

Твердотельная электроника

УДК 621.385.69

О.В. Артюхова, Л.Д. Писаренко, д.-р. техн. наук

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,
вул. Політехнічна, 16, корпус 12, м. Київ, 03056, Україна.

Аналіз моделей мемристора для програм схемотехнічного проектування

Для побудови пристроїв на основі мемристорів запропоновано низку математичних моделей. У статті зроблено огляд існуючих моделей та порівняльний аналіз для практичного моделювання. Проведено експериментальні дослідження в середовищі MicroCap. Надано рекомендації щодо використання моделей. Бібл. 12., рис. 11.

Ключові слова: мемристор; MicroCap; моделювання; гістерезис; залежність опору від заряду і магнітного потоку; мемристивність.

Вступ

Відмінність мемристора від приладів з пам'яттю і його головна перевага полягає в тому, що мемристор зберігає свої властивості не у вигляді заряду, а в вигляді провідності (або опору) [2]. Тобто, йому не притаманне таке явище як витік заряду, з яким доводиться боротися при переході на мікросхеми нанометрових масштабів.

Математична модель мемристора описується системами рівнянь [2].

З управлінням зарядом:

$$\begin{aligned} v(t) &= M(q(t)) \cdot i(t) \\ M(q) &= d\varphi(q)/dq \end{aligned} \quad (1a)$$

З управлінням потоком:

$$\begin{aligned} i(t) &= W(\varphi(t)) \cdot v(t) \\ W(\varphi) &= dq(\varphi)/d\varphi \end{aligned} \quad (1б)$$

де $q(t)$ – заряд, а $\varphi(t)$ – магнітний потік, $M(q(t))$ – мемристивність, $W(\varphi(t))$ – зворотна мемри-

стивність $\left(\frac{1}{M}\right)$, $v(t)$ – напруга на мемристорі,

$i(t)$ – струм мемристора.

З огляду на взаємозв'язок між зарядом і струмом ($dQ = I \cdot dt$), потоком і напругою ($\varphi = U \cdot dt$), рівняння (1a) і (1б) можна представити у формі залежностей струму від напруги або напруги від струму:

Модель з управлінням струмом:

$$\begin{aligned} v(t) &= R(x, i) \cdot i(t) \\ \frac{dx}{dt} &= f(x, i) \end{aligned} \quad (2a)$$

Модель з управлінням напругою:

$$\begin{aligned} i(t) &= G(x, v) \cdot v(t) \\ \frac{dx}{dt} &= f(x, v) \end{aligned} \quad (2б)$$

де $R(x, i)$ – опір мемристора (мемристивність), $G(x, v)$ – провідність, x – внутрішня змінна стану мемристора (фізичний параметр, який визначається властивостями матеріалу мемристора) [3].

При проходженні струму через мемристор відбувається легування матеріалу мемристора, в результаті чого змінюється його опір. Змінна x характеризує цю зміну. Як матеріал для виготовлення мемристорів використовуються оксиди титану TiO_2 , гафнія HfO_2 , талія Ta_2O_5 , нікелю NiO , цирконію ZrO_2 , кремнію SiO_2 .

Залежно від характеру зміни змінної x розрізняють два типи моделей - лінійну і нелінійну.

Залежно від типу фізичної моделі мемристора розрізняють два типи математичних моделей - на основі ефекту дифузії і на основі тунельного ефекту. Моделі мемристора повинні задовольняти таким вимогам [A]:

- ВАХ для біполярного періодичного сигналу збудження повинна мати стислу форму петлі гістерезису.
- Ступінь стислості гістерезису повинна монотонно зростати при збільшенні частоти сигналу збудження.
- ВАХ повинна стати однозначною функцією при збільшенні частоти до нескінченності.

1. Дифузійні моделі

1.1 Дифузійна модель з лінійним дрейфом іонів

Дифузійна модель мемристора з лінійним дрейфом іонів запропонована в статті [8]. У цій моделі мемристор з фізичної шириною D (близько 10 нм) містить дві області, як показано на рис. 1.

