

УДК 612.851-57

**М.В. Контар**

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,  
вул. Політехнічна, 16, корпус 12, м. Київ, 03056, Україна.

## Знаходження оціночних параметрів слухового тракту: зовнішнє вухо – середнє вухо

*Поставлена задача математичного знаходження пружностей (або гнучкостей) елементів слухового тракту шляхом визначення власних (парціальних) частот елементів цього тракту по вимірним частотним характеристикам слухового тракту (зовнішнє вухо – середнє вухо).*

*Знайдені межі співвідношень, у яких можуть змінюватись маси елементів слухового тракту. Бібл. 5, рис. 5.*

**Ключові слова:** пружність (гнучкість) сухожилля та зв'язок середнього вуха; слухопротезування; амплітудно-частотна характеристика слухового тракту; слуховий тракт; середнє вухо, зовнішнє вухо.

### Введення

Для проведення операцій по слухопротезуванню середнього вуха та мастоїдектомії необхідно знати фізичні параметри елементів вуха, що будуть протезуватися. У першу чергу, це маса та пружність барабанної перетинки (БП), кісточок, сухожилля та зв'язок середнього вуха і т. ін. Дані про маси та розміри елементів середнього вуха більш-менш однорідні [2, 5]. Відомостей про пружність (або гнучкість) сухожилля та зв'язок середнього вуха в літературі набагато менше.

Виникає наступна задача: скористатися експериментально отриманими акустичними характеристиками слухового тракту (зовнішнє вухо – середнє вухо – овальне вікно) та розрахунковим шляхом знайти власні (парціальні) частоти елементів цього слухового тракту. Знаючи власні (парціальні) частоти та маси елементів тракту, знайти відповідні пружності (або гнучкості) і тим самим полегшити первинну діагностику тракту, що досліджується.

Частотні характеристики частин слухового тракту або окремих елементів, які приводяться в літературі, досить різноманітні та часто суперечливі [1-3, 5].

Професор Борисенко О. М. [4] та його колеги виміряли амплітудно-частотну характеристику зовнішнього та середнього вуха. На цій харак-

теристиці чітко виділяються чотири резонанси:  $f_1 = 700$ ,  $f_2 = 1400$ ,  $f_3 = 2400$  та  $f_4 = 2800$  Гц.

Метою цієї роботи є визначення меж співвідношення мас резонансної системи зовнішнього та середнього вуха, знаючи резонансні частоти з експериментальної роботи Борисенко [4].

### Методологія

Вважаємо систему зовнішнього та середнього вуха чотирьохмасовою системою (відповідно до чотирьох резонансів частотної характеристики [4]). Тоді рівняння Лагранжа другого роду для чотирьохмасової системи:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_j} - \frac{\partial T}{\partial x_j} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x_j}, \quad (j=1,2,3,4), \quad (1)$$

де  $x_j$  - координата руху маси  $m_j$ .

Записавши вирази для кінетичної  $T$  та потенціальної  $\Pi$  енергій системи, знайшовши похідні необхідні для складання рівнянь руху, а також врахувавши, що для гармонічних процесів оператор  $\frac{d}{dt} = i\omega$ , отримаємо систему рівнянь, виразник якої повинен дорівнювати нулю для того, щоб система рівнянь мала нетривіальний розв'язок. Розкриваючи цей виразник, отримаємо рівняння частот:

$$\begin{aligned} & z_1 z_2 z_3 z_4 + (-\omega^2) z_1 z_2 z_3 + (-\mu_3 \omega^2 - \omega^2) z_1 z_2 z_4 + \\ & + \omega^4 z_1 z_2 + (-\mu_2 \omega^2 - \omega^2 - \mu_2 \mu_3 \omega^2) z_1 z_3 z_4 + \\ & + (\mu_2 \omega^4 + \omega^4) z_1 z_3 + (\mu_3 \omega^4 + \omega^4) z_1 z_4 + \\ & + (-\omega^6) z_1 + (-\mu_1 \omega^2 - \omega^2 - \mu_1 \mu_2 \omega^2 - \mu_1 \mu_2 \mu_3 \omega^2) \times \\ & \times z_2 z_3 z_4 + (\mu_1 \omega^4 + \omega^4 + \mu_1 \mu_2 \omega^4) z_2 z_3 + \\ & + (\mu_1 \omega^4 + \mu_3 \omega^4 + \omega^4 + \mu_1 \mu_3 \omega^4) z_2 z_4 + \\ & + (-\mu_1 \omega^6 - \omega^6) z_2 + (\mu_2 \omega^4 + \omega^4 + \\ & + \mu_2 \mu_3 \omega^4) z_3 z_4 + (-\mu_2 \omega^6 - \omega^6) z_3 + \\ & + (-\mu_3 \omega^6 - \omega^6) z_4 + \omega^8 = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $z_j = \omega_{0j}^2 = \frac{c_j}{m_j}$ ,  $\mu_j = \frac{m_{j+1}}{m_j}$  - співвідношення

мас системи,  $\omega_{0j} = 2\pi f_{0j}$  - частоти власних коливань елементів системи (парціальні частоти),  $c_j$  - гнучкість.

