; $a = 0,608$ мС отримано такі провідності $Y_m = 7,8$ мС; $Y_n = 0,112$ мС; і частоти: $x_n = 1,64$; $x_m = 1,571$; $x_n/x_m = 1,0446$ (рис.1а). Треба зменшувати відношення x_n/x_m (а це можна зробити лише зниженням k_{310}^2) і підвищувати Y_m , для цього необхідно зменшувати s_{11m} .

Наступна ітерація проведена в тому ж частотному діапазоні при інших заданих величинах $k_{310}^2 = 0,09$; $s_{11m} = 0,006$; $\varepsilon_{33m} = 0,0093$; $d_{31m} = 0,007$; $a = 0,608$ мС. Отримано такі провідності $Y_m = 11,7$ мС; $Y_n = 0,0735$ мС і частоти $x_n = 1,6321$; $x_m = 1,571$; $x_n/x_m = 1,0389$ (рис.1б). Максимум повної провідності й відношення частот наближаються до експериментальних величин, а для зменшення мінімуму провідності треба знижувати тангенс п'єзоелектричних втрат. Остання (п'ята) ітерація проведена в тому ж частотному інтервалі при $d_{31m} = 0,004$. Отримано провідності $Y_m = 11,7$ мС; $Y_n = 0,0684$ мС і частоти $x_n = 1,6321$; $x_m = 1,571$; $x_n/x_m = 1,0389$ (рис.1б). Розбіжність з експериментом становить по $Y_m - 0,86\%$, $Y_n - 7,4\%$, $f_n/f_m - 0,03\%$.

Таким чином, в результаті ітераційних процедур можна вважати встановленими для досліджуваного стержня наступні дані: $k_{310}^2 = 0,09$; $s_{11m} = 0,006$; $\varepsilon_{33m} = 0,0093$; $d_{31m} = 0,004$. Підстановка експериментальних даних цього стержня в першу з формул (7) дає $s_{11m} = 6,008 \cdot 10^{-3}$, тобто отримані двома способами результати збігаються.



(а)



(б)

Рис. 3. Графіки залежності повної провідності від частоти (а) розрахований, (б) експериментальний

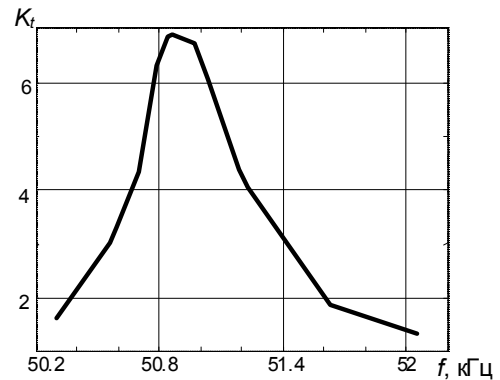


Рис. 2. Графік залежності коефіцієнта передачі п'єзотрансформаторного датчика від частоти

Після проведення вимірювання спадів напруг в центрі електродного покриття однієї із головних поверхонь описаного стержня було відділено п'єзотрансформаторний датчик [8,24] діаметром 2,2 мм і знято залежність його коефіцієнта передачі K_t від частоти (рис. 2). По цій залежності визначена на рівні -3 дБ механічна добротність Q_m становить 146, що відповідає $s_{11m} = 0,00685$. Тут розбіжність досягає 14% і може бути пов'язана з шунтуванням п'єзотрансформаторного датчика вхідним опором вольтметра.

На базі отриманих для основного поперечного резонансу поперечного коефіцієнта зв'язку і тангенсів втрат було розраховано повну провідність і вхідний опір на другому резонансі в діапазоні безрозмірних частот 4,5 – 4,85. Одержані результати подані на рис. 3 (а), а відповідні експериментальні графіки побудовані на рис. 3(б). Графіки дуже подібні як за характером, так і за величинами максимальної та мінімальної провідностей.

Результати розрахунку $Y_m = 5,5 \text{ мС}$;
 $Y_n = 1,3 \text{ мС}$; $x_n = 4,735$; $x_m = 4,71$;
 $x_n/x_m = 1,0053$ і експерименту $f_m = 151,4 \text{ кГц}$;
 $f_n = 152,4 \text{ кГц}$; $f_n/f_m = 1,0066$; $Y_m = 4,6 \text{ мС}$,
 $Y_n = 1,5 \text{ мС}$ мають задовільну розбіжність відповідно по $Y_m - 13 \%$, $Y_n - 15 \%$, $f_n/f_m - 0,12 \%$.