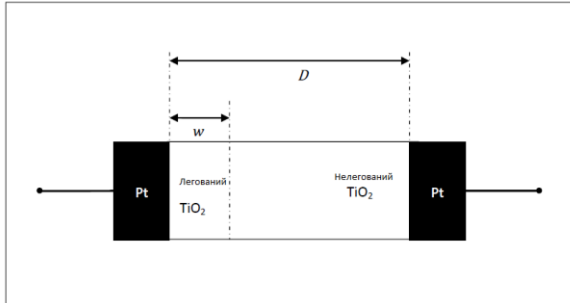


Рис. 1. Модель мемристора з лінійним дрейфом іонів

Область w з легуючими домішками, на відміну від легованої області, має вищу концентрацію носіїв, тому характеризується більш високою провідністю. У цій моделі мемристор представляють у вигляді двох послідовно з'єднаних резисторів. Опір кожного резистора залежить від ширини легованої області $w(t)$. При цьому R_{ON} - опір мемристора при $w(t)/D = 1$, а R_{OFF} - при $w(t)/D = 0$.

Відношення $\frac{w(t)}{D} = x(t)$ - є нормованою змінною стану мемристора.

Опір мемристора R_{mem} визначається рівнянням:

$$R_{mem}(t) = R_{ON} \frac{w(t)}{D} + R_{OFF} \left(1 - \frac{w(t)}{D}\right) \quad (3)$$

Зміни нормованої змінної стану $x(t)$ є функцією швидкості дифузії.

Відповідно до теорії дифузії, швидкість дифузії вакансій в шарі з нестачею кисню може бути описана лінійним рівнянням:

$$\frac{dw(t)}{dt} = \frac{\eta \mu_V \cdot R_{ON}}{D} \cdot i(t), \quad (4)$$

де коефіцієнт $\eta = \pm 1$. Якщо $\eta = 1$, то відбувається розширення шару з нестачею кисню при позитивній напрузі, а в зворотному випадку шар

буде позичати. Коефіцієнт μ_V є рухливість зарядів в шарі з низьким опором $\mu_V = 10^{-12} \text{ (м}^2 / \text{сек} \cdot \text{В)}$. Рівняння (4) описує лінійну модель дифузії зарядів, згідно з якою заряди рухаються з однаковою швидкістю незалежно від їх положення усередині шару.

Рішення рівняння (4) встановлює залежність ширини $w(t)$ від заряду:

$$w(t) = \frac{\mu_V R_{ON}}{D} \cdot q(t) \quad (5)$$

А залежність змінної стану від заряду визначається виразом:

$$x(t) = \frac{w(t)}{D} = \frac{\mu_V R_{ON}}{D^2} \cdot q(t) \quad (6)$$

Підставляючи рівняння (6) в рівняння (3) за умови, що $R_{OFF} \cdot R_{ON}$ отримаємо співвідношення між мемристивністю і зарядом для даної моделі:

$$M(q) = R_{OFF} \left(1 - \frac{\mu_V R_{ON}}{D^2} \cdot q(t)\right) \cdot q(t) \quad (7)$$

Тоді система рівнянь (2) для лінійної моделі має вигляд:

$$v(t) = \left(R_{ON} \frac{w(t)}{D} + R_{OFF} \left(1 - \frac{w(t)}{D}\right) \right) \cdot i(t) \quad (8)$$

$$\frac{dw}{dt} = \mu_V \frac{R_{ON}}{D} \cdot i(t)$$

Ця модель описується за допомогою чотирьох параметрів R_{ON} , R_{OFF} , D , μ_V .

1.2 Лінійна модель з віконними функціями

Змінна стану моделі змінюється в обмеженому інтервалі $[0, D]$. Для того щоб обмежити зміни змінної стану $w(t)$ треба її похідну помножити на віконну функцію $f\left(\frac{w(t)}{D}\right)$, яка зводиться до нуля похідну на границях інтервалу.

Але крім того віконна функція може надати нелінійний характер при наближенні до границь інтервалів. В даний час розроблено цілий ряд віконних функцій [1, 4, 6, 8, 11].

Лінійна модель з віконної функцією може бути описана у вигляді:

$$v(t) = \left(R_{ON} \frac{w(t)}{D} + R_{OFF} \left(1 - \frac{w(t)}{D}\right) \right) \cdot i(t) \quad (9)$$

$$\frac{dw}{dt} = \mu_V \frac{R_{ON}}{D} \cdot i(t) \cdot f\left(\frac{w(t)}{D}\right)$$

1.2.1 Вікно Hewlett - Packard

Найпростіша віконна функція $f(w)$ була запропонована в статті [8]. Ця функція має вигляд:

$$f(w) = \frac{w(D-w)}{D^2}. \quad (10)$$

за умови, що $0 < w < D$. Функція досягає максимуму при $w = 0,5D$ і зменшується до нуля при граничних значеннях $w = 0$ або $w = D$. Ця функція має симетричну форму і не описує нелінійність реальних мемристорів.