Підставляючи в (2) експериментальні резонансні частоти амплітудно-частотної характеристики, отримаємо систему чотирьох рівнянь, в яких  $\omega = \omega_1 = 2\pi f_1$  для першого рівняння,  $\omega = \omega_2 = 2\pi f_2$  для другого рівняння,  $\omega = \omega_3 = 2\pi f_3$  для третього рівняння,  $\omega = \omega_4 = 2\pi f_4$  для четвертого рівняння.

Оскільки отримано систему чотирьох рівнянь, то відповідно можна знайти рішення для чотирьох змінних. Це будуть  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  та  $f_{03}$ .

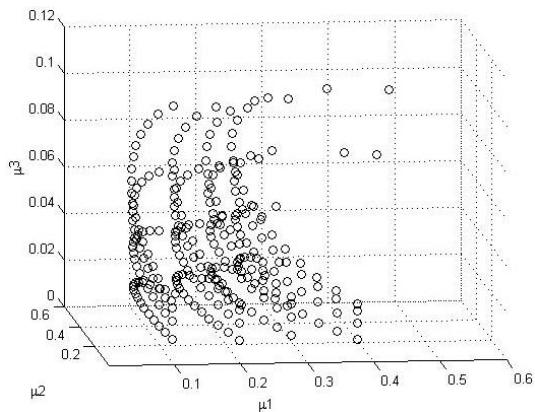


Рис. 1. Залежності співвідношення мас  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  при амплітудно-частотній характеристиці системи, наведеній в роботі [4]

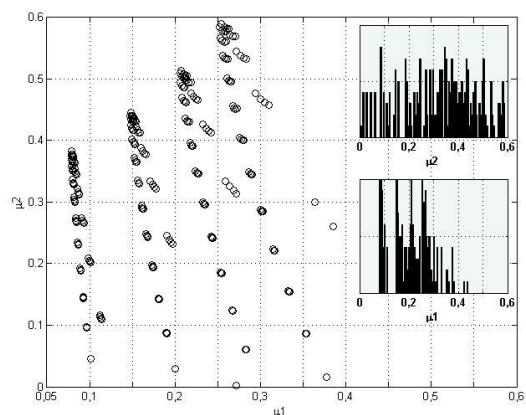


Рис. 2. Залежність співвідношення мас  $\mu_2$  від  $\mu_1$  та їх гістограми

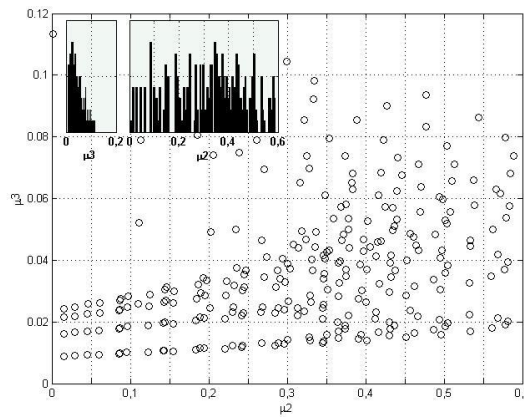


Рис. 3. Залежність співвідношення мас  $\mu_3$  від  $\mu_2$  та їх гістограми

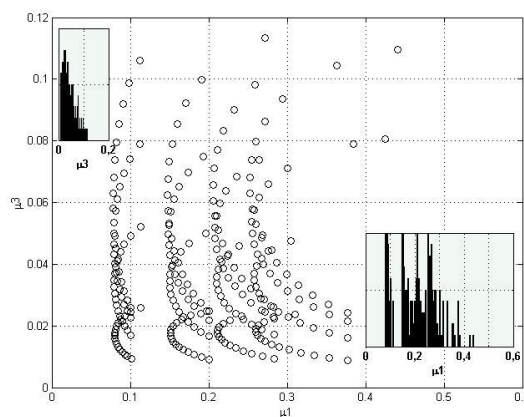


Рис. 4. Залежність співвідношення мас  $\mu_3$  від  $\mu_1$  та їх гістограми

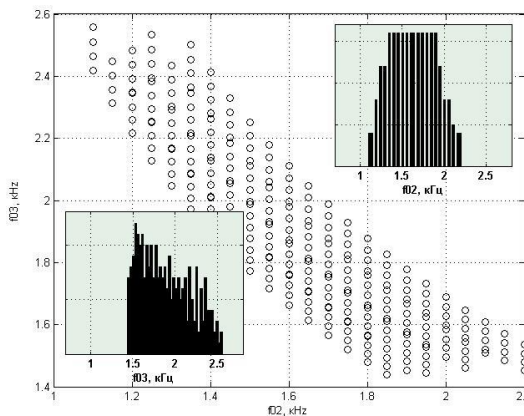


Рис. 5. Залежність парціальних частот  $f_{03}$  від  $f_{02}$  для системи з чотирьох мас та гнучкостей при резонансах системи, наведених в [4] та їх гістограми