Аналіз результатів вимірювань і розрахунків

Щоб оцінити вплив вибраного режиму електричного навантаження на вимушені коливання п'єзокерамічного стержня побудовані амплітудно-частотні характеристики (АЧХ) для випадків „як є”, заданого струму через п'єзоелемент і заданого спаду напруги на ньому (рис. 4). Перехід від одного режиму до іншого зроблений з використанням формул (5). У першому стовпчику містяться графіки „як є”, другий стовпчик відповідає струмові сталості амплітуди 1°мА , а третій стовпчик наводить результати для випадку спаду напруги на п'єзоелементі 100 мВ (експериментально отриманий рівень на резонансі). В першому ряду подані спади напруг U_{in} (суцільні лінії), U_{pe} (розривні криві) та U_R (пунктирні лінії). Другий і третій ряди відповідно побудовані для АЧХ повної провідності й миттєвої потужності. В четвертому ряду наведені АЧХ фазових кутів α (суцільні лінії), β (пунктирні лінії) і γ (розривні криві).

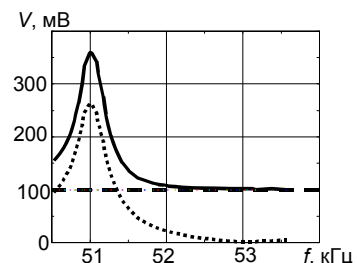
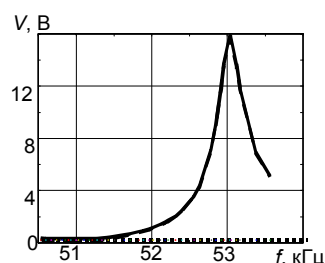
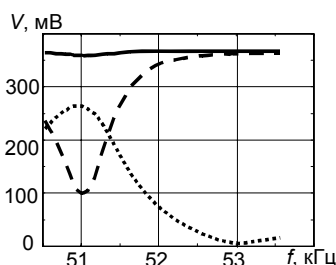
Аналіз графіків показує, що на хід АЧХ повної провідності та фазових зсувів режим електричного навантаження не впливає – вони залишаються без змін при зміні зовнішніх електричних умов. В той же час, АЧХ миттєвої потужності і спадів напруги сильно залежать від вибраного режиму. При наближенні до резонансу в режимі „як є” спад напруги U_{in} трохи знижується (за -

вдяки шунтуючій дії вимірювального кола на вихід узгоджувального подільника). Водночас має місце різке зростання напруги на резисторі навантаження U_R і зниження спаду напруги на п'єзоелементі U_{pe} . При наближенні до антирезонансу спад напруги на резисторі навантаження знижується й досягає мінімуму на певній частоті, яку ототожнюють із антирезонансною [3,19,20].

Щоб забезпечити режим заданого струму на цій частоті треба різко підвищувати вхідну напругу й напругу на п'єзоелементі. Різко зростає в режимі заданого струму поблизу від антирезонансу й миттєва потужність. Навпаки, при підході до резонансу в режимі заданого струму спад напруги на п'єзоелементі і миттєва потужність знижуються.

Для забезпечення режиму сталого спаду напруги на п'єзоелементі також доводиться піднімати у кілька разів вхідну напругу на резонансі, а це призводить до зростання спаду напруги на резисторі навантаження та збільшення струму в колі п'єзоелемента і, як наслідок, до збільшення миттєвої потужності. На антирезонансі в цьому режимі струм знижується, бо зростає вхідний імпеданс, і відповідно знижується миттєва потужність.

Автори робіт [14–16] експериментально встановили, що в режимі заданої напруги спостерігається значна нелінійність АЧХ повної провідності, а в режимі заданого струму такої нелінійності немає. Вони також декларували (без пояснень причини) неможливість при великих потужностях забезпечити режим заданого струму на антирезонансі. Пояснення причин згаданих явищ, на нашу думку, слід шукати саме в поведінці миттєвої потужності при підході до резонансу або антирезонансу.