1.2.2 Вікно Y. N. Joglekar

В роботі [4] Y. N. Joglekar запропонував віконну функцію виду:

$$f(w) = 1 - \left(\frac{2w}{D} - 1 \right)^{2p}, \quad (11)$$

де p - натуральне число.

Для великих значень ця функція наближається до прямокутного вікна, і нелінійність зменшується (рис. 2).

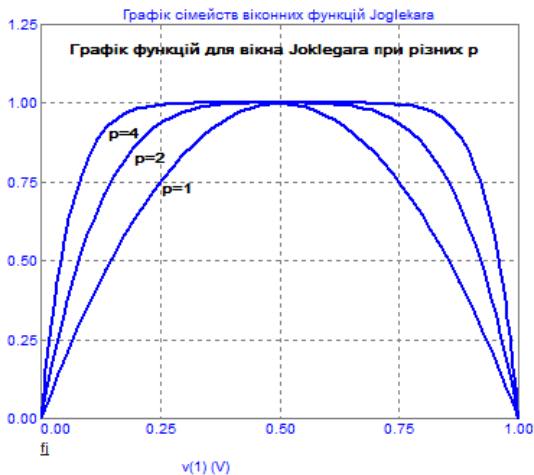


Рис. 2. Графік сімейств віконних функцій Joglekara

Недоліком віконної функції Y. Joglekara є її поведінка на границях фізичної ширини мемристора, де її значення прямує до нуля. Похідна $w(t)$ прямує до нуля і внутрішній стан мемристора не змінюється після досягнення кожної з меж.

1.2.3 Вікно Z. Biolek

Для виключення недоліків віконної функції Y. N. Joglekara [4] в статті [1] запропонована інша функція вікна (Z. Biolek):

$$f(w) = 1 - \left(\frac{w}{D} - \text{stp}(-i) \right)^{2p} \quad (12)$$

$$\text{stp}(i) = \begin{cases} 1, i \geq 0 \\ 0, i < 0, \end{cases}$$

Проблема вирішується за допомогою змінної $\text{stp}(i)$, яка змінює функцію вікна при наближенні і віддаленні від меж фізичної ширини мемристора (рис. 3).

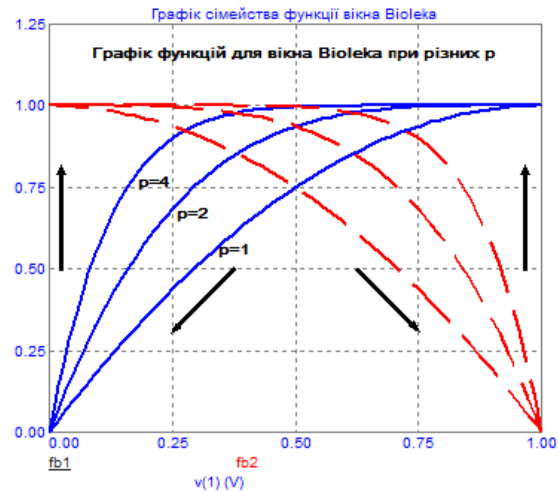


Рис. 3. Графік сімейства функції вікна Bioleka

При наближенні до границі функція вікна наближається до одиничного значення, тим самим зберігаючи безперервність похідної. Однак виникає проблема безперервності функції на границі. Ця функція була вперше реалізована в схемотехнічних пакетах Spice та MicroCap 10 і знайшла широке застосування при моделюванні схем на мемристорі.

1.2.4 Вікно T. Prodromakis

Віконні функції Joglekara та Bioleka змінюються в фіксованому інтервалі $[0;1]$. Віконна функція Prodromakisa [6] змінюється в регульованих інтервалах. У цій функції доданий параметр масштабування j , а параметр p , на відміну від функцій Joglekara і Bioleka, є позитивним дійсним числом. Функція має вигляд:

$$f(w) = j \left(1 - \left[\left(\frac{w}{D} - 0,5 \right)^2 + 0,75 \right]^p \right) \quad (13)$$

Графіки функції для різних значень p і j (k - в программі MicroCap) представлені на рис. 4.