## Обговорення

Згідно з отриманими даними (рис. 1-4), значення  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  та  $\mu_3$  мають порядок  $10^{-3}$ –0,6. Якщо прийняти масу  $m_1$  рівною умовній 1, то  $m_2$  буде мінімум в 2,3 рази менше  $m_1$ ,  $m_3$  - мінімум в 4 рази менше  $m_1$ , а  $m_4$  - мінімум в 34 рази менше  $m_1$ . При цьому кожна наступна маса менша попередньої як мінімум в два рази. Це означає, що маси елементів системи розташовані за спаданням маси. Але при цьому власна частота  $f_{02}$  не обов'язково менша за  $f_{03}$ , і ці частоти можуть сильно відрізнятися від відповідних резонансних частот  $f_2$  та  $f_3$  (рис. 5). Але чим менше значення  $\mu_j$ , тим парціальні частоти ближче до відповідних резонансних частот частотної характеристики. При збільшенні  $\mu_j$  парціальні частоти елементів системи можуть сильно відрізнятися від резонансних та навіть деякі з них співпадати. Але у будь-якому випадку всі парціальні частоти лежать у межах від  $f_1$  до  $f_4$ .

## Висновки

У загальному вигляді вирішена в цій роботі задача дає змогу при зміні резонансних частот знаходити маси та гнучкості елементів будь-якої коливальної системи з чотирьох мас при відомій амплітудно-частотній характеристиці системи, а при деякому ускладненні - для систем з більшою кількістю коливальних елементів.

Розв'язання розглянутої в роботі системи дає змогу, підбираючи відповідні співвідношення реальних мас елементів слухового тракту (від зовнішнього слухового проходу до овального вікна) під знайдені  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  та  $\mu_3$ , з парціальної частоти та маси знайти й гнучкість даного елементу слухового тракту. В подальшому це надасть змогу діагностувати зміни стану елементів слухового тракту та підбирати при слухопротезуванні штучні БП, кісточки середнього вуха та інші елементи так, щоб при їх взаємодії зберігалась нормальна частотна характеристика слухового тракту.

## Список використаних джерел

1. *Bekesy G.* Experiments in Hearing. New York: McGraw-Hill, 1960.
2. *Gelfand S. A.* Hearing: An introduction to Psychological and Physiological Acoustics, Marcel Dekker, Inc. New York and Basel 1981, 352 p.
3. *Hugo Fastl, Eberhard Zwicker* Psychoacoustics. Facts and Models Springer - Verlag Berlin Heidelberg 2007, 470 p.
4. *Борисенко О.Н.* Клинико-экспериментальное обоснование методов хирургического лечения больных хроническим гнойным средним отитом: дис. доктора мед. наук: 14.01.19 / Борисенко Олег Николаевич. - Киев, 2001. - 304 с.
5. Слуховая система: ред. Альтман Я. А. – Л.: Наука, 1990. – 620 с.

*Поступила в редакцию 18 мая 2016 г.*

УДК 612.851-57

**М.В. Контарь**

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,  
ул. Политехническая, 16, корпус 12, г. Киев, 03056, Украина.

## Нахождение оценочных параметров слухового тракта: внешнее ухо - среднее ухо

*Поставлена задача математического нахождения упругости (или гибкости) элементов слухового тракта путем определения собственных (парциальных) частот элементов этого тракта по измеренным частотным характеристикам слухового тракта (наружное ухо - среднее ухо).*

*Найдены пределы соотношений, в которых могут меняться массы элементов слухового тракта.* Библ. 5, рис. 5.

**Ключевые слова:** упругость (гибкость) сухожилий и связок среднего уха; слухопротезирование; амплитудно-частотная характеристика слухового тракта; слуховой тракт; среднее ухо; наружное ухо.

---

UDC 612.851-57

**M. Kontar**

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",  
st. Polytechnique, 16, Kiev, 03056, Ukraine.

## **Finding the estimated parameters of the auditory canal: the outer ear - the middle ear**

*The task of the mathematical finding of elasticity (or flexibility) of auditory tract' elements by determining their own (partial) frequency from the measured frequency response of the auditory tract (outer ear - the middle ear).*

*Found limits relations, where may change the mass of the elements of the auditory canal.*

Bibl. 5, Fig. 5.

**Keywords:** *the elasticity (flexibility) of the tendons and ligaments of the middle ear; auditory prosthesis; auditory tract amplitude frequency response; the auditory canal; middle ear; outer ear.*

### **References**

1. *Bekesy, G.* (1960). *Experiments in Hearing.* New York: McGraw-Hill.
2. *Gelfand, S. A.* (1981). *Hearing: An introduction to Psychological and Physiological Acoustics,* Marcel Dekker, Ink. New York and Basel. P. 352.
3. *Hugo Fastl, Eberhard Zwicker.* (2007). *Psychoacoustics. Facts and Models* Springer. Verlag Berlin Heidelberg. P. 470.
4. *Borisenko, O. N.* (2001). *Clinical and experimental substantiation methods of surgical treatment patients with chronic suppurative otitis media.* Dis. Doct of med. sc. Sciences. Kiev. 14.01.19. P. 304. (Rus)
5. (1990). *The auditory system.* Ed. Altman, J. A. P. 620. (Rus)