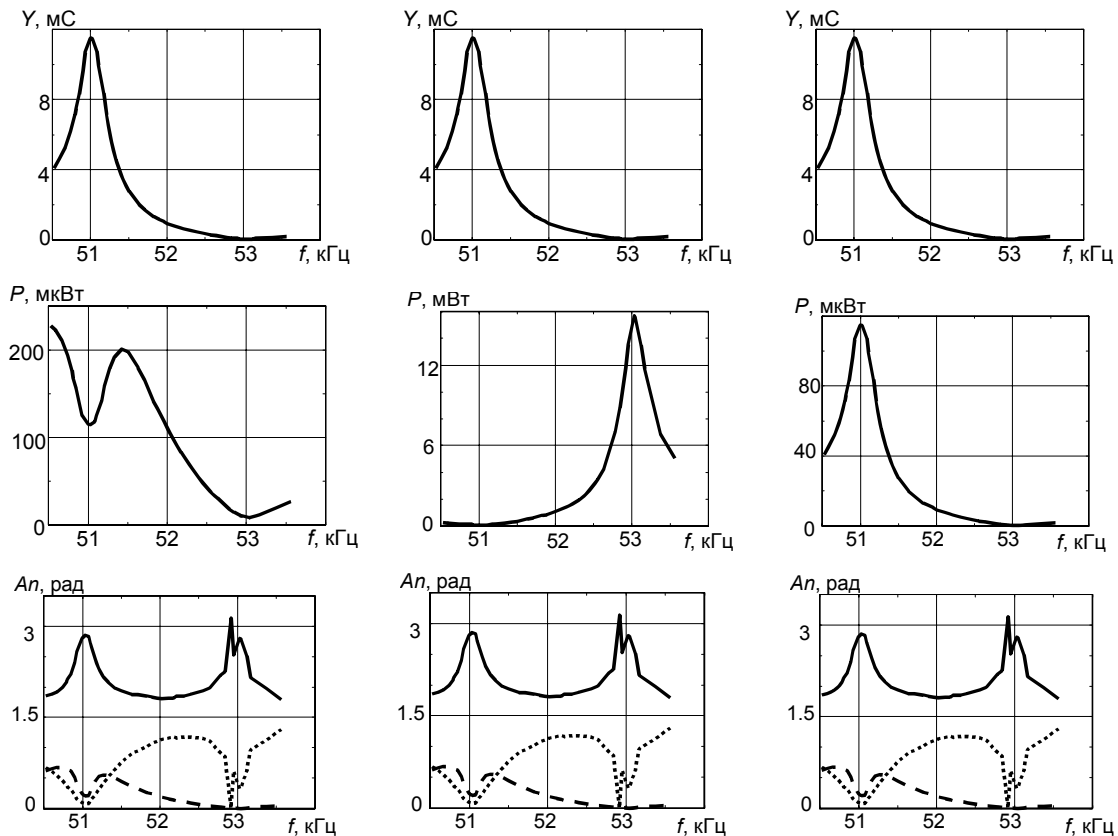
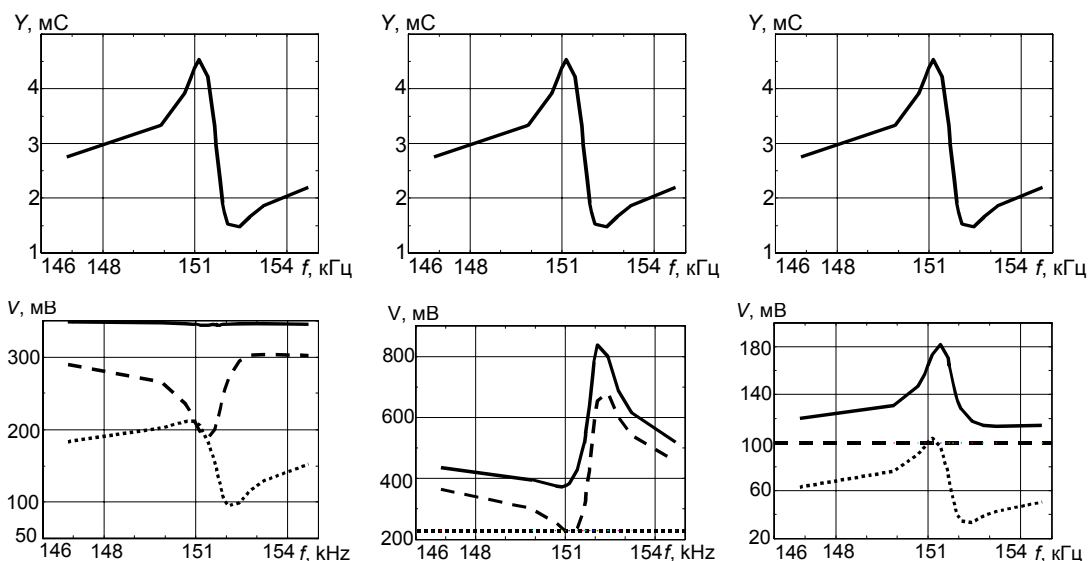