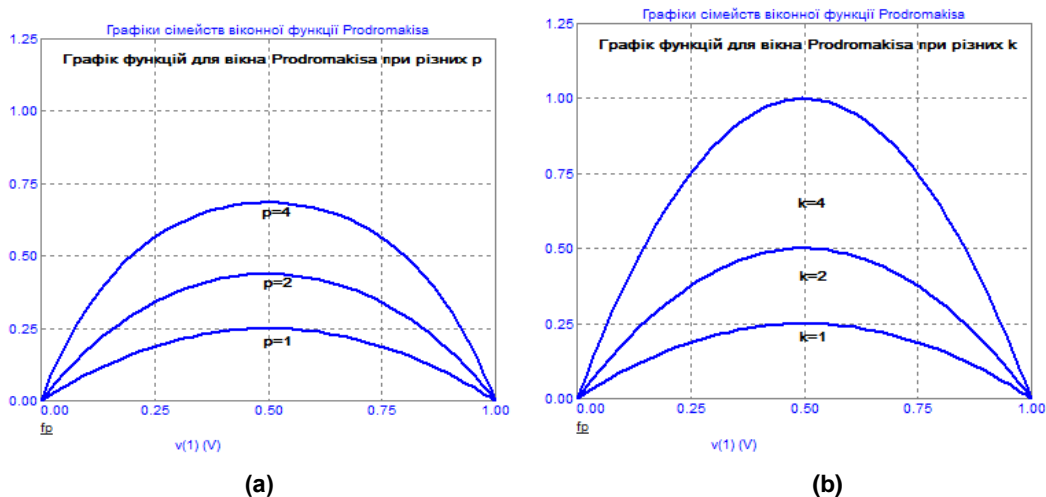


Рис. 4. Графіки сімейств віконної функції Prodromakisa: (а) в залежності від параметра ρ , (б) в залежності від параметра k

1.2.5 Вікно на основі частково-функціональної апроксимації

В роботі [11], функція вікна складається з трьох нелінійних функцій:

$$\begin{cases} \left(1 + \left(\frac{x-0.5}{a}\right)^{2b}\right)^{-1}, & x_0 \leq x \leq 1-x_0 \\ kx(1-x), & x_0 > x \text{ и } x > x_0 \end{cases} \quad (14)$$

де k, a - параметр масштабування, b - степінь полінома.

Ця функція вікна неперервно диференційована, але є певні умови для забезпечення безперервності диференціювання [11].

1.3 Дифузійна модель з нелінійним дрейфом іонів

Нелінійна модель представлена в роботах [9,10]. Ця модель передбачає, що мемристор є елементом керованим напругою, який має нелінійну залежність між напругою і похідною змінної стану $w(t)$. Ця модель передбачає асиметричне перемикання мемристора.

1.4 Висновки

Дифузійна модель з лінійним дрейфом іонів досить чітко відображає властивості мемристора. Також можна відзначити простоту реалізації цієї моделі і те, що вона реалізована в багатьох схемотехнічних пакетах.

Серед можливих вікон, що використовуються для цієї моделі можна зробити наступні висновки – найчастіше використовуються вікна

Bioleka [1] та Joglekara [4]. Віконна функція Prodromakisa [6], на відміну від вікон Bioleka та Joglekara, змінюється в регульованих інтервалах.

Також слід відзначити вікно на основі частково-функціональної апроксимації. Результати доволі точні, але реалізація доволі складна та довготривала так як є певні умови для забезпечення безперервності диференціювання [11].

2. Тунельні моделі

2.1 Модель мемристора на основі тунельного бар'єру Simmonsа

Модель мемристора на основі тунельного бар'єру Simmonsа описана в роботі [7]. Ця модель передбачає нелінійний та асиметричний характер перемикання, що залежить від експоненціальної залежності руху іонізованих домішок і виглядає як послідовне з'єднання резистора і тунельного бар'єру (рис. 5) Нормована змінна стану $x(t)$ представлена у вигляді тунельного бар'єру.

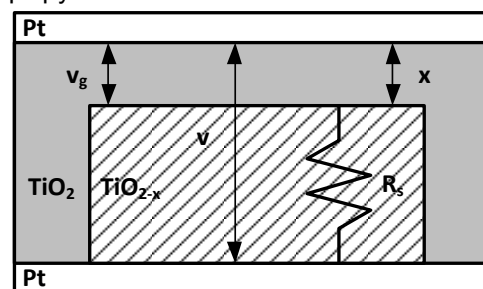


Рис. 5. Фізична модель мемристора на основі тунельного бар'єру Simmonsа

Модель мемристора на основі тунельного бар'єру Simmonsа на сьогоднішній день є більш точною фізичною моделлю мемристор, але не містить явних відносин між напругою і струмом. Тому вона може бути використана, за умови, що величини констант k_{ON} , k_{OFF} , f_{ON} , f_{OFF} , α_{ON} , α_{OFF} , x_{ON} , x_{OFF} конкретного мемристора.

2.2 Адаптивна порогова модель мемристора (TEAM)

У статті [5] була представлена спрощена модель адаптивного порогового мемристора (TEAM). Ця модель відображає ту ж фізичну поведінку, але з більш простими математичними функціями (рис. 6).

У цій моделі мемристор описується двома незалежними функціями: одна функція залежить від струму - похідна змінної стану, а інша функція - залежить від змінної стану - функція вікна. Якщо припустити, що співвідношення між напругою і струмом мемристора аналогічні рівнянню (3), то мемристивність змінюється лінійно, і система рівнянь набуває вигляду:

$$v(t) = \left[R_{ON} + \frac{R_{OFF} - R_{ON}}{x_{off} - x_{on}} (x - x_{on}) \right] \cdot i(t),$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{cases} k_{OFF} \left(\frac{i(t)}{i_{OFF}} - 1 \right)^{\alpha_{OFF}} \cdot f_{OFF}(x), & 0 < i_{OFF} < i \\ 0, & i_{ON} < i < i_{OFF} \\ k_{ON} \cdot \left(\frac{i(t)}{i_{ON}} - 1 \right)^{\alpha_{ON}} \cdot f_{ON}(x), & i < i_{ON} < 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$f_{off}(x) = \exp \left[-\exp \left(\frac{x - x_{off}}{w_c} \right) \right]$$

$$f_{on}(x) = \exp \left[-\exp \left(\frac{x - x_{on}}{w_c} \right) \right]$$

Ця модель описується наступними вісьмома параметрами:

- Параметри k_{OFF} и k_{ON} визначають амплітуду зміни похідною від нормованої змінної стану $x(t)$. Параметр k_{OFF} є позитивним числом, а параметр k_{ON} - негативним числом. В роботі [11] $k_{OFF} = 1,46e^{-9} \text{ нм/с}$, а $k_{ON} = -4,68e^{-13} \text{ нм/с}$.
- Параметри α_{OFF} та α_{ON} - є показниками статичної функції. В роботі [5] вони обрані різними 10.

- Параметри i_{OFF} та i_{ON} - значення струмів для відповідних меж нормованої змінної стану $x(t)$. В роботі [10] - $i_{ON} = 8,9 \text{ мкА}$, а $i_{OFF} = 115 \text{ мкА}$.
- Параметри x_{OFF} та x_{ON} визначають верхню і нижню межі нормованої змінної стану $x(t)$. В роботі [10] $x_{ON} = 1,8 \text{ нм}$, а $x_{OFF} = 1,2 \text{ нм}$.
- Параметр w_c - це діапазон зміни стану. В [5] $w_c = 107 \text{ пкм}$.

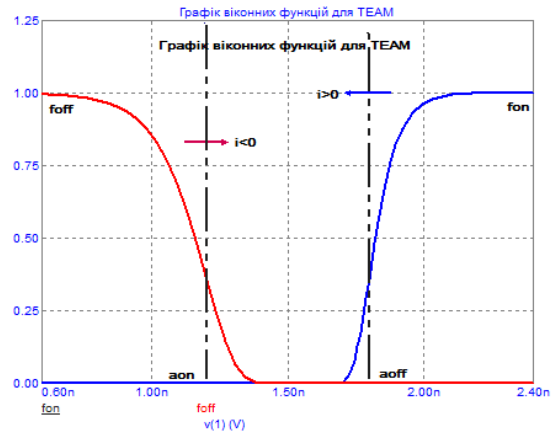


Рис. 6. Графік віконних функцій для TEAM

2.3 Висновки

Адаптивна порогова модель мемристора (TEAM) з тунельним бар'єром є більш точною у порівнянні із моделлю з лінійним дрейфом, тому що TEAM модель передбачає зображення поточного стану та нелінійну залежність заряду.