Рис. 4. Графіки АЧХ спадів напруг, повних провідностей, миттєвої потужності і фазових зсувів для основної моди

Незалежність АЧХ повної провідності та фазових зсувів від режиму електричного навантаження пояснюється тією обставиною, що в лінійному наближенні співвідношення між спадами напруг, якими визначаються провідності і косинуси кутів, залишаються, незважаючи на зниження чи зростання останніх в кільканадцять разів. Для основної моди поздовжніх коливань стержня фазовий зсув між спадом напруги на

п'єзоелементі і струмом у ньому (кут α) наближається до π радіан на резонансі та антирезонансі, а поза цими частотами він знижується до $\pi/2$.

В околі другого поздовжнього резонансу побудовані за тим же принципом АЧХ спадів напруг, провідностей, миттєвих потужностей і кутів показали аналогічні залежності (рис. 5).



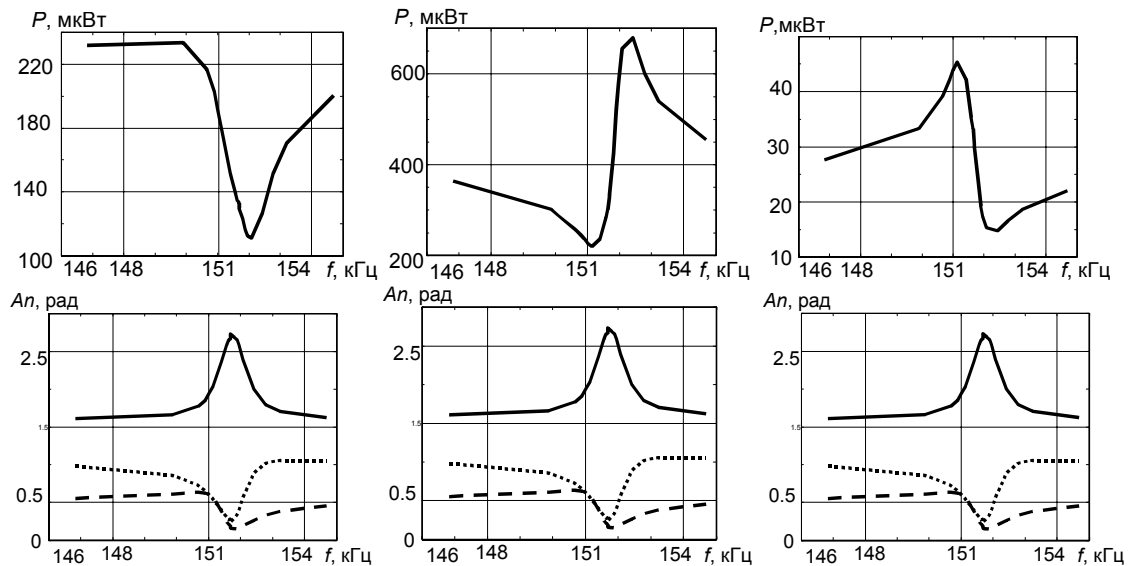


Рис. 5. Графіки АЧХ спадів напруг, повних провідностей, миттєвої потужності і фазових зсувів для другої моди

Перехід від одного режиму електричного навантаження до іншого і тут супроводжується істотними змінами спадів напруг та миттєвих потужностей, тоді як повна провідність і фазові зсуви не змінюються. Інтервал змін параметрів у діапазоні частот резонанс – антирезонанс менший, що пов'язано з більшим впливом міжелектродної ємності. Фазові зсуви між спадом напруги на п'єзоелементі і струмом у ньому досягають максимальних величин не на резонансах та антирезонансах, як було на основній моді, а в інтервалі між ними. Це також є наслідком більшого впливу на обертонах міжелектродної ємності.