Модель є більш адаптована та зручніша у використанні для опису різних практичних мемристивних пристроїв.

3. Експериментальні дослідження

Експериментальні дослідження проведені для лінійної моделі в схемотехнічному пакеті MicroCap 10 [12], де ця модель реалізована у вигляді макромоделі.

Моделювання проводилося за схемою з джерелом струму для синусоїдального сигналу. Параметри мемристора обрані на основі рекомендацій статті [12]: $R_{on} = 1 \text{ Ом}$, $R_{off} = 100 \text{ кОм}$, $R_{int} = 80 \text{ кОм}$, $D = 10 \text{ нм}$, $\rho = 1$, $U_d = 10^{-12} \text{ м}^2/\text{сек} \cdot \text{В}$. Діапазон зміни струму джерела 10-200 мкА.

В результаті моделювання були отримані наступні графіки:

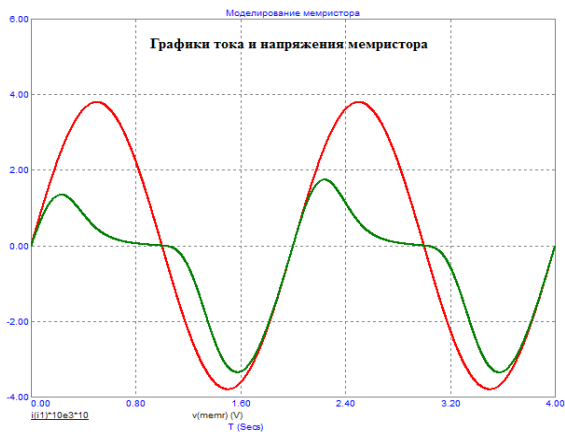


Рис. 7. Графіки струму та напруги мемристора

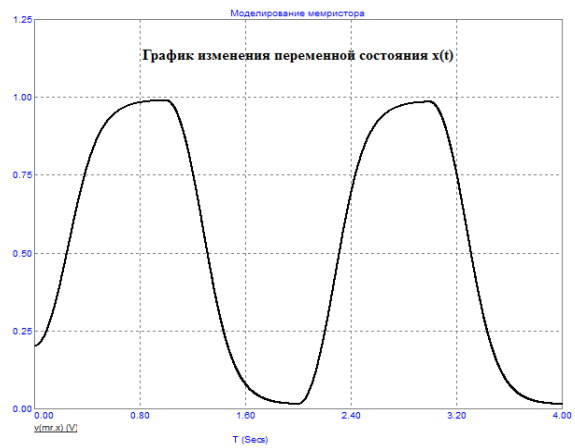
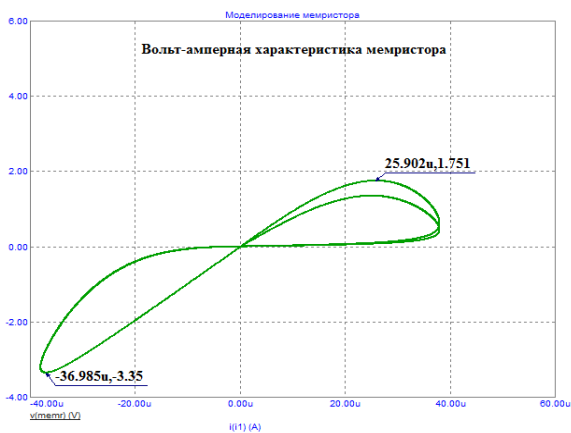
Рис. 10. Графік зміни змінного стану $x(t)$ 

Рис. 8. Графік вольт-амперної характеристики

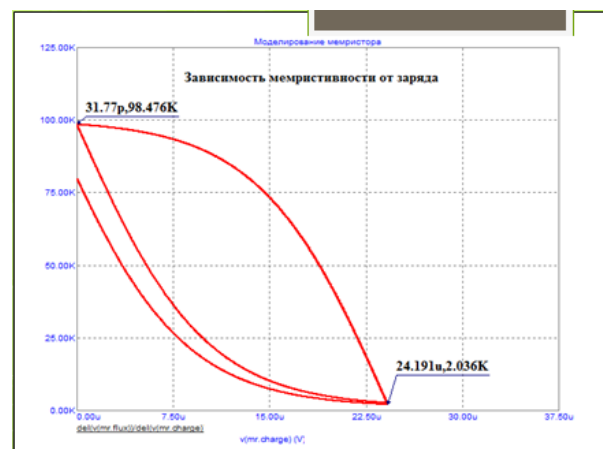


Рис. 11. Графічна залежність мемристивності від заряду

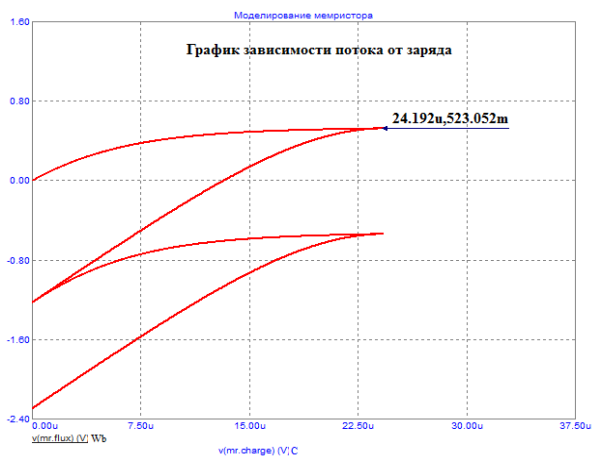


Рис. 9. Графічне зображення залежності потоку від заряду

Результати моделювання показали відповідність вимогам [A], що зазначені вище, до моделі і дозволяють визначати необхідний діапазон величин заряду та потоку мемристора.

Висновки

Модель з лінійним дрейфом іонів відображає властивості мемристора, є простою в реалізації, а також реалізована в багатьох схемотехнічних пакетах. Тому ця модель може бути використана в пакетах схемотехнічного проектування для розробки проектів мемристорних пристроїв.

Адаптивна порогова модель мемристора (TEAM) з тунельним бар'єром є більш точною, ніж модель з лінійним дрейфом, але також і більш складною в реалізації. Вона може використовуватись при проектуванні пристроїв на мемристорах але для її практичного застосування необхідно її впровадження в широко використовувані програми схемотехнічного моделювання, і зокрема пакет MicroCap.

Якість моделей при цьому потрібно підтверджувати подальшими експериментальними дослідженнями.

Список використаних джерел

1. *Biolek Z., Biolek D. and Biolkova V.* SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift. *Radio engineering*, vol. 18, no. 2, pt. 2, pp. 210–214, Jun. 2009.
2. *Chua L.O.* Memristor—the missing circuit element. *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-18, no. 5, pp. 507–519, Sep. 1971.
3. *Chua L.O. and Kang S.M.* Memristive devices and systems. *Proc. IEEE*, vol. 64, no. 2, pp. 209–223, Feb. 1976.
4. *Joglekar Y.N. and Wolf S.J.* The elusive memristor: Properties of basic electrical circuits. *Eur. J. Phys.*, vol. 30, no. 4, pp. 661–675, Jul. 2009.
5. *Kvatinsky Shahar, Friedman Eby G., Fellow, IEEE, Kolodny Avinoam, Senior Member, IEEE, and Uri Weiser C., Fellow.* IEEE TEAM: ThrEshold Adaptive Memristor Model.
6. *Prodromakis T., Peh B.P., Papavassiliou C. and Toumazou C.* A versatile memristor model with non-linear dopant kinetics. *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 58, no. 9, pp. 3099–3105, Sep. 2011.
7. *Simmons G.* Generalized formula for the electric tunnel effect between similar electrodes separated by a thin insulating film. *J. Appl. Phys.*, vol.34, no. 6, pp. 1793–1803, Jan. 1963.
8. *Strukov D.B., Snider G.S., Stewart D.R. and Williams R.S.* The missing memristor found. *Nature*, vol. 453, pp. 80–83, May 2008.
9. *Strukov D.B. and Williams R.S.* Exponential ionic drift: Fast switching and low volatility of thin-film memristors. *Appl. Phys. A, Mater. Sci. Process.*, vol. 94, no. 3, pp. 515–519, Mar. 2009.
10. *Yang J.J., Pickett M.D., Li X., Ohlberg D.A.A., Stewart D.R., and Williams R.S.* Memristive switching mechanism for metal/oxide/metal nanodevices. *Nature Nanotechnol.*, vol. 3, pp. 429–433, Jul. 2008.
11. *Yu J., Mu X., Xi X., Wang S.:* *Radio engineering* 22(4), 969 (2013).
12. Схемотехнічне моделювання мемристора в середовищі MicroCap / В.Г. Артюхов, І.В. Коноваленко // [Electronics and communications](#). - 2015. - Т. 20, № 1. - С. 27-35. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/eisv_2015_20_1_6

Поступила в редакцію 29 июля 2016 г.