Зменшення фазових зсувів при переході від основної моди до обертонів зареєстрували в розрахунках і експериментально також автори роботи [25] для радіальних коливань тонкого п'єзокерамічного диска.

Слід зауважити, що при перерахунках експериментальних даних ніяких обмежень у виборі заданих сталих за амплітудою струмів та спадів напруг не було, тому цифри в одержаних АЧХ провідності та миттєвої потужності вказують лише на тенденції при зміні частоти й характеризувати рівень не можуть.

Досліджувалися також вимушені коливання п'єзокерамічного кругового сегмента з розмірами $35,0 \times 7,5 \times 1,25$ мм, вирізаного із диска ЦТС-19 та параметрами $C_0 = 1802$ пФ, $\text{tg} \delta = 0,0144$. Такий зразок не має аналітичного розв'язку, проте його поздовжні коливання можна розглядати, як стержневі з деякими ефективними коефіцієнтами зв'язку.

Внаслідок ітераційного процесу в інтервалі безрозмірних частот $1,5 \leq x \leq 1,75$ та заданих

величинах $k_{310}^2 = 0,08$; $s_{11m} = 0,012$; $\varepsilon_{33m} = 0,0144$; $d_{31m} = 0,01$; $a = 0,397$ мС отримано провідності $Y_m = 3,48$ мС; $Y_n = 0,104$ мС і частоти $x_n = 1,625$; $x_m = 1,571$; $x_n/x_m = 1,034$. В експерименті було $f_m = 55,1$ кГц; $f_n = 56,7$ кГц; $f_n/f_m = 1,029$; $Y_m = 3,51$ мС, $Y_n = 0,102$ мС. Розбіжність з експериментом невелика і становить по Y_m – 0,86 %, Y_n – 1,9 %, f_n/f_m – 0,48 %.

Побудовані в умовах „як є” і перераховані за формулами (5) графіки для основного резонансу кругового сегмента також виявилися подібними до відповідних кривих прямокутного стержня, наведених на рис. 4. Отже, ітераційні процедури для тонкого п'єзокерамічного стержня придатні також для визначення ефективних коефіцієнтів зв'язку п'єзокерамічних пластин змінної ширини. Це питання вимагає окремого дослідження.

Висновки

Дослідження вимушених поздовжніх коливань стержнів із п'єзокераміки ЦТБС-3 з поперечною поляризацією при заданих сталих за амплітудою струмі й спаді електричної напруги дає можливість зробити наступні висновки.

1. АЧХ повної провідності в інтервалі резонансних–антирезонансних частот і фазові зсуви між вимірними спадами напруг на вході, на п'єзоелементі та навантажувальному резисторі не залежать від умов електричного навантаження.

2. В режимі заданого (сталого за амплітудою) спаду напруги на п'єзоелементі при на-

ближенні до резонансу миттєва потужність зростає, а поблизу від антирезонансу – знижується. Навпаки, в режимі заданого (сталого за амплітудою) струму через п'єзоелемент при наближенні до резонансу миттєва потужність знижується, а поблизу від антирезонансу збільшується. Ця обставина може бути причиною виявленої авторами робіт [14–16] нелінійності повної провідності в умовах великої вхідної потужності, як і неможливості забезпечити режим сталого струму на антирезонансі.

3. Опрацьована на прикладі поздовжніх коливань тонкого п'єзокерамічного стержня з товщиною поляризацією ітераційна методика може застосовуватися також при дослідженнях вимушених коливань стержнів змінної ширини та в експериментально-розрахунковому визначенні ефективних коефіцієнтів зв'язку і втрат. Ітераційну методику можна також використати для перевірки отриманих іншими методами (наприклад, методом п'єзотрансформаторного датчика) результатів.