УДК 621.385.69

А.В. Артюхова, Л.Д. Писаренко, д.-р. техн. наук

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
ул. Политехническая, 16, корпус 12, г. Киев, 03056, Украина.

Анализ моделей мемристора для программ схемотехнического проектирования

Для построения устройств на основе мемристоров предложен ряд математических моделей. В статье сделан обзор существующих моделей и сравнительный анализ для практического моделирования. Проведены экспериментальные исследования в среде MicroCap. Даны рекомендации по использованию моделей. Библ. 12., рис. 11.

Ключевые слова: мемристор; MicroCap; моделирование; гистерезис; зависимость сопротивления от заряда и магнитного потока; мемристивность.

UDC 621.385.69

A. Artukhova, L. Pisarenko, Dr.Sc.

National Technical University "Kyiv Polytechnic Institute"

str. Polytechnique, 16, Kiev, 03056, Ukraine.

Analysis memristor model for circuit design software

To build memristor-based devices offers a number of mathematical models. The article provides an overview of existing models and comparative analysis for a practical simulation. Experimental studies in MicroCap environment. provides recommendations on the use of models. Bible. 12, figures 11.

Keywords: memristor; MicroCap; modeling; hysteresis; dependence of the resistance of the charge and the magnetic flux; memristive.

Reference

1. *Biolek, Z., Biolek, D. and Biolkova, V. (2009). SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift. Radio engineering, vol. 18, no. 2, pt. 2, pp. 210–214.*
2. *Chua, L. O. (1971). Memristor—the missing circuit element. IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-18, no. 5, pp. 507–519.*
3. *Chua, L. O. and Kang, S. M. (1976). Memristive devices and systems. Proc. IEEE, vol. 64, no. 2, pp. 209–223.*
4. *Joglekar, Y. N. and Wolf, S. J. (2009). The elusive memristor: Properties of basic electrical circuits. Eur. J. Phys., vol. 30, no. 4, pp. 661–675.*
5. *Kvatinsky Shahar, Friedman, Eby G., Fellow, IEEE, Kolodny Avinoam, Senior Member, IEEE, and Uri Weiser C., Fellow. IEEE TEAM: ThrEshold Adaptive Memristor Model.*
6. *Prodromakis, T., Peh, B.P., Papavassiliou, C. and Toumazou, C. (2011). A versatile memristor model with non-linear dopant kinetics. IEEE Trans. Electron Devices, vol. 58, no. 9, pp. 3099–3105.*
7. *Simmons, G. (1963). Generalized formula for the electric tunnel effect between similar electrodes separated by a thin insulating film. J. Appl. Phys., vol.34, no. 6, pp. 1793–1803.*
8. *Strukov, D. B., Snider, G. S., Stewart, D. R. and Williams, R. S. (2008).The missing memristor found. Nature, vol. 453, pp. 80–83.*
9. *Strukov, D. B. and Williams, R. S. (2009). Exponential ionic drift: Fast switching and low volatility of thin-film memristors. Appl. Phys. A, Mater. Sci. Process., vol. 94, no. 3, pp. 515–519.*
10. *Yang, J. J., Pickett, M. D., Li, X., Ohlberg, D. A. A., Stewart, D. R., and Williams, R. S. (2008). Memristive switching mechanism for metal/oxide/metal nanodevices. Nature Nanotechnol., vol. 3, pp. 429–433.*
11. *Yu J., Mu X., Xi X., Wang S. (2013). Radio engineering 22(4), 969.*
12. *Artuhov, V. G., Konovalenko, I. V. (2015). Memristor circuit simulation in MicroCap. Vol.20, pp. 27-35. (Ukr) National Technical University of Ukraine "Kiev Polytechnic Institute".*