4. Розрахунок фазово-частотних і амплітудно-частотних характеристик коливань у комплексній формі забезпечує результати, які добре узгоджуються з експериментами.

Список використаних джерел

1. *Bolkisev A. M., Karlash V. L., Shul'ga N. A.* Temperature dependence of the properties of piezoelectric ceramics // *Soviet Applied Mechanics*. – 1984. – Vol. 20, N 7. – P. 650 – 653.
2. *Holland R.* Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients // *IEEE Trans. Sonics Ultrasonics*. – 1967. – SU-14(1). – P. 18 – 20.
3. IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics // *Proc. IRE*. – 1961. – Vol. 49. – P. 1161 – 1169.
4. *Jaffe B., Cook W. R., Jaffe H.* Piezoelectric ceramics. – London and New York: Academic Press, 1971. – 317 p.
5. *Karlash V. L.* The problem of electromechanical losses in piezoelectric bodies // *Soviet Applied Mechanics*. – 1988. – Vol. 24, N 3. – P. 258 – 262.
6. *Karlash V.* Longitudinal and lateral vibrations of a planar piezoceramic transformer // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 2005. – Vol. 44, N 4A. – P. 1852 – 1856.
7. *Karlash V. L.* Resonant electromechanical vibrations of piezoelectric plates // *Int. Appl. Mech.* – 2005. – Vol. 41, N 7. – P. 709 – 747.
8. *Karlash V. L.* Planar electroelastic vibrations of piezoceramic rectangular plate and half-disk // *Int. Appl. Mech.* – 2007. – Vol. 43, N 5. – P. 547 – 553.
9. *Karlash V. L.* Particularities of amplitude-frequency characteristics of admittance of thin piezoceramic half-disk // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – Vol. 45, N 10. – P. 647 – 653.
10. *Karlash V. L.* Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics // *Electronics and communication*. – 2013. – Vol. 19, N 2 (79). – P. 82 – 94.
11. *Karlash V. L.* Forced electromechanical vibrations of rectangular piezoceramic bars with sectionalized electrodes // *Int. Appl. Mech.* – 2013. – Vol. 49, N 3. – P. 360 – 368.
12. *Martin G. E.* Dielectric, elastic and piezoelectric losses in piezoelectric materials // *Ultrasonic Symp. Proc. Milwaukee*. – 1974. – P. 613 – 617.
13. *Mezheritsky A. V.* Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics: how it works all together // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*. – 2004. – Vol. 51, N 6. – P. 695 – 797.
14. *Uchino K., Zheng J. H., Chen Y. H. et al.* Loss mechanisms and high power piezoelectrics // *J. Mat. Sci.* – 2006. – Vol. 41. – P. 217 – 228.
15. *Uchino K., Zhuang Yu., Ural S. O.* Loss determination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals // *J. Advanced Dielectrics*. – 2011. – Vol. 1, N 1. – P. 17 – 31.
16. *Ural S. O., Tunodemir S., Zhuang Yu., Uchino K.* Development of a high power piezoelectric characterization system and its application for resonance/antiresonance mode characterization // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 2009. – Vol. 48. – N 5R. – 056509.
17. *Акопян В. А., Соловьев А. Н., Шевцов С. Н.* Методы и алгоритм определения полного набора совместимых материальных констант пьезокерамических материалов. – Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2008. – 144 с.
18. *Безверхий О., Зінчук Л., Карлаш В.* Вплив режиму електричного навантаження, сталей напруги або струму на характеристики коливань п'єзокерамічних резонаторів // *Фізико-механічне моделювання та інформаційні технології*. – 2013. – Вип. 8. – С. 9 – 20.
19. *Глозман И. А.* Пьезокерамика. – М.: Энергия. – 1972. – 288 с.
20. ГОСТ 12370-72. Материалы пьезокерамические, методы испытаний. – М.: Изд-во стандартов, 1973. – 28 с.
21. Карлаш В. Л. Методи визначення коефіцієнтів зв'язку і втрат енергії при коли-

- ваннях резонаторів із п'єзокераміки // Акуст. вісник. – 2012. – Том 15, № 4. – С. 24 – 38.
22. Магнитные и диэлектрические приборы: в 2 ч. / под ред. Г.В. Катца. Ч.1. – М. – Л.: Энергия, 1964. – 416 с.
23. Шульга Н.А., Болкисев А.М. Колебания пьезоэлектрических тел – К.: Наук. думка, 1990. – 228 с.
24. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин. – К.: Наук. думка, 2008. – 272 с.
25. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Амплітудно-фазові характеристики радіальних коливань тонкого п'єзокерамічного диска біля резонансів // Доповіді НАН України.– 2013. – № 9.– С.80-86.
26. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Вимірювання повної провідності п'єзокерамічних елементів у схемі чотириполюсника Мезона та її варіантах // Тези IV Міжнародної науково-технічної конференції „Датчики, прилади та системи – 2008”. – Черкаси – Гурзуф, 2008. – С. 54 – 56.

Поступила в редакцию 21 апреля 2015 г.

УДК 539.3:537.226.86:534.1

А.И. Безверхий, д-р. физ.-мат. наук, **Л.П.Зинчук**, канд. физ.-мат. наук, **В.Л. Карлаш**, д-р. техн. наук
Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины,
ул. Нестерова, 3, г.Киев, 03057, Украина.

Влияние электрического нагружения на вынужденные колебания поперечно поляризованных пьезокерамических стержней

Статья посвящена анализу экспериментальных и расчетных результатов, полученных при исследовании продольных колебаний тонких пьезокерамических стержней с поперечной поляризацией в зависимости от условий электрического нагружения – заданных постоянных амплитуд тока или напряжения. Расчеты проводимости, коэффициентов связи и тангенсов механических и пьезоэлектрических потерь проведены на основе новой простой итерационной методики.

Получила дальнейшее развитие идея поочередного измерения падений напряжения в модернизированной схеме Мэсона, на основе чего определяются фазовые сдвиги между компонентами полной проводимости. Экспериментальные данные хорошо согласуются с расчетными величинами. Библ. 26, рис. 5.

Ключевые слова: тонкий пьезоэлектрический стержень; вынужденные колебания; адмиттенс; тангенс пьезоэлектрических потерь; коэффициент связи.

UDC 539.3:537.226.86:534.1

O. Bezverkhyy, Dr.Sc., **L. Zinchuk**, Ph.D., **V. Karlash**, Dr.Sc.

S. P. Timoshenko Institute of Mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine,
3, Nesterov Str. 03057, Kyiv, Ukraine.

Effect of the electrical loading on forced vibrations of transversely polarized piezoceramic bars

This article analyzes the experimental and computational results obtained in the study of the longitudinal vibrations of thin piezoceramic bars with transverse polarization depending on the electrical load such as the given constant amplitude current or voltage. Calculations of the admittance, coupling coefficients, mechanical and piezoelectric loss tangents were made on the basis of a new simple iterative method.

The idea of alternate measuring the voltage drop in the modernized Mason scheme was further developed, and the phase shifts between the components of admittance were determined. The experimental data are in good agreement with the calculated values. Reference 26, figures 5.

Keywords: thin piezoceramic bar; forced vibrations; admittance; piezoelectric loss tangent; couple coefficient.

References

1. *Bolkisev, A. M., Karlash, V. L., Shul'ga, N. A.* (1984). Temperature dependence of the properties of piezoelectric ceramics. *Soviet Applied Mechanics*. Vol. 20, no.7, pp. 650 – 653.
2. *Holland, R.* (1967). Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients. *IEEE Trans. Sonics Ultrasonics*. SU-14(1), pp. 18 – 20.
3. (1961). IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics. *Proc. IRE*. Vol. 49, pp. 1161 – 1169.
4. *Jaffe, B., Cook, W. R., Jaffe, H.* (1971). *Piezoelectric ceramics*. London and New York: Academic Press. P. 317.
5. *Karlash, V. L.* (1988). The problem of electromechanical losses in piezoelectric bodies. *Soviet Applied Mechanics*. Vol. 24, no. 3, pp. 258 – 262.
6. *Karlash, V.* (2005). Longitudinal and lateral vibrations of a planar piezoceramic transformer. *Jpn. J. Appl. Phys.* Vol. 44, no. 4A, pp. 1852 – 1856.
7. *Karlash, V. L.* (2005). Resonant electromechanical vibrations of piezoelectric plates. *Int. Appl. Mech.* Vol. 41, no. 7, pp. 709 – 747.
8. *Karlash, V. L.* (2005). Planar electroelastic vibrations of piezoceramic rectangular plate and half-disk. *Int. Appl. Mech.* Vol. 43, no. 5, pp. 547 – 553.
9. *Karlash, V. L.* (2009). Particularities of amplitude-frequency characteristics of admittance of thin piezoceramic half-disk. *Int. Appl. Mech.* Vol. 45, no. 10, pp. 647 – 653.
10. *Karlash, V. L.* (2013). Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics. *Electronics and communication*. Vol. 19, no. 2(79), pp. 82 – 94.
11. *Karlash, V. L.* (2013). Forced electromechanical vibrations of rectangular piezoceramic bars with sectionalized electrodes. *Int. Appl. Mech.* Vol. 49, no. 3, pp. 360 – 368.
12. *Martin, G.E.* (1974). Dielectric, elastic and piezoelectric losses in piezoelectric materials. *Ultrasonic Symp. Proc. Milwaukee*, pp. 613 – 617.
13. *Mezheritsky, A. V.* (2004). Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics; how it works all together. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*. Vol. 51, no. 6. pp. 695 – 797.
14. *Uchino, K., Zheng, J. H., Chen, Y. H. et al.* (2006). Loss mechanisms and high power piezoelectrics. *J. Mat. Sci.* Vol. 41, pp. 217 – 228.
15. *Uchino, K., Zhuang, Yu. and Ural, S. O.* (2011). Loss determination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals. *J. Advanced Dielectrics*. Vol. 1, no. 1, pp. 17 – 31.
16. *Ural, S. O., Tunodemir, S., Zhuang, Yu. and Uchino, K.* (2009). Development of a high power piezoelectric characterization system and its application for resonance/antiresonance mode characterization. *Jpn. J. Appl. Phys.* Vol. 48, no.5R, 056509.
17. *Akopyan, V. A., Soloviev, A. N., Shevtsov, S. N.* (2008). Methods and algorithms for determine the full set of compatible material constants of piezoelectric materials. *Rostov-na-Donu, Yuzhnyi federalnyi universitet*. P. 144. (Rus)
18. *Bezverkhyy, A., Zinchuk, L., Karlash, V.* (2013). An influence of electric loading on piezoceramic resonators' vibrations characteristics. *Fiziko-mehanichne modelyuvannya ta informatsiyi tehnologii*. Vol.18, pp 9 – 20. (Ukr)
19. *Glozman, I.A.* (1972). *Piezoceramics*. Moskva, Energhiya. P. 288. (Rus)
20. GOST 12370-72 20. *Piezoceramic materials, test methods*. (1973). Moskva, Izdatelstvo standartov. P. 28. (Rus)
21. *Karlash, V. L.* (2012). Methods of determination of coupling factors and energy losses at piezoceramics resonator's vibrations. *Acoustic bulletin*. Vol. 15, no. 4, pp. 24 – 38. (Ukr)
22. *Katz, H. W. (Ed.)* (1964). *Magnetic and Piezoelectric Devices*. Moskva, Energhiya. P. 416. (Rus)
23. *Shul'ga, N. A., Bolkisev, A. M.* (1990). *The Vibrations of Piezoelectric Bodies*, Kiev, Naukova dumka. P. 228. (Rus)
24. *Shul'ga, M. O., Karlash, V. L.* (2008). *Resonant electromechanic vibrations of piezoelectric plates*. Kyiv, Naukova dumka. P. 272. (Ukr)
25. *Shulga, M. O., Karlash, V. L.* (2008). Measurement of piezoceramic elements admittance in Meson's four-pole and its variants. *Proc. IY Int. Sci.-tech. Conf. "Sensors, devices and systems" – 2008*. Cherkasy – Gurzuf, pp. 54 – 56. (Ukr)
26. *Shulga, M. O., Karlash, V. L.* (2013). Amplitude-phase characteristics of radial vibrations of thin piezoceramics disk near resonances. *Dopovidi NANU*. No. 9, pp. 80-86. (Ukr)